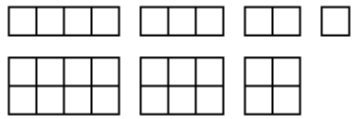
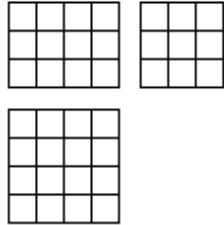




XIX олимпиада Юношеской математической школы
Заочный тур (11 сентября – 10 октября 2015)

Задания для 7 класса

Не забывайте обосновывать свои решения!

1. Можно ли составить из цифр от 1 до 9 (использовав каждую по одному разу) четыре числа, одно из которых делится на 16, другое на 17, третье — на 18, а четвёртое — на 19?
2. Коле на день рождения подарили набор из 10 прямоугольников (см. рисунок). Один из них он потерял, а из остальных собрал квадрат. Какой из прямоугольников мог потерять Коля? Укажите все возможные варианты и докажите, что других нет.

3. Влад пронумеровал клетки шахматной доски (от 1 до 64) в каком-то порядке. Гоша сделал то же самое со своей шахматной доской, но нумерация получилась другой. Может ли оказаться, что клетки доски Влада соединены ходом коня тогда и только тогда, когда клетки доски Гоши с теми же номерами соединены ходом короля?

4. На доске были написаны 10 последовательных четырёхзначных чисел. Затем их стёрли, заменив каждое из них на его наименьший простой делитель. Докажите, что теперь на доске есть число, большее 10.
5. Число 2015 разбили на 12 слагаемых, после чего выписали все числа, которые можно получить, сложив некоторые из этих слагаемых (от одного до девяти). Какое минимальное количество чисел могло быть выписано?
6. Даны 2 кучки по 50 камней. Играют трое: первый игрок может за свой ход взять 1 камень из одной кучки и 5 из другой, второй игрок — 2 и 6, третий — 3 и 7. Игра заканчивается, когда кто-то не сможет сделать ход. Может ли оказаться так, что последним ходил первый игрок?
7. В стране есть дороги с односторонним движением. Король каждый день совершает прогулку по одной из дорог, не глядя на правила движения и не гуляя по одной дороге два дня подряд. Герцог же в чётный день месяца проезжает по дороге по правилам, а по нечётным — с нарушением правил (проезжать туда-обратно в течение двух дней он, в отличие от короля, может). Известно, что Герцог может путешествовать сколь угодно долго. Докажите, что король — тоже (правильно выбрав начальный город).

Оформление работы. На первой (белой) странице тетради напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес с индексом и телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите его (разборчиво!). Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Условия задач переписывать не нужно. Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Помните, что решение задачи должно включать не только правильный ответ, но и полное обоснование этого ответа.

Как сдать решения олимпиады:

- а) с 1 по 10 октября с 16:00 до 20:00 по рабочим дням сдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- б) отправить до 10 октября свою работу по почте (указав номер Вашего класса на конверте):
198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ;
- в) до 10 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>

Результаты проверки работы будут сообщены в школу в середине ноября. Тогда же они будут доступны на сайте ЮМШ. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. (+7 812) 573-97-32.