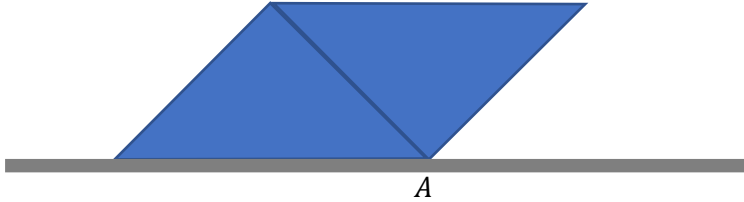
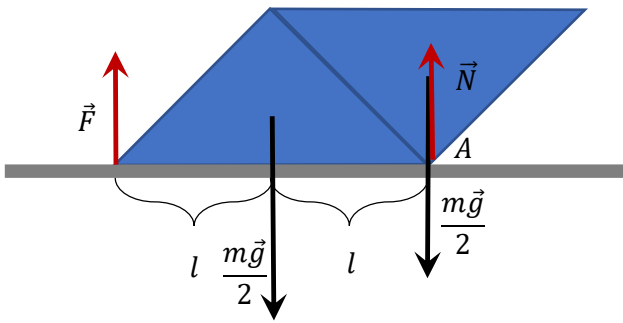


Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап, 9 класс

1. Сплошной кубик массой 0,5 кг разрезали пополам вдоль плоскости, проходящей через диагонали граней, так что половинка кубика представляет собой трехгранную призму. Получившиеся призмы склеили гранями (бывшего кубика) и положили на горизонтальную поверхность (см. рис., изображено сечение). Какое наименьшее усилие необходимо приложить для приподнимания получившейся фигуры, так чтобы она касалась поверхности лишь ребром A ? Ответ выразить в единицах СИ. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .



Решение



Силы, действующие на получившийся в результате проделанных манипуляций наклонный параллелепипед, изображены на рисунке. Правило моментов относительно точки A :

$$F \cdot 2l = \frac{mg}{2} l.$$

Отсюда

$$F = \frac{mg}{4} = 1,25 \text{ Н}$$

Ответ: 1,25 Н.

2. Пустой цилиндрический стакан с толстыми стенками и тонким дном закрыт тонкой легкой крышкой и плавает в воде, будучи погруженным на $2/3$ внешнего объема. Вода начинает медленно просачиваться сквозь крышку. Какая часть внутреннего объема стакана должна заполниться водой, чтобы он начал тонуть, если внутренний радиус стакана составляет 70% его внешнего радиуса? Ответ выразить в % и округлить до целых.

Дано: $n = 2/3, \eta = 70\%.$ | k — ?

Решение

Условие равновесия стакана до попадания в него воды

$$\rho_c \pi R^2 (1 - \eta^2) h g = \rho_v \pi R^2 h g.$$

Условие погружения

$$\rho_c \pi R^2 (1 - \eta^2) h g + k \rho_v \pi (\eta R)^2 h g = \rho_v \pi R^2 h g$$

Подставляя правую часть первого уравнения в левую часть второго и сокращая, имеем

$$n + k\eta^2 = 1$$

Ответ: 68%.

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»

Отборочный этап, 9 класс

3. При размещении предмета на расстоянии 25 см от собирающей линзы (что больше ее фокусного расстояния) получили трехкратно увеличенное изображение. Возможно ли получить такое же увеличение при другом расстоянии от предмета до линзы? Если да, определите это расстояние, выразив его в сантиметрах. Если нет, занесите в поле ответа цифру «0».
-

Дано: $d = 25$ см, $n = 3$. | x — ?

Решение

В первом случае изображение действительное, во втором — мнимое. Тогда по формуле линзы, для первого и второго случая, соответственно, имеем:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{nd} = \frac{1}{F'}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{nx} = \frac{1}{F'}$$

Приведем левые части к общему знаменателю и приравняем их:

$$\frac{n+1}{d} = \frac{n-1}{x}$$

Отсюда

$$x = d \frac{n-1}{n+1} = 25 \cdot \frac{2}{4} = 12,5 \text{ см.}$$

Ответ: 12,5 см.

4. Два калориметра плотно закрыты крышками и соединены тонкой трубкой. В одном калориметре находится 1 л воды при температуре 0°C , заполняющей его доверху. В другом калориметре содержится 0,5 кг льда при 0°C , лед также заполняет почти весь объем калориметра. Вода в калориметре нагревается электрокипятильником до 100°C , закипает, и пар начинает поступать во второй калориметр. Какой заряд протечет через спираль кипятильника после начала его работы к моменту, когда весь лед растает, если по спирали идет ток 0,5 А, а ее сопротивление 1 кОм? Ответ выразить в кулонах. Удельная теплоемкость воды $4,2$ кДж/(кг·°C). Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг. Теплоемкостями калориметров и кипятильника, а также убылью воды в первом калориметре пренебречь.
-

Дано: $V = 1$ л, $\rho = 1000$ кг/м³, $m = 0,5$ кг, $t_0 = 0^\circ\text{C}$, $t = 100^\circ\text{C}$, $I = 0,5$ А, $R = 1$ кОм,

$c = 4,2$ кДж/(кг·°C), $\lambda = 330$ кДж/кг. | q — ?

