Вариант №1 (9 класс, отборочный этап)

№1: На трех сторонах треугольника взяты 5, 6 и 7 точек соответственно. Сколько существует выпуклых четырёхугольников с вершинами в этих точках?

№2: Производство *x* тыс. ед. продукции обходится в $q = 0,5x^2 - 2x - 10$ млн. руб. в год. При цене *p* тыс. руб. за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн. руб.) составляет $px - q$. Завод выпускает продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшая. При каком наименьшем значении *p* через три года суммарная прибыль составит не менее 126 млн. руб.

№3: Найдите радиус окружности, касающейся меньшей стороны и продолжений двух других сторон прямоугольного треугольника, если две его меньшие стороны равны 13 и 84 соответственно.

№4: Найдите остаток от деления числа $2^2 \cdot 5^{107} - 271 \cdot 26^{101} - 2^3 \cdot 3^{104}$ на 26.

№5: В сосуд вместимостью 6 л налито 4 л 70%-ного (по объёму) раствора серной кислоты, во второй сосуд той же вместимости налито 3 л 90% -ного раствора серной кислоты. Из второго сосуда в первый переливают некоторое количество раствора так, что в нём получается r-% -ный раствор серной кислоты. Найдите наибольшее целое значение r, при котором задача имеет решение.

№6: Произвольную точку L на катете BC прямоугольного треугольника соединили с вершиной A и серединой гипотенузы M. При этом оказалось, что угол ALC равен углу BLM, и $LC=2$. Определите длину отрезка BL?

№7: Сколько существует троек натуральных чисел *a,b,c,* удовлетворяющих уравнению $a + ab + abc + ac + c = 1580$?

№8: Решите уравнение $y^3 - x^3 = 2xy + 40$ в натуральных числах. В ответ выпишите сумму *x* и *y*.

№9: Вычислив число 82021, подсчитали сумму цифр в этом числе и записали полученный результат. Затем в новом записанном числе подсчитали сумму цифр и снова записали результат. Эти действия повторяли до тех пор, пока не получили однозначное число. Найти это число.

Вариант №2 (9 класс, отборочный этап)

№1: Каждый из пассажиров автобуса получил билет с шестизначным номером, причем все номера билетов - последовательные натуральные числа.

Какое наибольшее количество пассажиров могло ехать в автобусе, если ровно у $\frac{1}{14}$ из них в номере билета есть цифра 3?

№2: Предприниматель купил здание и собирается открывать в нём пансионат. В пансионате будут однокомнатные и двухкомнатные номера площадью 18 м2 и 63 м2 соответственно. Общая площадь, которую можно отвести под номера составляет 1053 м2. Предприниматель может поделить эту площадь между однокомнатными и двухкомнатными номерами как хочет (вся площадь в 1053 м2 должна быть занята этими номерами полностью). Однокомнатный номер будет стоить 4500 руб. в сутки, а двухкомнатный 6500 руб. в сутки. Какую наибольшую сумму сможет зарабатывать в сутки предприниматель?

№3: Стороны треугольника равны 5 и 12. Сумма обратных величин этих сторон равна обратной величине биссектрисы, проведённой к третьей стороне. Найдите угол, противолежащий этой стороне. Ответ запишите в градусах.

№4: У бабушки было 24 внука. Каждый вечер, по своему желанию, бабушка назначала на дежурство по дому 9 или 10 внуков. Через какое наименьшее число дней может оказаться, что каждый из внуков выходил на дежурство одинаковое число раз?

№5: Сплав из золота и серебра массой 13 кг 850 г при полном погружении в воду вытеснил 900 г воды. Определите массу золота в этом сплаве, если известно, что плотность золота равна 19,3 кг/дм3, плотность серебра 10,5 кг/дм3, а плотность воды – 1 кг/дм3

№6: В трапеции $ABCD$ ($BC||AD$) BC=3, AD=6, точка L – середина боковой стороны CD. На отрезке AL взяли точку Q так, что $AQ=2c$, $QL = c$. Прямая BQ пересекает основание AD в точке F. Определите длину отрезка AF.

№7: Сколько существует таких натуральных чисел n, что выражение $n^n+(2020-n)^{2021-n}$ делится нацело на 3?

№8: При каких значениях параметра p один корень уравнения $f(p-x)+f(3-x)+61=p^2$ равен нулю, а второй больше нуля, если $f(x)=x^2+29-p^2$

№9: Найти количество троек целых ненулевых чисел $x,y,z,$ для которых верно соотношение