

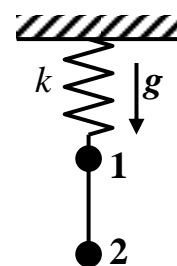
## ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ

**Задача 1 (6 баллов)** Автомобиль первую треть пути по шоссе прошел со скоростью  $v_1 = 60$  км/ч, а последнюю треть пути – со скоростью  $v_2 = 40$  км/ч. Средний участок пути он двигался со скоростью равной средней скорости его движения только на первом и последнем участках. Чему равна средняя скорость автомобиля на всем пути. Ответ дайте в километрах в час (км/ч), округлив его до целых.

Ответ. 48.

Решение. Средняя скорость на всем пути равна его средней скорости на двух равных участках – первом и последнем, т.е. равна  $v_{cp.} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 48$  км/ч.

**Задача 2 (6 баллов)** На легкой пружине подвешены два груза, связанные невесомой нитью (см. рис.). Масса нижнего груза (груз 2) в 4 раза меньше массы верхнего (груз 1). Система находится в равновесии. Неожиданно нить рвется. Чему равно ускорение груза 1 сразу после разрыва нити? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ дайте в метрах в секунду в квадрате (м/с<sup>2</sup>), округлив его до десятых.



Ответ. 2,5

Решение. До пережигания нити сила упругости  $F_{уп} = (m_1 + m_2)g = 5mg$ , где  $m_1 = 4m$ ,  $m_2 = m$ . Эта же сила будет действовать на груз 1 после пережигания нити. Тогда  $m_1 a_{1y} = m_1 g - F_{уп} = -mg \Rightarrow$  Груз 1 начнет двигаться вверх с ускорением  $a = \frac{g}{4} = 2,5$  м/с<sup>2</sup>.

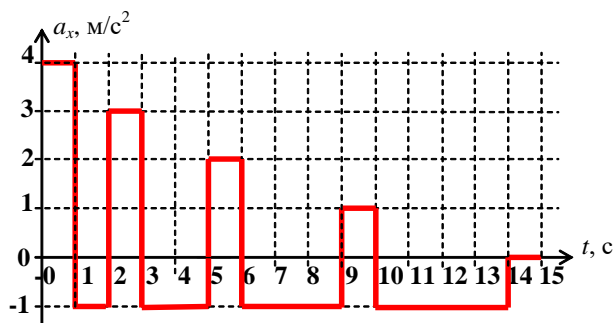
**Задача 3 (6 баллов)** Маленький шарик массой  $m = 20$  г, падает вертикально без начальной скорости и через  $t = 2$  с ударяется о наклонную плоскость, составляющую угол  $\alpha = 60^\circ$  с горизонтом. Считая удар абсолютно упругим, найдите среднюю силу давления шарика на наклонную плоскость во время удара. Длительность удара  $\tau = 0,02$  с. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Действием силы тяжести за время удара пренебречь. Ответ дайте в ньютонах (Н), округлив его целых.

Ответ. 20.

Решение. Скорость шарика через  $t = 2$  с  $v = gt = 20$  м/с. После упругого удара модуль скорости сохраняется. В проекции на ось  $y$ , перпендикулярную наклонной плоскости (в пренебрежении силой тяжести):  $N\tau = 2mv \cos \alpha$ ,  $\Rightarrow F = N = \frac{2mv \cos \alpha}{\tau} = 20$  Н.

**Задача 4 (10 баллов)** Неопознанный летающий объект (НЛО) возник внезапно и начал двигаться прямолинейно без начальной скорости, а спустя время  $t = 15$  с – исчез. Ускорение  $a_x$  этого объекта вдоль траектории движения изменяется в зависимости от времени  $t$ , как показано на рисунке. На какое максимальное расстояние сместился НЛО за все время наблюдения? Ответ дайте в метрах, округлив его до десятых.

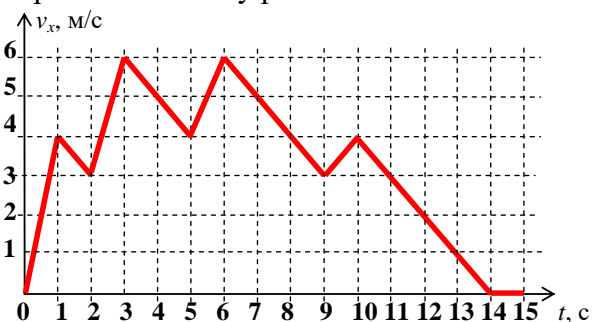
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»  
Отборочный этап



Ответ. 50

Решение. Построим график зависимости скорости объекта от времени  $v_x(t)$  (см. рис.).

