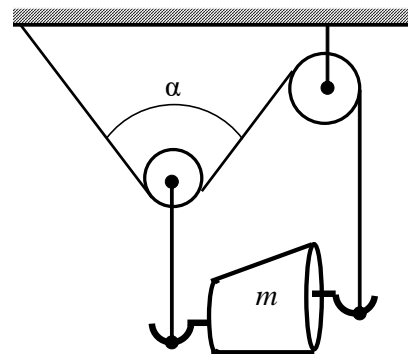


Задача 1 (8 баллов). Деревянную заготовку подвесили на легких нитях через систему блоков к горизонтальному потолку (см. рисунок). Нити привязаны к крючкам, которые вбиты в противоположные концы заготовки. Правая часть длинной нити вертикальна, а между двумя наклонными отрезками этой нити угол $\alpha = 120^\circ$. Масса заготовки с крючками $m = 2$ кг. Считая блоки невесомыми, и пренебрегая трением нитей о блоки, найдите силы натяжения нитей.



Ответ.
$$T_1 = \frac{mg}{1 + 2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg}{2} = 10 \text{ Н,}$$

$$T_2 = \frac{2mg \cos\frac{\alpha}{2}}{1 + 2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg}{2} = 10 \text{ Н.}$$

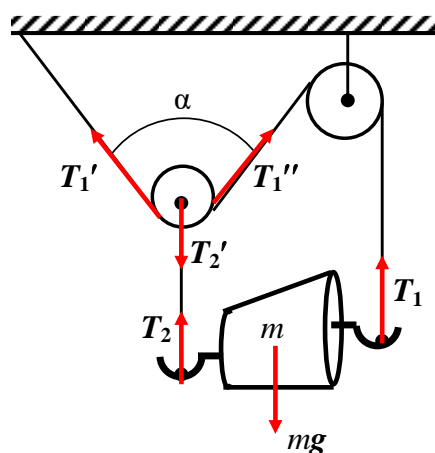
Решение.

Т.к. нити легкие, то $T_1' = T_1'' = T_1$. Условие равновесия заготовки в проекции на вертикальную ось координат: $T_1 + T_2 = mg$. Т.к. сумма проекций сил натяжения на горизонтальную ось равна нулю, то наклонные отрезки нити расположены под углом $\alpha/2$ к вертикали.

Поэтому $T_2 = T_2' = 2T_1 \cos\frac{\alpha}{2} \Rightarrow$

$$T_1 = \frac{mg}{1 + 2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg}{2} = 10 \text{ Н,}$$

$$T_2 = \frac{2mg \cos\frac{\alpha}{2}}{1 + 2\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{mg}{2} = 10 \text{ Н.}$$



Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	3 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	4 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	6 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	7 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	8 баллов

Задача 2 (8 баллов). Сферическая оболочка воздушного шара изготовлена из материала, масса которого на единицу площади составляет $\rho = 1 \text{ кг/м}^2$. Шар заполняют гелием. При каком минимальном радиусе шар поднимется в воздух? Давление снаружи и внутри шара $p = 10^5 \text{ Па}$, температура гелия внутри шара и температура окружающего воздуха одинаковы и равны $t = 27^\circ\text{C}$. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$. Площадь S поверхности и объём V шара радиусом r вычисляются по формулам $S = 4\pi r^2$, $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Ответ. $r_{\min} = \frac{3\rho RT}{p(\mu_g - \mu_{\text{He}})} = 3 \text{ м.}$

Решение.

Найдем массу гелия в шаре $m_{\text{He}} = \frac{\mu_{\text{He}} p V}{RT}$ и плотность воздуха снаружи шара

$\rho_g = \frac{\mu_g p}{RT}$. Тогда условие подъема шара: $Mg + m_{\text{He}}g \leq F_A$, где масса оболочки шара

$M = \rho S = 4\pi\rho r^2$, сила Архимеда $F_A = \rho_g g V = \frac{4}{3}\pi\rho_g g r^3$. \Rightarrow

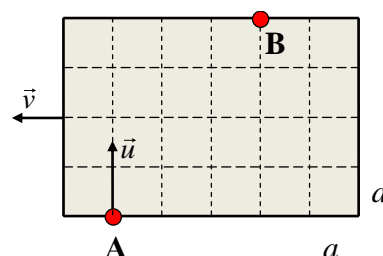
$r_{\min} = \frac{3\rho RT}{p(\mu_g - \mu_{\text{He}})} = 3 \text{ м.}$

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	3 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические	4 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	6 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	7 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	8 баллов

Задача 3 (14 баллов). По горизонтальной поверхности стола движется с постоянной скоростью \vec{v} доска с квадратными клетками; сторона одной клетки $a = 5$ см (см. рисунок). Из точки А доски запустили кусочек цветного мелка, который остановился в точке В доски.