Решение

По определению силы тока

$$q = I\tau,$$

где τ — время протекания тока.

Тогда, по закону сохранения энергии

$$IRq = c\rho V(t - t_0) + \lambda m.$$

Отсюда

$$q = \frac{c\rho V(t - t_0) + \lambda m}{IR} = 1170 \text{ Кл}$$

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап, 9 класс

Ответ: 1170 Кл.

5. На внешних стенках тонкой трубы диаметром 1 см намерз слой льда массой 1 кг. Температура льда 0 °С. Через трубу пропускают воду со скоростью 1 м/с при температуре 100 °С. Выливаясь из трубы, вода попадает в кювету, туда же капает растаявший лед. Через 5 мин лед полностью растаял, и прокачку воды прекратили. Определить температуру содержимого кюветы, после того как оно придет к равновесию. Теплообменом с внешними телами, а также теплоемкостью трубы и кюветы пренебречь. Удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/(кг·°С). Удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг. Ответ выразить в °С и округлить до целых.
-

Дано: $d = 1$ см, $v = 1$ м/с, $\rho = 1000$ кг/м³ $m = 1$ кг, $t_0 = 0^\circ\text{C}$, $t' = 100^\circ\text{C}$, $\tau = 5$ мин,
 $c = 4,2$ кДж/(кг·°С), $\lambda = 330$ кДж/кг. | $t = ?$

Решение

За 5 мин через трубу протечет вода массой

$$M = \rho \frac{\pi d^2}{4} v \tau \cong 23,56 \text{ кг.}$$

Уравнение теплового баланса

$$m(\lambda + ct) = cM(t' - t).$$

Отсюда

$$t = \frac{cMt' - m\lambda}{c(M + m)} \cong 93^\circ\text{C}.$$

Ответ: 93 °С.

6. Диаметр и высота цилиндрической вертикально расположенной пробирки составляют, соответственно, 1 см и 20 см. Пробирку доверху заполняют однородной смесью воды и масла. Смесью отстаивается, и через какое-то время фракции самопроизвольно и полностью разделяются на объемы, равные половине объема пробирки. Определить количество тепла, выделившееся в результате разделения фракций. Плотность воды 1 кг/л, плотность масла 800 кг/м³. Ответ выразить в микроджоулях и округлить до целых. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с².
-

Дано: $d = 1$ см, $h = 20$ см, $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³ $\rho_{\text{м}} = 800$ кг/м³ | $t = ?$

Решение

Потенциальная энергия смеси

$$E_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{h}{2} (\rho_{\text{м}} + \rho_{\text{в}}) \cdot \frac{gh}{2} = \pi g \left(\frac{hd}{4}\right)^2 (\rho_{\text{в}} + \rho_{\text{м}}).$$

После разделения фракций:

$$E_2 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{gh}{2} \left(\frac{h}{4} \rho_{\text{в}} + \frac{3h}{4} \rho_{\text{м}}\right) = \pi g \left(\frac{hd}{4}\right)^2 \frac{\rho_{\text{в}} + 3\rho_{\text{м}}}{2}.$$

Изменение механической энергии

$$\Delta E = -\pi g \left(\frac{hd}{4}\right)^2 \frac{\rho_{\text{в}} - \rho_{\text{м}}}{2}.$$

Тогда изменение внутренней энергии, эквивалентное соответствующему количеству тепла,

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап, 9 класс

$$Q = -\Delta E = \pi g \left(\frac{hd}{4}\right)^2 \frac{\rho_B - \rho_M}{2}$$

Ответ: 785 мкДж.

7. Максим едет на велосипеде со скоростью 10 км/ч по велотреку, имеющему форму окружности радиусом 40 м. Вместе с Максимом в том же направлении стартует Полкан, который бежит со скоростью 20 км/ч. Полкан догоняет Максима сзади (первая встреча) и тут же бежит обратно. Встретив Максима спереди (вторая встреча), Полкан снова меняет направление движения на противоположное и т. д. Какой путь пробежит Полкан к моменту, когда он в пятый раз встретит Максима? Ответ выразить в единицах СИ и округлить до целых.

Дано: $v_M = 10$ км/ч, $v_P = 20$ км/ч, $R = 40$ м. | $S = ?$

Решение

Путь Полкана

$$S = v_P t,$$

где t — полное время движения Полкана (до момента 5-й встречи). При этом Полкан 3 раза бежит в направлении движения Максима и 2 раза против. Поэтому

$$t = 3t_{\text{по}} + 2t_{\text{пр.}}$$

В свою очередь

$$t_{\text{по}} = \frac{2\pi R}{v_P - v_M},$$

$$t_{\text{пр.}} = \frac{2\pi R}{v_P + v_M}.$$

Сделав соответствующие подстановки, получаем

$$S = 2\pi R \left(\frac{3v_P}{v_P - v_M} + \frac{2v_P}{v_P + v_M} \right) \cong 1843 \text{ м.}$$

Ответ: 1843 м.

