



ХІХ олимпиада Юношеской математической школы
Заочный тур (11 сентября – 10 октября 2015)

Задания для 6 класса

Не забывайте обосновывать свои решения!

1. В галактике Кин-Дза-Дза живут пацаки и чатлане. У них принято говорить правду, если в помещении присутствуют представители обеих рас, и врать среди своих. Собрались в комнате трое жителей планеты. Первый сказал: «Я пацак», и вышел из помещения. Второй сказал: «А я чатланин». Определите, кем является каждый из них. Не забудьте доказать, что другие варианты невозможны.
2. Можно ли составить из цифр от 1 до 9 (использовав каждую по одному разу) четыре числа, одно из которых делится на 36, другое на 37, третье на 38, а четвертое на 39?
3. В городе Шестиплощадный, как это следует из его названия, ровно шесть площадей. Каждая площадь соединена прямыми улицами ровно с тремя другими площадями, причем из трёх этих улиц одна проходит внутри угла, образованного двумя другими. Никакие две улицы не пересекаются (хотя и могут выходить на одну и ту же площадь). Как может выглядеть возможный план такого города?
4. Число заменяют на произведение цифр, результат — опять на произведение его цифр и так далее. Докажите, что среди четырёхзначных чисел не менее трети при помощи таких операций рано или поздно превращаются в ноль.
5. Найдите все такие четырёхзначные числа \overline{ABCD} , что $\overline{ABCD} = 78 \cdot (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD})$. Одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные буквы **тоже могут** обозначать одинаковые цифры. Горизонтальная черта над буквами означает, что речь идёт о числе, составленном из этих цифр в указанном порядке (например, \overline{ABC} — трёхзначное число из цифр А, В и С).
6. Известно, что у чисел $n-1$ и $n+1$ всего по два делителя, а у числа n — ровно четыре делителя. Чему может быть равно n ?
7. За столом сидят чукчи и алеуты, всего 298 человек. Известно, что троек подряд сидящих людей, в которых больше чукч, столько же, сколько и троек подряд сидящих, в которых больше алеутов. Какое наименьшее количество алеутов может находиться за столом?
8. На столе лежит куча из 1024 камней. За ход разрешается разбить любую из лежащих на столе куч на несколько одинаковых куч. Двое играют в игру, делая такие ходы по очереди, проигрывает тот, после хода которого на столе окажутся 1024 кучи по 1 камню. Кто выиграет при правильной игре — начинающий или его соперник?

Оформление работы. На первой (белой) странице тетради напишите печатными буквами: фамилию и имя, полный домашний адрес с индексом и телефон, класс, номер и район школы, в которой Вы учитесь. Если у Вас есть электронный адрес, укажите его (разборчиво!). Если Вы занимаетесь в математическом кружке, то укажите фамилию руководителя и место занятий кружка.

Условия задач переписывать не нужно. Решение каждой задачи начинайте с новой страницы. Помните, что решение задачи должно включать не только правильный ответ, но и полное обоснование этого ответа.

Как сдать решения олимпиады:

- а) с 1 по 10 октября с 16:00 до 20:00 по рабочим дням сдать тетрадь с решениями по адресу: Санкт-Петербург, 14 линия Васильевского острова, д 29 (можно привезти сразу несколько работ или даже работы всей школы);
- б) отправить до 10 октября свою работу по почте (указав номер Вашего класса на конверте):
198504, Ст. Петергоф, Университетский пр., д. 28, математико-механический факультет СПбГУ, ЮМШ;
- в) до 10 октября прислать работу через веб-форму на сайте ЮМШ: <http://yumsh.spbu.ru>

Результаты проверки работы будут сообщены в школу в середине ноября. Тогда же они будут доступны на сайте ЮМШ. Вопросы по условиям задач можно задавать с помощью веб-формы на сайте ЮМШ, а также по тел. (+7 812) 573-97-32.