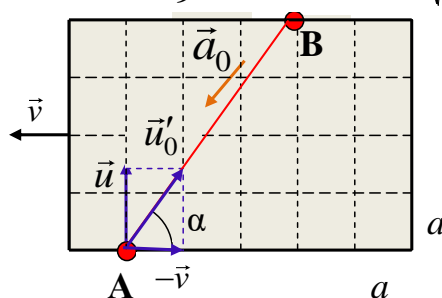
В начальный момент скорость мелка \vec{u} относительно стола направлена перпендикулярно вектору скорости \vec{v} . Определите модуль скорости доски v , если коэффициент трения между доской и мелком $\mu = 0,2$. Векторы \vec{v} и \vec{u} на рисунке изображены без соблюдения масштаба между ними.

Ответ. $v = 3\sqrt{\frac{2\mu ga}{5}} = 0,6$ м/с.

Решение.

В системе отсчета, связанной с доской, начальная скорость мелка $\vec{u}'_0 = \vec{u} - \vec{v}$. Т.к. сила трения направлена противоположно вектору \vec{u}'_0 , то направление скорости мелка меняться не будет. Будет меняться лишь модуль относительной скорости мелка. Это означает, что кусочек мелка движется по прямолинейной траектории АВ с замедляющим ускорением $a_0 = \mu g$, направленным параллельно АВ (см. рис.). Тогда $u_0'^2 = 2a_0 s$, где $s = AB = 5a$. Из рисунка \Rightarrow

$$\frac{u}{v} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{4}{3}, \Rightarrow u = \frac{4}{3}v. u_0'^2 = u^2 + v^2 = \frac{25}{9}v^2. \text{ Тогда } v = 3\sqrt{\frac{2\mu ga}{5}} = 0,6 \text{ м/с.}$$



Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	4 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	8 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/ вычислениях пропущены логически важные шаги.	11 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 	13 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	14 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

Задача 4 (14 баллов). Где-то во Вселенной четыре точечных тела одинаковой массы m движутся с постоянными по модулю скоростями v . В процессе движения тела остаются все время в вершинах квадрата, лежащего в одной и той же плоскости. Чему равна длина стороны этого квадрата? Считайте, что в этой области Вселенной на данные точечные тела не действуют никакие другие силы, кроме сил собственного гравитационного притяжения.

Ответ. $a = \frac{Gm(4 + \sqrt{2})}{4v^2}$. у

Решение.

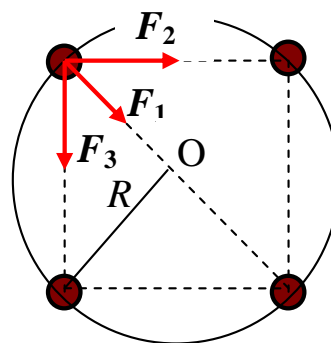
Поскольку на тела действуют только силы тяготения между ними, и они все время остаются в вершинах квадрата, то тела движутся по окружности радиуса $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$, где a – длина стороны квадрата (см. рисунок).

Уравнение динамики вращательного движения

тел: $F_1 + F_2 \cos 45^\circ + F_3 \cos 45^\circ = \frac{mv^2}{R}$,

где $F_1 = G \frac{m^2}{(2R)^2} = G \frac{m^2}{2a^2}$, $F_2 = F_3 = G \frac{m^2}{a^2}$. Тогда

$a = \frac{Gm(4 + \sqrt{2})}{4v^2}$.



Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	4 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	8 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	11 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	13 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	14 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»

Заключительный этап

Задача 5 (18 баллов). Однородный металлический тонкий обруч катится без проскальзывания по наклонной плоскости с ускорением $a_1 = 3 \text{ м/с}^2$. С каким ускорением a_2 будет скользить по этой же наклонной плоскости металлический брусок, если коэффициент трения между плоскостью и бруском равен $\mu = 0,25$?

Ответ. $a_2 = 2a_1 - \mu\sqrt{g^2 - 4a_1^2} = 4 \text{ м/с}^2$.

Решение.

1. Получим формулу для ускорения обруча. При качении обруча без проскальзывания скорость нижней точки всегда равна нулю, что означает, что между обручем и плоскостью действует сила трения покоя, работа которой равна нулю. Проще всего найти ускорение a_1 обруча из закона сохранения энергии.

Пусть обруч за время движения t приобрел скорость $v = a_1 t$ и прошел расстояние

$$s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{a_1 t^2}{2}, \text{ где } \alpha \text{ – угол наклона плоскости к горизонту, } h \text{ – перепад высот за время}$$

движения t . Тогда $mgh = E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, где m – масса обруча, E_k – его кинетическая

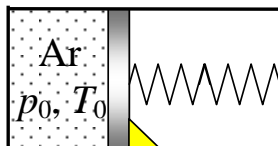
энергия, $I = mR^2$ – момент инерции обруча, $\omega = \frac{v}{R}$ – угловая скорость вращения обруча, R –

радиус обруча. $\Rightarrow mgh = mv^2, \Rightarrow g \frac{a_1 t^2}{2} \sin \alpha = (a_1 t)^2, \Rightarrow a_1 = \frac{g}{2} \sin \alpha, \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2a_1}{g}$.

2. Ускорение бруска $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2a_1 - \mu\sqrt{g^2 - 4a_1^2} = 4 \text{ м/с}^2$.

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	5 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	10 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	14 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	17 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	18 баллов

Задача 6 (18 баллов). Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндр разделен поршнем на две части: слева от поршня находится один моль аргона при давлении p_0 и абсолютной температуре T_0 , а справа – вакуум (см. рисунок). Поршень закреплен с помощью упора и соединен с правой стенкой легкой пружиной, которая находится в недеформированном состоянии. После того как поршень освободили от упора, то в новом положении равновесия объем, занимаемый аргоном, увеличился в 1,5 раза. Найдите температуру и давление аргона в конечном состоянии. Теплоемкостью цилиндра, поршня и пружины пренебречь. Трение между поршнем и боковой поверхностью цилиндра отсутствует.



Ответ. $T_1 = \frac{9}{10}T_0$, $p_1 = \frac{3}{5}p_0$.

Решение.

Уравнение состояния аргона в начальном состоянии: $p_0V_0 = \nu RT_0$, где V_0 – первоначальный объем аргона, $\nu = 1$ моль. После того, как поршень освободили, и он занял новое положение равновесия, его объем $V_1 = \frac{3}{2}V_0$, давление p_1 и температура T_1 . Тогда

$$p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p_1 \cdot \frac{3}{2}V_0 = \nu RT_1.$$

Т.к. сосуд теплоизолирован, то $\Delta U + A = 0$, где изменение внутренней энергии аргона $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_0)$, а работа, совершаемая аргоном, равна изменению потенциальной энергии пружины $A = \frac{kx_1^2}{2}$, где $x_1 = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V_0}{2S}$ – смещение поршня, S – площадь сечения поршня.

Т.к. после установления равновесия, поршень находится в покое, то сила упругости пружины равна силе давления газа: $kx_1 = p_1S$. Тогда

$$\frac{3}{2}p_1 \cdot 2x_1S = \nu RT_1, \Rightarrow 3kx_1^2 = \nu RT_1 \Rightarrow A = \frac{\nu RT_1}{6}.$$

После подстановки в первое начало термодинамики выражений для ΔU и A , \Rightarrow

$$\frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_0) + \frac{\nu RT_1}{6} = 0, \Rightarrow T_1 = \frac{9}{10}T_0.$$

Разделив уравнения начального и конечного состояний гелия одно на другое, получим,

$$p_1 = \frac{2p_0}{3} \cdot \frac{T_1}{T_0} = \frac{3}{5}p_0.$$

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	5 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	10 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	14 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	17 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	18 баллов

Задача 7 - Ситуационная задача

Подводный самолет – аппарат с положительной плавучестью, способный погружаться при движении за счет небольших крыльев, создающих направленную вниз силу.

