Олимпиада Юношеской математической школы
II тур. 22 ноября 2015 года
4 класс. Основная аудитория

Решения

1. Сегодняшняя дата записывается так: 22.11.2015. А сколько других дней в этом году могут быть записаны тем же набором цифр?

Решение. Номер месяца не может начинаться с двойки, значит, он равен 11 или 12. В первом случае это 22.11, во втором 12.12 и 21.12.
Ответ: два.

2. Покажите, как разрезать шахматную доску (8×8) на несколько равных частей так, чтобы каждая белая клетка оказалась неразрезанной, а каждая чёрная — разрезанной.

Решение. Например, разрезать на квадраты 2×2, а каждый такой квадрат — на два треугольника.

3. Собрались как-то две эльфийки Илса и Елса, а также два гнома Билин и Дилин. Кто-то один из них подарил что-то их общему другу — человеку Василию, после чего каждый высказался:
— Подарком был меч.
— Я ничего не дарил!
— Илса подарила ожерелье.
— Билин подарил меч.
Известно, что эльфийки лгут, говоря о гномах, а гномы лгут, говоря о подарках. В остальных случаях все говорят правду. Определите, что было подарено и кем.

Решение. Фразу «Я ничего не дарил» не могла сказать эльфийка, значит, эту фразу сказал гном. Раз это фраза про подарок, то это ложь и именно этот гном что-то подарил Василию. Тогда фраза «Илса подарила ожерелье» — ложь, причем ее не могла сказать эльфийка. Получаем, что эту фразу сказал гном. Тогда первую и последнюю фразу сказали эльфийки. Первая истина, т.к. не про гномов, т.е. был подарен меч. Последняя про гнома, следовательно, ложь, т.е. меч подарил не Билин. Получаем, что меч подарил Дилин.

Комментарий. Подразумевается, что все (независимо от того, говорят они правду или лгут) произносят грамматически корректные фразы – например, эльфийка не может говорить о себе в мужском роде. Заранее объявлять детям это не нужно, но на вопросы отвечать.

4. У группы малышей в детском саду 90 зубов на всех. У любых двух малышей вместе не больше 9 зубов. Какое наименьшее количество малышей может быть в группе?

Решение. Если у всех детей меньше 5 зубов, то детей не меньше 90/4, т.е. не меньше 23.
Если у одного ребёнка ровно 5 зубов, то у остальных не более 4, и детей не меньше 1+85/4, т.е. тоже не меньше 23.
Если у кого-то из детей от 6 до 9 зубов, то у остальных не более трёх, и детей больше, чем 81/3=27.
Таким образом, детей в любом случае не менее 23.
Примеры на 23 существуют (например, $5+1+21\cdot 4$ или $2+22\cdot 4$).

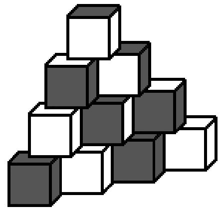
4 класс. Выводная аудитория

Решения

5. Даны девять натуральных чисел. Первое записано только единицами, второе — только двойками, …, девятое — только девятками. Может ли одно из этих чисел равняться сумме всех остальных?

Решение. Нет, поскольку в таком случае сумма всех чисел должна быть чётной, а она нечётна. Возможен также перебор по последней цифре.

6. Денис покрасил некоторые грани своих кубиков в серый цвет. Вова отобрал 10 кубиков так, чтобы все они отличались по раскраске, после чего сложил их, как показано на рисунке. Сколько всего белых граней у верхнего кубика?



Решение. Для начала нужно перечислить все возможные варианты окраски куба. Их всего 10, а это значит, что все они встречаются. Заметим, что кубик вида «две противоположных грани серые, остальные белые» с любой стороны выглядит одинаково (как верхний кубик). Других кубиков, у которых видны две белых грани и одна чёрная, на картинке нет. Значит, это он и есть. У него 4 белых грани.

7. На костюмированном балу присутствовало 20 человек. В каждом танце участвовало двое. Оказалось, что одиннадцать из них танцевали с тремя партнёрами, один — с пятью и остальные восемь — с шестью. Докажите, что в каком-то танце участвовали дети одного пола.

Решение. Пусть это не так. Заметим, что количество танцев, которые станцевали все, кроме одного человека, кратно трём. Предположим, что этот человек, например, мальчик. Тогда количество танцев, в которых участвовали мальчики, делится на 3, а количество танцев, в которых участвовали девочки — нет. Поскольку эти количества должны совпадать, то такое невозможно.

Критерии определения победителей и призёров заключительного этапа олимпиады Юношеской математической школы, 2015-16 гг.

Каждая задача стоит 1 балл.

По 4 классу:
Победителем считается участник, решивший 6 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 4 задач.

По 5 классу:
Победителем считается участник, решивший не менее 6 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 4 задач.

По 6 классу:
Победителем считается участник, решивший 7 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 5 задач.

По 7 классу:
Победителем считается участник, решивший 7 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 5 задач.

По 8 классу:
Победителем считается участник, решивший 6 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 4 задач.

По 9 классу:
Победителем считается участник, решивший 8 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 6 задач.

По 10 классу:
Победителем считается участник, решивший 9 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 5 задач.

По 11 классу:
Победителем считается участник, решивший 7 задач.
Призёром считается участник, решивший не менее 5 задач.