Площадь фигуры под графиком равна искомому расстоянию  $S = 50$  м.



**Задача 5 (10 баллов)** На подставке лежит груз, связанный с прикрепленной к потолку вертикальной пружины. В начальный момент времени пружина не растянута, а подставку начинают опускать с ускорением  $a_1 = 5$  м/с<sup>2</sup>. Через  $t_1 = 1$  с груз отрывается от подставки. Через какое время оторвется от подставки груз, если подставку опускать с ускорением  $a_2 = 2$  м/с<sup>2</sup>? Во втором случае, в начальный момент пружина также не растянута. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Ответ дайте в секундах, округлив его до десятых.

Ответ. 2,0

Решение. Пусть  $k$  – жесткость пружины,  $m$  – масса груза. В момент отрыва груза от подставки сила нормальной реакции подставки  $N = 0$ . Тогда

$$\begin{cases} ma_1 = mg - kx_1 = mg - k \frac{a_1 t_1^2}{2}, \\ ma_2 = mg - kx_2 = mg - k \frac{a_2 t_2^2}{2}. \end{cases} \Rightarrow t_2 = t_1 \sqrt{\frac{(g - a_2)a_1}{(g - a_1)a_2}} = 2 \text{ с.}$$

**Задача 6 (10 баллов)** Сделала бабушка одиннадцать колобков, все одинакового размера, но разной массы. Ближайшие по массе колобки отличаются на 0,1 кг, колобок наименьшей массы весит 1 кг, а наибольшей – 2 кг. Шаловливый внучок расставил колобки в ряд один возле другого в порядке убывания массы, и толкнул первый из них, который массой 2 кг, сообщив ему скорость  $v = 3,3$  м/с. В результате колобки стали сталкиваться друг с другом и слипаться, пока не остался один большой кусок теста. Сколько тепловой энергии выделилось после всех столкновений? Ответ дайте в джоулях (Дж), округлив его до сотых.

Ответ. 9,57

Решение. Обозначим  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 1,9$  кг, ...,  $m_{10} = 1,1$  кг,  $m_{11} = 1$  кг – массы всех колобков в порядке убывания,  $u$  – конечная скорость всех одиннадцати колобков, слипшихся в один кусок. Тогда

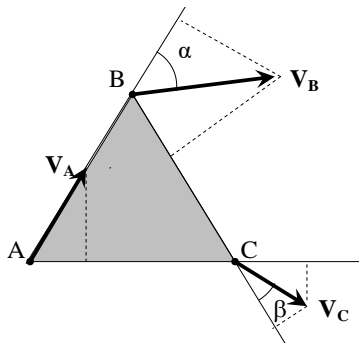
Олимпиада школьников «Шаг в будущее»  
Отборочный этап

$$m_1 v = \sum_{i=1}^{11} m_i u, \Rightarrow u = \frac{m_1 v}{\sum_{i=1}^{11} m_i}; Q = \frac{m_1 v^2}{2} - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{11} m_i u^2 = \frac{m_1 v^2}{2} \frac{\sum_{i=2}^{11} m_i}{\sum_{i=1}^{11} m_i} = 9,57 \text{ Дж.}$$

**Задача 7 (17 баллов)** Космонавт, работая в открытом космосе, случайно обронил металлическую заготовку, имеющую форму равностороннего треугольника ABC. Заготовка полетела от космической станции. В некоторый момент времени вектор скорости точки A заготовки оказался направленным вдоль стороны AB, а модули скоростей точек A и C равными  $V = 300$  м/с. Чему равна скорость точки B в этот же момент времени? Ответ дайте в метрах в секунду (м/с), округлив его до целых.

Ответ. 600

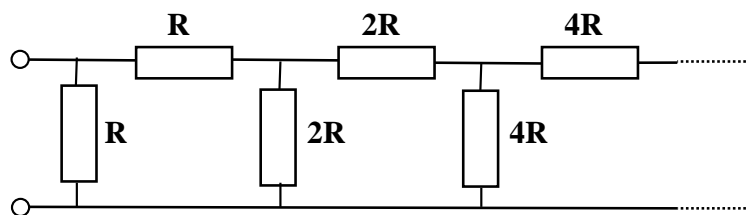
Решение. Воспользуемся условиями жесткости сторон треугольника ABC (см. рис.).



$$\begin{cases} V_A = V_B \cos \alpha, \\ V_B \cos(120^\circ - \alpha) = V_C \cos \beta, \\ V_A \cos 60^\circ = V_C \cos(60^\circ - \beta). \end{cases}$$

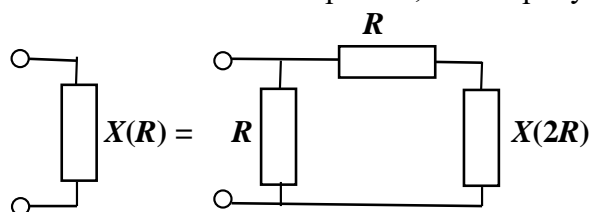
Пользуясь тем, что  $V_A = V_C = V$ , получим, что  $\beta = 0$ ,  $\alpha = 60^\circ$ , а  $V_B = 2V = 600$  м/с.