Аппарат имеет сухую массу 1000 кг, вытесняет объем воды 1,55 м³, в том числе, 0,65 м³ в виде воздушного пузыря, свободно сообщающегося с окружающей средой.

Определите глубину, на которой плавучесть аппарата станет нулевой (предельную глубину, с которой возможно всплытие при отказе двигателя). Температуру газа в воздушном пузыре считать постоянной и равной 20°C. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль, площадь крыльев составляет 0,1 м², а коэффициент подъемной силы 0,8.

Подъемная сила определяется соотношением

$$F_{\text{пд}} = C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2}$$

C_y – коэффициент подъемной силы, $S_{\text{крыла}}$ – площадь крыльев, ρ – плотность воды, U – скорость движения аппарата относительно воды.

Возможное решение

На движущийся аппарат действуют три значимые вертикальные силы:

Сила тяжести

$$F_T = mg$$

Сила Архимеда

$$F_A = \rho g V$$

Погружающая сила крыла

$$F_{\text{пд}} = C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2}.$$

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»

Заключительный этап

Вытесняемый объем складывается из объема аппарата и объема газового пузыря.

Запишем второй закон Ньютона при $U = 0$:

$$\rho g V_{\text{аппарата}} + \rho g V_2 - mg = 0.$$

Для определения объём газа в пузыре запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для воздуха при атмосферном давлении $p_{\text{атм}}$ и давлении на глубине p

$$p_{\text{атм}} V_{20} = \frac{m_g}{\mu_B} RT$$

$$p V_2 = \frac{m_g}{\mu_B} RT$$

тогда

$$V_2 = \frac{p_{\text{атм}} V_{20}}{p} = \frac{p_{\text{атм}} V_{20}}{p_{\text{атм}} + \rho g h}.$$

Тогда

$$\rho g V_{\text{аппарата}} + \rho g \frac{p_{\text{атм}} V_{20}}{p_{\text{атм}} + \rho g h} - mg = 0.$$

Откуда глубина равна

$$h = \frac{p_{\text{атм}}(m - \rho V_{20} - \rho V_{\text{аппарата}})}{\rho g(\rho V_{\text{аппарата}} - m)} = \frac{10^5(10^3 - 10^3 \cdot 0.65 - 10^3 \cdot 0.9)}{10^3 \cdot 10(10^3 \cdot 0.9 - 10^3)} = 55 \text{ м}$$

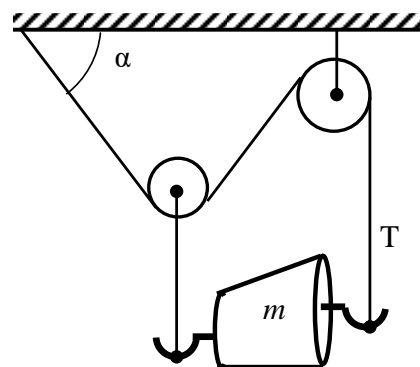
Ответ: глубина, на которой плавучесть аппарата станет нулевой, равна 55 м.

Пояснения и критерии для членов экспертной комиссии по проверке ситуационной задачи

1. Членам экспертной комиссии предоставляется один из возможных вариантов решения экзаменационных задач. Решение школьника может отличаться от авторского варианта решения, предоставленного комиссии.
2. Корректная проверка решения не может быть осуществлена только по ответам. Основным критерием правильности решения является верное использование физических законов и разумный учёт технических параметров, характеристик и ограничений.

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчёты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20

Задача 1 (8 баллов). Деревянную заготовку подвесили на легких нитях через систему блоков к горизонтальному потолку (см. рисунок). Нити привязаны к крючкам, которые вбиты в противоположные концы заготовки. Правая часть длинной нити вертикальна и натянута с силой $T = 20$ Н, а левый наклонный отрезок этой нити составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с потолком. Считая блоки невесомыми, и пренебрегая трением нитей о блоки, найдите массу заготовки с крючками.

