Размер шрифта

A−

A

A+

Цвет сайта

R

A

A

A

Вопрос 1

Балл: 6,00

К графикам функций, заданным уравнениями $y = x^2 + 4$ и $y = 4x - x^2$, проведены две общие касательные. Найдите сумму координат точки пересечения диагоналей O четырёхугольника с вершинами в точках касания.

Ответ:

Правильный ответ: 5

Вопрос 2

Балл: 7,00

При каком наибольшем n на доску 100×100 можно поставить n коней и n ладей так, чтобы никакая фигура никакую не била?

Ответ:

Правильный ответ: 90

Вопрос 3

Балл: 8,00

Пусть $f(n)$ − количество натуральных чисел, взаимно простых с n и не превосходящих n. Для скольких чисел первой тысячи выполняется равенство $f(9n) = 9 \cdot f(n)$?

Ответ:

Правильный ответ: 333

Вопрос 4
Балл: 9,00

Какую наибольшую длину может иметь четвёртая сторона выпуклого четырёхугольника с перпендикулярными диагоналями, если три других стороны равны 15, 10 и 7 (в порядке убывания длин)? В ответе укажите квадрат длины четвёртой стороны.

Ответ:

Правильный ответ: 276

Вопрос 5
Балл: 10,00

Сколько корней уравнения $\log_{0,5\sin 2x}\sin 2x = \frac{1}{2}$ лежат на отрезке $[0; 2021\pi]$?

Ответ:

Правильный ответ: 4042

Вопрос 6
Балл: 10,00

На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты точки K и M так, что $AK : KB = k : 1$ и $BM : MC = 5 : 2$. Отрезки AM и CK пересекаются в точке P. При каком наименьшем целом k отношение площади треугольника AKP к площади треугольника CMP также будет целым?

Ответ:

Правильный ответ: 4

Вопрос 7
Балл: 11,00

Сколько существует пар натуральных чисел a и b, не превосходящих 500, таких, что числа $\frac{a-1}{b-1}$ и $\frac{a+1}{b+1}$ являются соседними натуральными числами (отличаются на 1)?

Ответ:

Правильный ответ: 14

Вопрос 8

Балл: 12,00

Найдите объём треугольной пирамиды $ABCS$, у которой $SA = 12$, $BC = 24$, а остальные рёбра равны 18.

Ответ:

Правильный ответ: 576

Вопрос 9

Балл: 13,00

Для целых чисел x и y выполняется равенство $x^2 - y^2 + x - 2y + 9 = 0$. Какое наибольшее значение может принимать сумма квадратов x и y?

Ответ:

Правильный ответ: 221

Вопрос 10

Балл: 14,00

Натуральное число n назовём (a, b)−*представимым*, если его можно представить в виде суммы нескольких слагаемых, равных либо натуральному числу a, либо натуральному числу b, но при этом число $n + 1$ так представить нельзя. Найдите наибольшее $(100, 2021)$−*представимое* число.

Ответ:

Правильный ответ: 199978