

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 100

**Задание 1 (20 баллов)**

Большой по площади водоём с плоским дном заполен водой глубины  $d$ . Далеко от его краёв находится вертикально расположенная труба, выходящая из дна. Верхний конец трубы запаян и находится вровень с водной поверхностью. Диаметр трубы мал по сравнению с её длиной. Через нижний конец трубы в неё подаётся насосом вода, которая вытекает из отверстий, проделанных на её боковой поверхности. Отверстия распределены таким образом, что вода из трубы вытекает во все стороны и по всей её длине с одинаковой интенсивностью. Полный расход жидкости (объём в единицу времени) равен  $Q$ .

- 1) На поверхность жидкости на расстоянии  $r$  от оси трубы упало лёгкое семечко тополя, после чего оно стало, оставаясь на поверхности, переноситься жидкостью вдоль прямой, проходящей через ось трубы. Найдите зависимость координаты этого семечка от времени.
- 2) Найдите слабое отклонение формы поверхности жидкости от горизонтальной плоскости.

Считайте, что течение жидкости постоянно во времени, влияние вязкости на распределение течения в пространстве пренебрежимо мало. Число Фруда, определяемое как максимальный угол наклона поверхности в радианах, мало, так что пункт 1) следует решать, приняв поверхность жидкости идеально плоской. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**Задание 2 (20 баллов)**

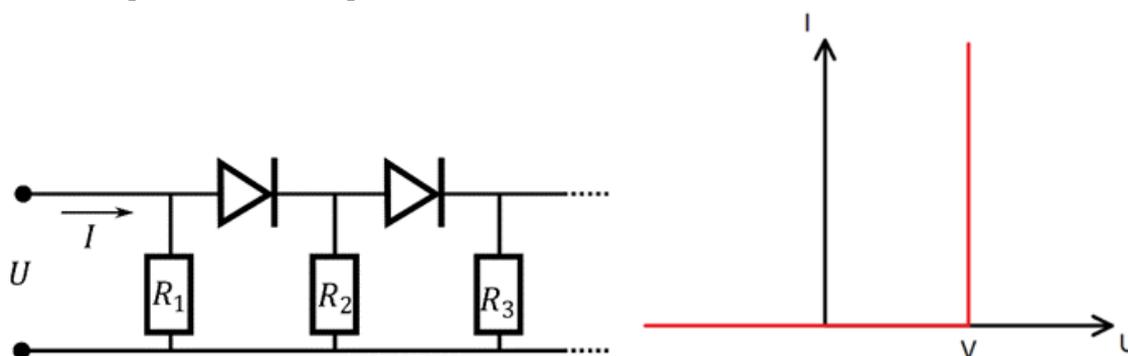
Планета Железяка имеет идеально сферическую и идеально гладкую поверхность. Кроме того, вследствие процессов в ядре планеты, она может изменять свой радиус. При этом сферичность и гладкость поверхности сохраняются. По поверхности планеты могут двигаться без трения маленькие железные удлинённые шайбы, представляющие собой цилиндры с эллиптическим основанием, лежащие на торце. Между собой шайбы сталкиваются абсолютно упруго. Шайбы случайно раскиданы по поверхности планеты, среднее расстояние между шайбами велико по сравнению с их размерами, но мало по сравнению с радиусом планеты. Всего шайб  $N$ , масса одной шайбы  $m$ .

- 1) В начальный момент времени все шайбы покоились. Затем каждой шайбе сообщили поступательную случайно направленную вдоль поверхности скорость, по абсолютному значению равную  $v$ . Чему будет равна средняя кинетическая энергия поступательного движения брусков через большое время? В течение этого времени Железяка не изменяла свой радиус.
- 2) После этого Железяка медленно увеличила свой радиус в 8 раз. Во сколько раз изменилась средняя кинетическая энергия поступательного движения шайб к концу этой стадии расширения?
- 3) Затем Железяка быстро увеличила свой радиус в 2 раза. Во сколько раз изменилась средняя кинетическая энергия поступательного движения шайб к моменту окончания быстрой стадии расширения?

Большое время, медленность и быстрота процессов расширения определяются относительно среднего времени между столкновениями шайб. Ускорение свободного падения на поверхности планеты всегда остаётся на столько сильным, что в процессе расширения планеты шайбы не отрываются от неё.

### Задание 3 (20 баллов)

Бесконечная линия состоит из идеальных диодов с напряжением открытия, равным  $V$  (вольт-амперная характеристика диода представлена на рисунке), а также резисторов с сопротивлением  $R_n = R/n$ , где  $n$  – номер звена линии, смотри рисунок. Найдите вольт-амперную характеристику всей цепи. Какой приближённой формулой её можно описать при больших напряжениях  $U \gg V$ ?



### Задание 4 (20 баллов)

Для изготовления барабана Чебурашка использовал размеченную «в клеточку» посеребрённую тонкую кожу. Пока кожа была нерастянута, размер всех клеточек был  $a = 10$  мм. Когда Чебурашка аккуратно натянул кожу на металлическое кольцо барабана радиуса  $r = 20$  см, все клеточки остались квадратными, но их размеры увеличились до  $a' = 11$  мм. При этом сила упругости в металле, действующая вдоль кольца вследствие сжатия, оказалась равной  $T = 30$  Н. При испытании барабана давление в резонаторе барабана понизили на  $\Delta p = 100$  Па по сравнению с атмосферным. На каком расстоянии  $h$  от барабана соберутся лучи, отраженные от мембраны, если осветить его плоским пучком, параллельным оси барабана?

### Задание 5 (20 баллов)

Для определения значения ускорения свободного падения  $g$  проводилось измерение параметров траектории движения круглого шара диаметром  $10$  см, который подбрасывался вертикально вверх на высоту около  $H_0 = 6$  метров. Измерялось время  $T$  пролёта шара вверх до точки остановки и высота  $H$ , на которую шар поднялся за время  $T$ ; измерение величин  $T$  и  $H$  можно считать абсолютно точным.

Однако оказалось, что эксперименты с железным шаром и с резиновым мячиком в качестве шара того же размера дают немного отличающиеся значения константы  $g$ . Оцените погрешность измерения  $g$  для обоих экспериментов, возникающую вследствие сопротивления воздуха.

Указание: на релевантных скоростях движения следует считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости шара. Для справки, динамическая вязкость воздуха  $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$  Па·с.