8. Прямой металлический прут массой $m = 0,2$ кг сопротивлением $R = 1$ Ом, движется вертикально вниз с установившейся скоростью, скользя по гладким проводящим рельсам с пренебрежимо малым сопротивлением, замкнутым сверху источником постоянного напряжения $U = 10$ В. Движение происходит в сосуде с вязкой средой, где на прут действует сила сопротивления, пропорциональная его скорости, с коэффициентом $\alpha = 0,1$ кг/с. Пройдя путь $L = 10$ м, прут соскальзывает с рельсов и сразу без отскока ударяется о дно сосуда. Определить тепло, которое выделит система с момента начала пути L . Внутренним сопротивлением источника пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 . Ответ выразить в единицах СИ.

Дано: $m = 0,2$ кг, $R = 1$ Ом, $U = 10$ В, $\alpha = 0,1$ кг/с,

$L = 10$ м, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

$Q = ?$

Решение

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап, 9 класс

Условие постоянства скорости:

$$mg = \alpha v.$$

Отсюда скорость установившегося движения

$$v = \frac{mg}{\alpha} = \frac{0,2 \text{ кг} \cdot 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{0,1 \frac{\text{кг}}{\text{с}}} = 20 \frac{\text{М}}{\text{с}}.$$

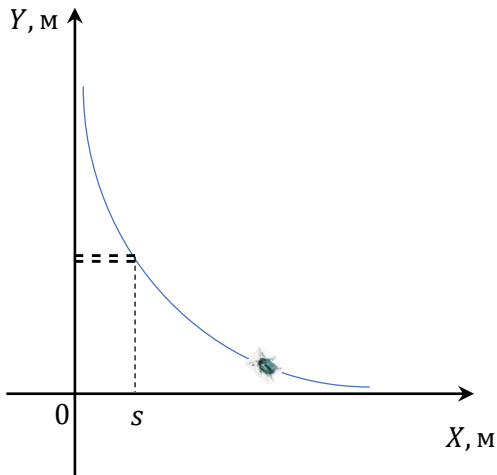
Время движения

$$t = \frac{L}{v} = 0,5 \text{ с}.$$

За время движения и при ударе прут потеряет всю свою механическую энергию, также в тепло перейдет работа тока. В итоге

$$Q = mgL + \frac{mv^2}{2} + \frac{U^2}{R}t = 110 \text{ Дж}.$$

Ответ: 110 Дж.



9. Жук ползет по горке, имеющей форму гиперболы $y = 1/x$ (см. рис., координаты выражены в метрах). Слева горка заканчивается отвесным обрывом. Задача жука — спрыгнуть с обрыва. Жук может прорыть в горке горизонтальный тоннель, при этом он совершит полезную работу, пропорциональную собственному весу и прорытому пути, коэффициент пропорциональности 0,5. КПД жука при прорытии тоннеля и при подъеме один и тот же. На каком расстоянии s от края обрыва жук должен начать рыть тоннель, чтобы затратить минимальную энергию для решения поставленной задачи? Ответ выразить в метрах и округлить до десятых.

Дано: $k = 0,5$. | s — ?

Решение

Суммарная энергия, затраченная жуком на выполнение задачи,

$$E = \eta(mgy + kmgx) = \eta mg \left(\frac{1}{x} + kx \right),$$

где η и x — соответственно КПД и координата жука. Таким образом, для определения минимума энергозатрат нам необходимо исследовать функцию

$$f(x) = kx + \frac{1}{x}.$$

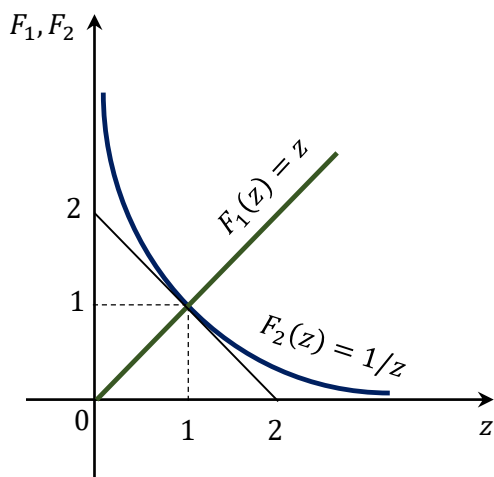
Сделаем замену

$$\begin{cases} kx = az, \\ \frac{1}{x} = \frac{a}{z}. \end{cases}$$

Перемножив уравнения друг на друга, видим, что

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Отборочный этап, 9 класс

$$a = \sqrt{k}.$$



Ответ: 1,4 м.

Таким образом,

$$f(x) = \alpha \left(z + \frac{1}{z} \right).$$

Очевидно,

$$F(z) = z + \frac{1}{z}$$

достигает минимума в точке $z = 1$ (см. рис.). Стало
быть, искомым путь

$$s = \frac{az_{min}}{k} = \frac{1}{\sqrt{k}} = \sqrt{2} \cong 1,4 \text{ м.}$$