

# Заочный тур

## 4 класс

1. В строчку выписаны подряд все числа от 1 до 10:

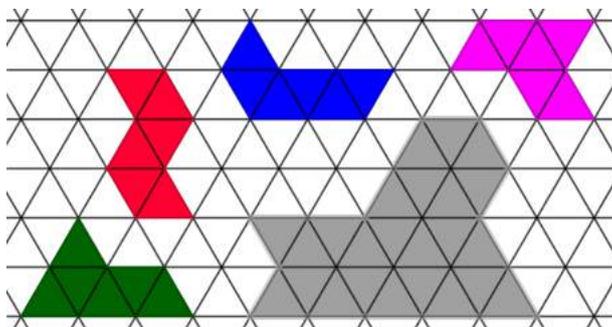
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10.

Поставьте в этой строчке знаки арифметических действий  $+$ ,  $-$  и  $\times$  так, чтобы результат выполнения этих действий оказался равным 533. Скобки не допускаются.

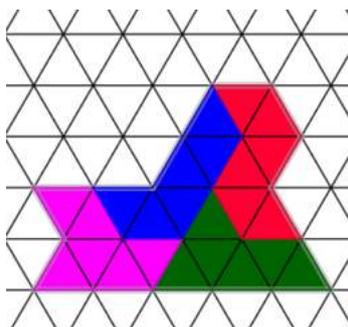
РЕШЕНИЕ:

Есть очень много различных вариантов. Если использовать объединение нескольких цифр в многозначные числа, то, например, годится вариант  $533 = 123 \times 4 - 56 + 78 + 9 + 10$ . Однако можно и не группировать цифры:  $533 = 1 \times 2 + 3 + 4 + 5 \times 6 + 7 \times 8 \times 9 - 10$ . Идея решения — подыскать такое произведение трех подряд идущих чисел, чтобы оно было поближе к 533, а остальное уже дополнять сложениями и вычитаниями.

2. Покажите, как наклеить четыре маленьких фигурки на большую фигурку, чтобы они закрыли её полностью:



РЕШЕНИЕ:



3. В кучке было 1000 камешков. Первым ходом Саша добавил туда один камешек, а Петя забрал три камешка, потом Саша добавил пять камешков, а Петя забрал 7 камешков, и

так далее. Сколько камешков оказалось в кучке, когда Саша сделал свой 100-й ход, а Петя ещё не успел ответить?

РЕШЕНИЕ:

После того как Саша добавил первый камешек, в кучке оказался 1001 камешек. Каждый из следующих ходов Саши увеличивал количество камешков на 2, поэтому всего в кучке окажется  $1001 + 2 \cdot 99 = 1199$  камешков.

4. В баре находится 30 человек. Бармену известно, что среди них 10 рыцарей (они всегда говорят правду), 10 лжецов (они всегда лгут) и 10 дебоширов. Бармен может спросить человека  $X$  про человека  $Y$ : «Правда ли, что  $Y$  дебошир?». Если  $X$  не дебошир, то он отвечает на вопрос, а если дебошир, то он вышвырнет из бара  $Y$  в ответ. Бармену интересно узнать про посетителей, кто есть кто. Как ему это выяснить?

РЕШЕНИЕ:

Поскольку вышвырнутых уже невозможно о ком-либо спросить, то бармену следует спрашивать только про тех, о ком он и так уже знает. Действительно, если он спрашивает про известного ему человека, не дебошир ли он, и получает ответ, то по истинности ответа он может узнать, кто отвечавший — рыцарь или лжец. А если вместо ответа этого человека вышвыривают из бара, то бармен узнает, что  $X$  — дебошир. Но как быть с самым первым вопросом?