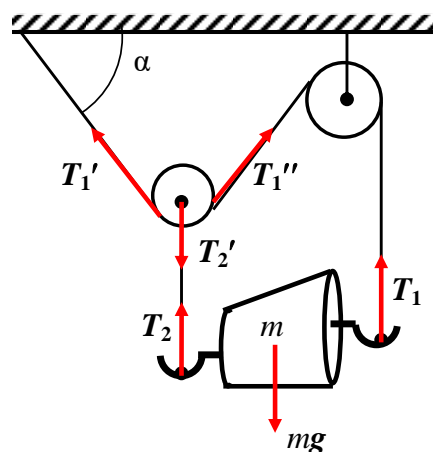


Ответ. $m = \frac{T(1 + 2\sin \alpha)}{g} = 4$ кг.

Решение.

Т.к. нити легкие, то $T_1' = T_1'' = T_1$. Условие равновесия заготовки в проекции на вертикальную ось координат: $T_1 + T_2 = mg$. Т.к. сумма проекций сил натяжения на горизонтальную ось равна нулю, то наклонные отрезки нити расположены под углом $90^\circ - \alpha$ к вертикали. Поэтому $T_2 = T_2' = 2T \sin \alpha$.

$\Rightarrow m = \frac{T(1 + 2\sin \alpha)}{g} = 4$ кг.



Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	3 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	4 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	6 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

<p>Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 	7 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	8 баллов

Задача 2 (8 баллов). На дне сосуда, заполненного воздухом, лежит груз массой $m = 30$ г, к которому привязан воздушный шарик радиусом $r = 10$ см. Шарик заполнен гелием. При каком минимальном давлении внутри сосуда воздушный шарик сможет поднять груз? Температуры гелия внутри шара и воздуха в сосуде одинаковы и равны $t = 27^\circ\text{C}$. Молярная масса воздуха $\mu = 29$ г/моль. Считайте, что масса оболочки шарика гораздо меньше массы груза. Давления снаружи и внутри шарика одинаковы. Объем шара радиусом r вычисляется по формуле

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Ответ. $p_{\min} = \frac{3mRT}{4(\mu_g - \mu_{\text{He}})\pi r^3} = 7,14 \cdot 10^5$ Па.

Решение.

Найдем массу гелия в шарике $m_{\text{He}} = \frac{\mu_{\text{He}} p V}{RT}$ и плотность воздуха снаружи шара $\rho_g = \mu_g p / (RT)$. Условие подъема шарика с грузом: $mg + m_{\text{He}}g \leq F_A$, где сила Архимеда

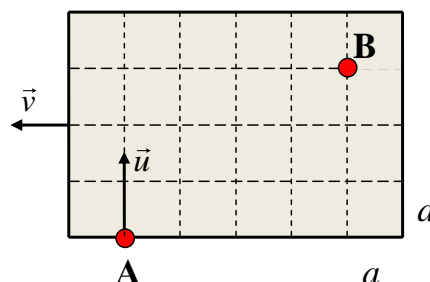
равна $F_A = \rho_g g V$. $\Rightarrow p_{\min} = \frac{3mRT}{4(\mu_g - \mu_{\text{He}})\pi r^3} = 7,14 \cdot 10^5$ Па.

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	3 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	4 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	6 баллов
<p>Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или 	7 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

вычисления. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	8 баллов

Задача 3 (14 баллов). По горизонтальной поверхности стола движется с постоянной скоростью \vec{v} прямоугольная доска с квадратными клетками; сторона одной клетки $a = 5$ см (см. рисунок). Из точки А доски запустили кусочек цветного мелка, который остановился в точке В доски.



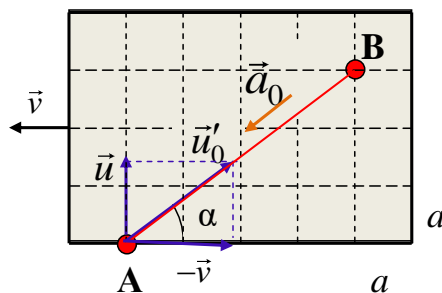
В начальный момент скорость мелка \vec{u} относительно стола направлена перпендикулярно вектору скорости \vec{v} . Определите коэффициент трения между мелком и доской, если скорость доски $v = 0.9$ м/с. Векторы \vec{v} и \vec{u} на рисунке изображены без соблюдения масштаба между ними.

