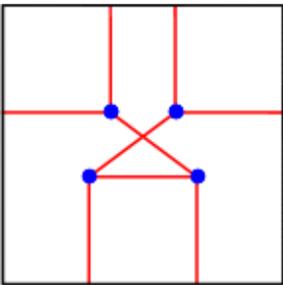




ХІХ олимпиада Юношеской математической школы  
Заочный тур (10 сентября – 10 октября 2015)

## Задания для 8 класса

*Не забывайте обосновывать свои решения!*

1. В одном городе много домов, в каждом доме поровну квартир, в каждой квартире поровну аквариумов, в каждом аквариуме поровну рыбок, у каждой рыбки поровну чешуек. Рыбок в каждом доме больше, чем чешуек в каждой квартире. А чего больше: квартир в городе или чешуек у одной рыбки? Ответ обоснуйте.
2. Влад пронумеровал клетки шахматной доски (от 1 до 64) в каком-то порядке. Гоша сделал то же самое со своей шахматной доской, но нумерация получилась другой. Может ли оказаться, что клетки доски Влада соединены ходом коня тогда и только тогда, когда клетки доски Гоши с теми же номерами соединены ходом короля?
3. Екатерина назвала Андрею некоторое целое число. Докажите, что Андрей сможет выписать на доске 10 последовательных целых чисел, а затем стереть одно из них, так что сумма девяти оставшихся будет равняться числу Екатерины.
4. Внутри квадрата отмечены четыре точки и проведены девять отрезков (см. рисунок). Длины всех отрезков равны 1. Отрезки, проведённые от точек к сторонам квадрата, перпендикулярны им. Найдите длину стороны квадрата.
5. Известно, что делители всякого «неквadratного» числа можно разбить на пары так, чтобы произведения делителей в каждой паре были равными. Например,  $18=1\cdot 18=2\cdot 9=3\cdot 6$ . А существуют ли «неквadratные» числа, все делители которых можно разбить на тройки так, чтобы произведения делителей в каждой тройке были равными?
6. Сумма четырёх вещественных чисел равна 10, а сумма их квадратов — 30. Докажите, что некоторые два из них отличаются не более, чем на 1.
7. В охранном предприятии «ООО» работает 2015 сотрудников. Из них образовано несколько групп быстрого реагирования (по несколько человек в каждой), причём любые две группы имеют хотя бы одного общего сотрудника. Докажите, что всех сотрудников предприятия «ООО» можно расположить вокруг Очень Охраняемого Объекта по окружности длины 1 км таким образом, чтобы любая группа быстрого реагирования была растянута вдоль этой окружности не менее чем на  $1/3$  км (то есть чтобы никакую группу быстрого реагирования нельзя было целиком покрыть дугой длины меньше  $1/3$  км).

Оформление работы. На первой (белой) странице тетради напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес с индексом и телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите его (разборчиво!). Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Условия задач переписывать не нужно. Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Помните, что решение задачи должно включать не только правильный ответ, но и полное обоснование этого ответа.

Как сдать решения олимпиады:

- а) с 1 по 10 октября с 16:00 до 20:00 по рабочим дням сдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- б) отправить до 10 октября свою работу по почте (указав номер Вашего класса на конверте):  
198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ;
- в) до 10 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>

Результаты проверки работы будут сообщены в школу в середине ноября. Тогда же они будут доступны на сайте ЮМШ.

Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. (+7 812) 573-97-32.