

Задачи заочного тура 8 класса

1. См. задачу 4 для 6 класса.

2. В углах квадратного двора стоят четыре дома, в которых живут 77 хулиганов, дружащих между собой. Начиная с 1 января 2017 года каждый день навсегда ссорились какие-то два хулигана из разных домов, а к 1 января 2018 года оказалось, что друзей из соседних домов не осталось. Докажите, что какая-то из ссор была между хулиганами из противоположных домов.

3. В наборе были гирьки массой 5, 24 и 43 грамма, поровну каждого вида. Все имеющиеся гирьки взвесили, и их масса оказалась равной $606060 \dots 60$ граммам. Докажите, что более 10 гирек потеряно.

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ угол A равен 40° , угол D равен 45° , биссектриса угла B делит AD пополам. Докажите, что $AB > BC$.

5. См. задачу 5 для 7 класса.

6. В противоположных углах шахматной доски стоят кони. Двое игроков по очереди вырезают из доски свободные клетки. Проигрывает тот, после чьего хода один конь не сможет доскакать по доске до другого. Кто из игроков сможет выиграть, как бы ни ходил другой?

7. Найдите все простые p и натуральные n , удовлетворяющие равенству $p^2 + n^2 = 3pn + 1$.