Ответ. $\mu = \frac{5v^2}{32ga} = 0,25$.

Решение.

В системе отсчета, связанной с доской, начальная скорость мелка $\vec{u}'_0 = \vec{u} - \vec{v}$. Т.к. сила трения направлена противоположно вектору \vec{u}'_0 , то направление скорости мелка меняться не будет. Будет меняться лишь модуль относительной скорости мелка. Это означает, что кусочек мелка движется по прямолинейной траектории АВ с замедляющим ускорением $a_0 = \mu g$, направленным параллельно АВ (см. рис.). Тогда $u'^2_0 = 2a_0 s$, где $s = AB = 5a$. Из рис.

$$\frac{u}{v} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}, \Rightarrow u = \frac{3}{4}v. u'^2_0 = u^2 + v^2 = \frac{25}{16}v^2. \text{ Тогда } \mu = \frac{5v^2}{32ga} = 0,25.$$



Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	4 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	8 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	11 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 	13 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	14 баллов

Задача 4 (14 баллов). Где-то во Вселенной четыре точечных тела одинаковой массы m движутся с постоянными по модулю скоростями. В процессе движения тела остаются все время в вершинах квадрата со стороной a , лежащего в одной и той же плоскости. С какой скоростью движутся эти четыре тела? Считайте, что в этой области Вселенной на данные точечные тела не действуют никакие другие силы, кроме сил собственного гравитационного притяжения.

Ответ. $v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Gm(4 + \sqrt{2})}{a}}$.

Решение.

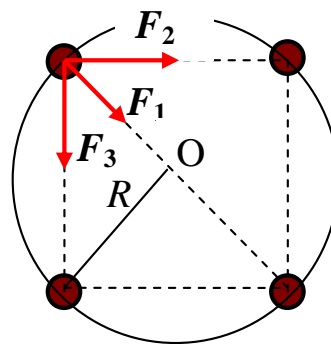
Поскольку на тела действуют только силы тяготения между ними, и они все время остаются в вершинах квадрата, то тела движутся по окружности радиуса $R = \frac{a}{\sqrt{2}}$ (см. рисунок).

Уравнение динамики вращательного движения

тел: $F_1 + F_2 \cos 45^\circ + F_3 \cos 45^\circ = \frac{mv^2}{R}$,

где $F_1 = G \frac{m^2}{(2R)^2} = G \frac{m^2}{2a^2}$, $F_2 = F_3 = G \frac{m^2}{a^2}$. Тогда

$$v = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{Gm(4 + \sqrt{2})}{a}}$$



Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	4 балла
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	8 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/вычислениях пропущены логически важные шаги.	11 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	13 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	14 баллов

Задача 5 (18 баллов). Однородный тонкий обруч катится без проскальзывания по наклонной плоскости с ускорением $a_1 = 4 \text{ м/с}^2$. Если обруч заклинить, чтобы он не вращался, то он будет скользить по той же самой наклонной плоскости, с ускорением $a_2 = 5 \text{ м/с}^2$, при этом обруч в процессе скольжения остается в вертикальной плоскости. Чему равен коэффициент трения μ между обручем и поверхностью наклонной плоскости?

Ответ. $\mu = \frac{2a_1 - a_2}{\sqrt{g^2 - 4a_1^2}} = 0,5$.

Решение.

1. Получим формулу для ускорения обруча. При качении обруча без проскальзывания скорость нижней точки всегда равна нулю, что означает, что между обручем и плоскостью действует сила трения покоя, работа которой равна нулю. Проще всего найти ускорение a_1 обруча из закона сохранения энергии.

Пусть обруч за время движения t приобрел скорость $v = a_1 t$ и прошел расстояние $s = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{a_1 t^2}{2}$, где α – угол наклона плоскости к горизонту, h – перепад высот за время

движения t . Тогда $mgh = E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, где m – масса обруча, E_k – его кинетическая

энергия, $I = mR^2$ – момент инерции обруча, $\omega = \frac{v}{R}$ – угловая скорость вращения обруча, R –

радиус обруча. $\Rightarrow mgh = mv^2, \Rightarrow g \frac{a_1 t^2}{2} \sin \alpha = (a_1 t)^2, \Rightarrow a_1 = \frac{g}{2} \sin \alpha, \Rightarrow \sin \alpha = \frac{2a_1}{g}$.

