

6 класс

1. У Максима было число 4. Вот как-то раз он то ли прибавил к нему 1, то ли умножил на 1, затем к результату то ли прибавил 2, то ли умножил на 2, затем то ли прибавил 3, то ли умножил на 3, и т. д. Десятым действием он то ли прибавил 10, то ли умножил на 10 и получил 1000. Как такое могло произойти?
2. По кругу стоят десять стаканов с водой и берёзовым соком, внешне неразличимые (однако различающиеся на вкус). Известно, что берёзовый сок — в каких-то пяти стаканах подряд. Можно ли, пробуя жидкость из разных стаканов, гарантированно отыскать три нетронутых стакана с соком?
3. На автобусном маршруте всего четыре остановки — «Начальная», «Первая», «Финальная» и «Конечная». На первых двух остановках пассажиры только заходили, на остальных — только выходили. Оказалось, что на «Начальной» зашло 30 пассажиров, на «Конечной» вышло 14 пассажиров. На «Первой» зашло втрое меньше пассажиров, чем вышло на «Финальной». Каких пассажиров больше — едущих с «Начальной» на «Конечную», или едущих с «Первой» на «Финальную», и на сколько?
4. Барон Мюнхгаузен поставил по коню в некоторые клетки доски $N \times N$. Он утверждает, что никто не найдёт два разных квадрата 4×4 на этой доске (со сторонами, идущими по линиям сетки), в которых коней поровну. При каком наибольшем N его слова могут быть правдой?
5. Можно ли разбить числа от 1 до 80 на четвёрки так, чтобы в каждой четвёрке наибольшее число равнялось сумме трёх остальных?
6. У Пафосного Вовы есть Айфон XXX, а на Айфоне том — калькулятор с голосовыми командами: «Умножь число моё на два и двойку отними от результата», «Изволь на три моё число домножить, да потом ещё прибавь четыре» и, наконец, «Прибавь-ка семь к числишку моему!» Айфон в курсе, что изначально у Вовы было числишко 1. Сколько существует четырёхзначных чисел, которые теоретически Айфон XXX мог бы получить, покорно выполняя Вовины команды?
7. В отряде сто человек, у каждого по три друга в отряде. На дежурство требуется назначать по три человека, среди которых каждый дружит с каждым. 99 дней подряд удавалось назначать тройки дежурных, не повторяя их. Докажите, что это удастся и на сотый день.