Пусть бармен начинает задавать свои вопросы разным посетителям бара, но спрашивает про одного и того же посетителя  $Y$  (до тех пор, пока его не вышвырнут). В тот момент, когда какой-то посетитель  $X$  вышвырнул  $Y$  из бара, бармен уже знает, что  $X$  дебошир — и заново опрашивает всех уже опрошенных им посетителей про  $X$ . Поскольку дебоширов среди них нет, то бармен по полученным ответам поймет, кто из них рыцарь, а кто лжец. После этого достаточно будет опросить любого из не-дебоширов про всех посетителей бара.

Однако как быть, если в ответ на первый же вопрос бармена посетитель  $X$  вышвырнет  $Y$  из бара? Тогда ему нужно опрашивать всех про  $X$  до тех пор, пока он не встретит хотя бы одного не-дебошира и получит ответ на вопрос. После этого он сможет узнать про всех посетителей бара (включая вышвырнутых дебоширов), кроме самого первого посетителя  $Y$ . Но поскольку он знает, что в баре было ровно 10 человек каждого вида, то определить, кем был  $Y$ , он сможет методом исключения — потому что остальных видов будет по 10, а какого-то одного вида наберется всего 9.

5. Трёхцветный флаг состоит из трёх горизонтальных полос, каждая из которых может быть белой, синей, красной, жёлтой, зелёной или чёрной, причём две соседних полосы не должны иметь одинаковый цвет. Сколько существует таких флагов, у которых верхняя полоса — не белая, средняя — не синяя, а нижняя — не красная? (Не забудьте объяснить свой ответ.)

РЕШЕНИЕ:

Если средняя полоса флага желтая, зелёная или черная, то на каждой из крайних полос могут быть любые из 4 цветов (все, кроме «запретного» и того цвета, который есть у средней полосы) — и это даёт  $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$  вариантов. Если средняя полоса белая, то для нижней полосы по-прежнему 4 варианта, а для верхней — 5, итого 20. Аналогично, если средняя полоса красная, то для верхней полосы 4 варианта, а для нижней — 5. Всего получается  $48 + 20 + 20 = 88$  вариантов.

6. Аистёнок, баклан, воробей и голубь решили взвеситься. Вес каждого из них оказался целым числом попугаев, причём общий вес всех четверых — 32 попугая. При этом

- воробей легче голубя;
- воробей с голубем легче баклана;
- аистёнок легче воробья с бакланом;

— голубь с бакланом легче, чем аистёнок с воробьём.

Кто сколько попугаев весит? (Найдите все возможные варианты и объясните, почему других вариантов быть не может.)

РЕШЕНИЕ:

Будем обозначать веса птичек буквами А, Б, В, Г соответственно.

Так как  $\Gamma + Б < А + В$ , то  $\Gamma + Б$  — не более 15 попугаев, а  $А + В$  — не менее 17 попугаев.

Если бы воробей мог весить хотя бы 5 попугаев, то голубь должен был бы весить не менее 6, а значит, баклан должен был бы весить не менее 12 (так как он тяжелее, чем воробей с голубем), но тогда вместе с голубем у него получается уже 18, что невозможно. Следовательно, воробей весит не более 4 попугаев.

Если бы аистёнок весил 14 попугаев, то воробей с бакланом вместе должны были бы весить не менее 15, но тогда оставшийся голубь — не более  $32 - 14 - 15 = 3$ , а воробей — еще меньше, то есть не более 2, и в сумме  $А + В$  получается не более 16. Если аистёнок весил бы 15 попугаев, то всё еще хуже: воробей с бакланом не менее 16, голубь не более 1, а тогда воробей не может быть легче голубя. Таким образом, аистёнок не может весить больше 13 попугаев.

Мы получили, что А не более 13, В не более 4, а  $А + В$  не меньше 17. Это возможно только если  $А = 13$  и  $В = 4$ . Так как  $В < \Gamma$ , то  $\Gamma$  не менее 5, а так как  $А < В + Б$ , то Б не менее 10. Но так как  $\Gamma + Б$  не более 15, то  $\Gamma = 5$ , а  $Б = 10$ . Это и есть единственно возможный вариант.