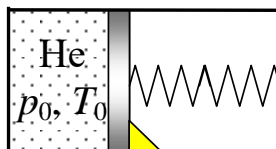
2. Ускорение бруска $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 2a_1 - \mu \sqrt{g^2 - 4a_1^2}$

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

$$\Rightarrow \mu = \frac{2a_1 - a_2}{\sqrt{g^2 - 4a_1^2}} = 0,5.$$

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	5 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	10 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/ вычислениях пропущены логически важные шаги.	14 баллов
Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков. <ul style="list-style-type: none"> ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 	17 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	18 баллов

Задача 6 (18 баллов). Горизонтально расположенный теплоизолированный цилиндр разделен поршнем на две части: слева от поршня находятся два моля гелия при давлении p_0 и абсолютной температуре T_0 , а справа – вакуум (см. рисунок). Поршень закреплен с помощью упора и соединен с правой стенкой легкой пружиной, которая находится в недеформированном состоянии. После того как поршень освободили от упора, то в новом положении равновесия объем, занимаемый гелием, увеличился вдвое. Найдите температуру и давление гелия в конечном состоянии. Теплоемкостью цилиндра, поршня и пружины пренебречь. Трение между поршнем и боковой поверхностью цилиндра отсутствует.



Ответ. $T_1 = \frac{6}{7}T_0$, $p_1 = \frac{3}{7}p_0$.

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»

Заключительный этап

Решение.

Уравнение состояния гелия в начальном состоянии: $p_0V_0 = \nu RT_0$, где V_0 – первоначальный объем гелия, $\nu = 2$ моль. После того, как поршень освободили, и он занял новое положение равновесия, его объем $V_1 = 2V_0$, давление p_1 и температура T_1 . Тогда $p_1V_1 = \nu RT_1 \Rightarrow p_1 \cdot 2V_0 = \nu RT_1$.

Т.к. сосуд теплоизолирован, то $\Delta U + A = 0$, где изменение внутренней энергии гелия $\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_0)$, а работа, совершаемая гелием, равна изменению потенциальной энергии

пружины $A = \frac{kx_1^2}{2}$, где $x_1 = \frac{\Delta V}{S} = \frac{V_0}{S}$ – смещение поршня, S – площадь сечения поршня.

Т.к. после установления равновесия, поршень находится в покое, то сила упругости пружины равна силе давления газа: $kx_1 = p_1S$. Тогда

$$2p_1x_1S = \nu RT_1, \Rightarrow 2kx_1^2 = \nu RT_1. \Rightarrow A = \frac{\nu RT_1}{4}.$$

После подстановки в первое начало термодинамики выражений для ΔU и A , $\Rightarrow \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_0) + \frac{\nu RT_1}{4} = 0, \Rightarrow T_1 = \frac{6}{7}T_0$.

Разделив уравнения начального и конечного состояний гелия одно на другое, получим,

$$p_1 = \frac{p_0}{2} \cdot \frac{T_1}{T_0} = \frac{3}{7}p_0.$$

Критерии оценивания заданий	Баллы за задание
Решение отсутствует ИЛИ в решении нет ни одной правильной формулы.	0
Присутствует хотя бы одна правильная формула ИЛИ сделан рисунок, необходимый для решения задачи, но в целом задача не решена.	1 балл
Правильно понят смысл задачи и указано, какие законы должны использоваться для ее решения, но сами формулы, выражающие эти законы, записаны неверно	2 балла
В решении отсутствуют ИЛИ записаны неверно одна-две из исходных формул, необходимых для решения данной задачи, но присутствуют логически верные преобразования с имеющимися формулами, направленные на решение задачи.	5 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но отсутствуют какие-либо математические преобразования, или в этих преобразованиях содержатся грубые ошибки.	10 баллов
Представлены все уравнения, применение которых необходимо и достаточно для решения данной задачи, но в необходимых математических преобразованиях или вычислениях допущены ошибки, и (или) в математических преобразованиях/ вычислениях пропущены логически важные шаги.	14 баллов

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

<p>Правильно записаны все уравнения, требующиеся для решения задачи, и проведены необходимые преобразования. Но имеется один или несколько из следующих недостатков.</p> <ul style="list-style-type: none"> ✓ Незначительные математические погрешности в преобразованиях или вычислениях. ✓ В решении имеются лишние записи, не входящие в решение, которые не отделены от решения или не зачеркнуты. ✓ Отсутствуют важные пояснения применяемых законов или физических величин. ✓ Не представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 	17 баллов
Задача полностью решена и получен правильный ответ.	18 баллов

Задача 7 - Ситуационная задача

Подводный самолет – аппарат с положительной плавучестью, способный погружаться при движении за счет небольших крыльев, создающих направленную вниз силу.