**Задача 8 (17 баллов)** Чему равно полное сопротивление бесконечной цепи, изображенной на рисунке? Считать, что  $R = 100$  Ом. (В каждом следующем звене цепи сопротивления в два раза больше, чем в предыдущем.) Ответ дайте в омах, округлив его до десятых.



Ответ. 70,7

Решение. Обозначим сопротивление заданной бесконечной цепи  $X(R)$ . Тогда заданную цепь можно эквивалентно изобразить, как на рисунке.



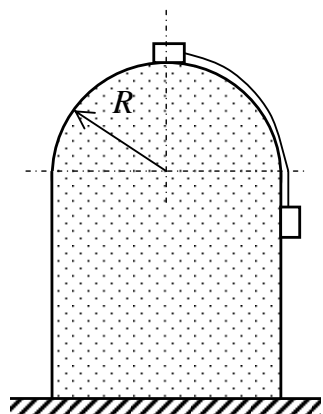
Очевидно, что  $X(R)$  можно представить в виде  $X(R) = \alpha R$ , где  $\alpha$  – безразмерный коэффициент. Тогда

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»  
Отборочный этап

$$\frac{1}{X(R)} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R+X(2R)}, \Rightarrow \frac{1}{\alpha R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R+\alpha \cdot 2R}, \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

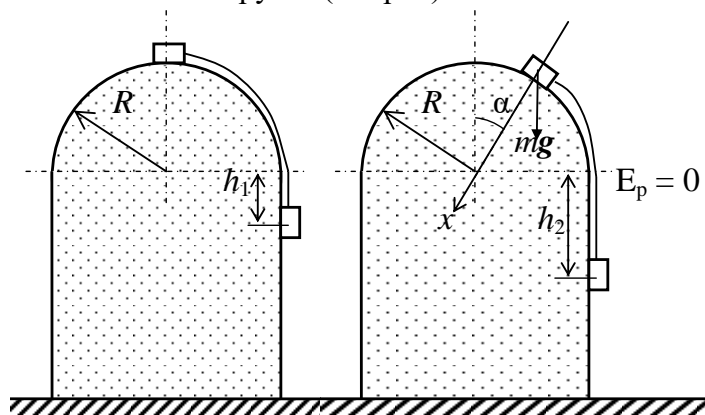
Таким образом,  $X(R) = \frac{R}{\sqrt{2}} = 70,7$  Ом.

**Задача 9 (18 баллов)** Неподвижная вертикальная горка имеет закругленную вершину в виде полусферы радиуса  $R = 10$  м. На горке удерживают систему из двух небольших грузов одинаковой массы, связанных невесомой нерастяжимой нитью, при этом верхний груз находится в самой верхней точке полусферы (см. рис.). Грузы отпускают, и они начинают скользить по горке. Движение грузов происходит в вертикальной плоскости, проходящей через центр полусферы, нить в процессе движения остается натянутой. Какое расстояние пройдет нижний груз до того момента, как верхний груз перестанет давить на горку. Трением между горкой и грузами пренебречь. Ответ дайте в метрах (м), округлив его до десятых.



Ответ. 6,2

Решение. Обозначим массы грузов  $m$ , скорости грузов в конечном положении, когда верхний груз не давит на горку –  $v$ . Запишем закон сохранения энергии для начального и конечного положений грузов (см. рис).



$$mgR - mgh_1 = \frac{mv^2}{2} \cdot 2 + mgR \cos \alpha - mgh_2, \text{ где } \Rightarrow h_2 - h_1 = s = R\alpha.$$

В конечный момент, когда груз не давит на горку:  $x : mg \cos \alpha = \frac{mv^2}{R}$ .

В результате для угла  $\alpha$  получим уравнение:  $2 \cos \alpha = \alpha + 1$ , которое решим подбором корня ( $\alpha$  в радианах). Искомый угол лежит в интервале  $0,623 < \alpha < 0,624$ . С точностью до десятых  $s = R\alpha = 6,2$  м.