Вариант №1

№1: (15 баллов). Решите неравенство:

$$3\sqrt{(2x-3)^2}+\sqrt[6]{\sqrt{x^3-x}+\sqrt[4]{x-x^2}-x^3+3x-2}\leq 9-6x$$

№2: (15 баллов). Вне прямоугольного треугольника ABC на его катетах AC и BC построены квадраты ACDE и BCFG. Продолжение медианы CM треугольника ABC пересекает прямую DF в точке N. Найдите длину отрезка CN, если длины катетов равны 1 и 4.

№3: (15 баллов). Школьник Иванов проплывает на плоту путь между городами A и B за 15 часов. На моторной лодке вместе с папой он проплывает весь путь от A до B и обратно не менее чем за 8 часов. Точно такое же путешествие, но вместе с дедушкой (от A до B и обратно) занимает по времени не более 20 часов, при этом собственная скорость лодки при управлении дедушкой на 50% меньше, чем у папы. Сколько часов школьник вместе с дедушкой плывут на моторной лодке от города A до города B?

№4: (15 баллов). При каких значениях параметра a уравнение

$\left|\dfrac{x^2-2ax+a^2+1}{x-a}\right|+x^2-6x+7=0$ имеет хотя бы одно решение?

№5: (20 баллов). Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается стороны AB в точке M, а стороны AC – в точке K. На стороне AB выбирается точка N так, что отрезок MK делит отрезок CN пополам. Найдите длину отрезка AN, если $AB=8, AC=7, BC=6$.

№6: (20 баллов). Первый рабочий красит стандартный номер в гостинице за 1 день, а выкладывает плиткой ванную комнату за 5 дней. Второй рабочий красит стандартный номер в гостинице за 2 дня, а выкладывает плиткой ванную комнату за 8 дней. За какое минимальное количество дней они отремонтируют 30 стандартных номеров и 20 ванных комнат, если они начинают и заканчивают работать вдвоем одновременно.

Математика

9-й класс

Вариант №3

№1: (15 баллов). Решите неравенство:

$$2\sqrt{(4x-9)^2}+\sqrt[4]{\sqrt{3x^2+6x+7}+\sqrt{5x^2+10x+14}+x^2+2x-4}\leq 18-8x$$

№2: (15 баллов). В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AK и CL. Известно, что LK=12 и $\angle ABC=60^0$.Найти радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

№3: (15 баллов). Мешок Деда Мороза вмещает ровно 160 подарков для мальчиков или ровно 120 подарков для девочек. Подарки состоят из конфет. Если мешок заполнить таким образом, что суммарное число конфет в подарках для мальчиков было равно общему числу конфет в подарках для девочек, то всего в мешке будет 140 подарков и в них 4320 конфет. На сколько больше конфет было в подарке для девочек, чем в подарке для мальчиков?

№4: (15 баллов). Найти все значения параметра a, при которых уравнение $\left(a+x^2-x+2\right)^2=4a\left(ax^2+x^2-x+2\right)$ имеет единственное решение.

№5: (20 баллов). На боковых сторонах AB и BC остроугольного треугольника ABC, наружу построены равнобедренные прямоугольные треугольники ABD и BCF с катетами равными соответствующим сторонам AB и BC треугольника ABC. Прямые FB и DC пересекаются в точке M, а FA и BC – в точке N. Найдите градусную меру $\angle BMN$.

№6: (20 баллов). В квадрате 6х6 расставили цифры так, что в верхней строке и левом столбце нет нулей. Всего получилось 12 шестизначных чисел: 6 из горизонтальных строк квадрата (слева-направо) и 6 из вертикальных столбцов квадрата (сверху-вниз). Коля, Вадим и Костя запомнили их, но оказалось, что каждый пропустил одно из 12 чисел. Коля заметил, что каждое из его одиннадцати чисел, делится на 11, Вадим обнаружил, что все его одиннадцать чисел делятся на 7, а Костя нашел у своих одиннадцати чисел общий делитель 13. Исходный квадрат они потеряли, а числа забыли, но им показалось, что где-то среди 12 чисел была комбинация цифр подряд 2021. Могло ли такое быть? Ответ обоснуйте.