Аппарат имеет сухую массу 1000 кг. Находясь на глубине 200 м, вытесняет объем воды $0,9 \text{ м}^3$ и еще дополнительно 24 дм^3 в виде воздушного пузыря, свободно сообщающегося с окружающей средой.

Температуру газа в воздушном пузыре считать постоянной и равной 20°C . Молярная масса воздуха $\mu = 29 \text{ г/моль}$. Определите необходимую скорость движения аппарата для погружения у поверхности, если площадь крыльев составляет $0,1 \text{ м}^2$, а коэффициент подъемной силы $0,8$.

Подъемная сила определяется соотношением

$$F_{\text{пд}} = C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2}$$

C_y – коэффициент подъемной силы, $S_{\text{крыла}}$ – площадь крыльев, ρ – плотность воды, U – скорость движения аппарата относительно воды.

Возможное решение

На движущийся аппарат действуют три значимые вертикальные силы:

Сила тяжести

$$F_T = mg$$

Сила Архимеда

$$F_A = \rho g V$$

Погружающая сила крыла

$$F_{\text{нд}} = C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2}$$

При этом вытесняемый объем складывается из объема аппарата и объема газового пузыря.

Запишем второй закон Ньютона для аппарата у поверхности (при 0 глубине) :

$$\rho g V_{\text{аппарата}} + \rho g V_{\text{з0}} - mg - C_y S_{\text{крыла}} \frac{\rho U^2}{2} = 0.$$

Для определения объём газа в пузыре запишем уравнения Менделеева-Клапейрона для воздуха при атмосферном давлении $p_{\text{атм}}$ и давлении на глубине p

$$p_{\text{атм}} V_{\text{з0}} = \frac{m_g}{\mu_{\text{в}}} RT$$

Олимпиада школьников «Шаг в будущее»
Заключительный этап

$$pV_z = \frac{m_g}{\mu_B} RT$$

тогда

$$V_{z0} = \frac{pV_z}{p_{атм}} = \frac{V_z(p_{атм} + \rho gh)}{p_{атм}}$$

Тогда

$$\rho g V_{аппарата} + \rho g \frac{V_z(p_{атм} + \rho gh)}{p_{атм}} - mg - C_y S_{крыла} \frac{\rho U^2}{2} = 0.$$

Откуда скорость равна

$$u = \sqrt{\frac{2g \left(\rho V_{аппарата} + \rho \frac{V_z(p_{атм} + \rho gh)}{p_{атм}} - m \right)}{C_y S_{крыла} \rho}}$$

$$u = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \left(10^3 \cdot 0.9 + 10^3 \frac{0.024(10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 200)}{10^5} - 1000 \right)}{0.8 \cdot 0.1 \cdot 10^3}} = 10 \text{ м/с}$$

Ответ: скорость движения аппарата равна 10 м/с.

Пояснения и критерии для членов экспертной комиссии по проверке ситуационной задачи

1. Членам экспертной комиссии предоставляется один из возможных вариантов решения экзаменационных задач. Решение школьника может отличаться от авторского варианта решения, предоставленного комиссии.
2. Корректная проверка решения не может быть осуществлена только по ответам. Основным критерием правильности решения является верное использование физических законов и разумный учёт технических параметров, характеристик и ограничений.

	Верные элементы решения	Количество баллов
1	Сформулирована расчётная схема (в том числе, графически), выделены и правильно формализованы все необходимые физические законы	0-5
2	Составлена система уравнений и математическая модель	0-5
3	Верно учтены технические параметры, характеристики и ограничения	0-5
4	Проведены расчеты, получен верный ответ, разумный с точки зрения физического смысла	0-5
	Итого	max 20