

Задачи очного тура 4 класса

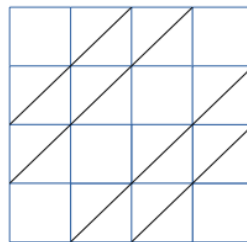
1. Джерри написал на листе палиндром из букв (одинаково читается слева направо и справа налево). Пробежавший мимо Том порвал когтями его на пять частей. Эти части перемешались, и получилось: MS, SU, US, MUS, UMM. Приведите пример исходного палиндрома.

Решение. SU MS UMM US MUS (SUM SUMMUS MUS по-латыни означает «я сильнейшая мышь»).

2. Гномы ушли работать, а Белоснежка скучает. Она выложила на стол кучку из 36 камней. Каждую минуту Белоснежка разбивает одну из имеющихся кучек на две, а затем добавляет в одну из них новый камень. Через некоторое время у неё стало семь кучек, в которых поровну камней. А сколько камней оказалось в каждой кучке?

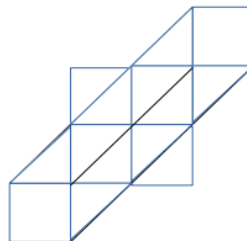
Решение. Семь кучек будет после шести ходов. После шести ходов окажется $36 + 6 = 42$ камня — значит, по 6 камней в кучке.

3. Дан бумажный квадратик 4×4 клетки. Его можно сгибать по сторонам и диагоналям клеток, а по-другому нельзя. Можно ли с помощью таких сгибов из него получить 12-угольник?



Решение. Можно, схема сгибов изображена на рисунке.

4. В некотором городе схема оплаты проезда в метро по карточке такова: первая поездка стоит 50 рублей, а каждая следующая поездка стоит либо столько же, сколько предыдущая, либо на рубль меньше. Петя потратил на несколько поездок 345 рублей, а затем на несколько следующих поездок — ещё 365 рублей. Сколько поездок он совершил?



Решение. Всего было потрачено 710 рублей. Общее количество поездок не могло быть 14 и меньше (за 14 поездок максимум можно потратить 700 рублей), но также не могло быть 17 и больше ($50 + 49 + 48 + \dots + 35 + 34 = 714$, и это минимум, который можно потратить). Поэтому выбор из двух вариантов — 15 или 16 поездок.

Заметим, что 345 рублей можно было потратить только за 7 поездок (за 8 поездок можно потратить минимум $50 + 49 + 48 + 47 + 46 + 45 + 44 + 43 = 372 > 345$, а за 6 поездок — максимум $6 \cdot 50 = 300 < 345$ рублей), причём Петя получил на эти поездки скидку 5 рублей. Эти скидки распределены по поездкам как $1 + 1 + 1 + 1 + 1$, $1 + 1 + 1 + 2$ или как $1 + 2 + 2$.

Оставшиеся поездки начинались с цены 49, 48 или 47 рублей, и было этих поездок 8 или 9. Если бы их было 9, то их наименьшая цена была $47 + 46 + 45 + 44 + 43 + 42 + 41 + 40 + 39 = 387 > 365$.

Ответ: 15 раз.

5. В круг встало 7 человек, каждый из которых либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт, либо приезжий, который чередует правду и ложь.

Первый и второй хором сказали: «Среди нас ровно 1 лжец»,

второй и третий: «Среди нас ровно 2 рыцаря»,

третий и четвёртый: «Среди нас ровно 3 лжеца»,

⋮

шестой и седьмой: «Среди нас ровно 6 рыцарей»,

седьмой и первый: «Среди нас ровно 7 лжецов».

Кто из них кто?

Решение. Если все 7 фраз — ложь, то все лгали, значит все — лжецы, а тогда 7 и 1 сказали правду. Значит, хотя бы одна фраза — правда. С другой стороны, правдивых фраз не больше 2 (одна — про лжецов, другая — про рыцарей). Т. е. рыцарей либо 0, либо 1, но последнее невозможно, т. к. все сказали, что рыцарей больше 1. Значит рыцарей нет, однако кто-то сказал правду. Значит, правдива была фраза про лжецов, и сказали ее два приезжих. Отсюда 5 и 6 — приезжие, а все остальные — лжецы

6. Когда ребёнок родился, его родителям ещё не исполнилось 40 лет, однако они уже были совершеннолетними. Когда ребёнку исполнилось 2 года, возраст ровно одного из родителей делился на 2; когда ему исполнилось 3 года, возраст ровно одного из родителей делился на 3, и т. д. А сколько лет могла продолжаться такая закономерность?

Решение. Условие означает, что в момент рождения ребёнка возраст ровно одного из родителей делился на 2, возраст ровно одного из родителей — на 3, и т. д. (до тех пор, пока продолжалась эта закономерность).

Пусть одному из родителей 24 года, а другому 35 лет. Тогда эта закономерность могла продолжаться до исполнения 8 лет. Дальше закономерность обязательно ломается. В самом деле, допустим, что ребёнку исполнилось 9 лет, а закономерность продолжается. Тогда в момент рождения ребёнка ровно одному из родителей чётное число лет, ровно одному — кратное 3, ровно одному — кратное 6, ровно одному — кратное 8 и ровно одному — кратное 9. Так это один и тот же родитель, и ему должно быть не менее 72 года, т. е. он староват.

7. В фирме работают несколько сотрудников с суммарной месячной зарплатой 10 000 долларов. Добрый менеджер предлагает всем, у кого зарплата до 500 долларов, утроить её, а остальным повысить на 1000

долларов, тогда суммарная зарплата станет равной 24 000 долларам. Злой менеджер предлагает всем, у кого зарплата больше 500 долларов, снизить до 500, а остальным оставить как есть. Какой станет суммарная зарплата в этом случае?

Решение. Заметим, что прибавка, предлагаемая добрым менеджером, вдвое больше, чем величина зарплаты, предлагаемая злым менеджером (это верно и для бедных сотрудников, и для богатых). Прибавка по предложению доброго менеджера равна 14 000, значит, зарплата по предложению злого менеджера — 7000.