

7 класс

62. На листе бумаги нарисована окружность. Можно ли провести на этом же листе 5 отрезков так, чтобы каждый из них пересекался с каждым и у каждого отрезка ровно половина его точек пересечения с другими отрезками лежала внутри окружности?

(Самойлов В.С.)

63. В тетради 96 листов. Ее страницы пронумеровали от 1 до 192 и вырвали двойной лист (т.е. вырвали лист, а тогда выпал и лист, соединявшийся с ним). На вырванных листах номера страниц образованы следующими цифрами: 0, 1, 1, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 9. Какие номера страниц были на вырванном листе? Найдите все возможные варианты и докажите, что других нет.

(Солынин А.А.)

64. Гоша смотрит на равенство: $71 \times _ + 72 \times _ + 73 \times _ + 74 \times _ = 2014$ и хочет вписать на подчеркнутые места по одной цифре так, чтобы сделать равенство верным. Объясните, почему у Гоши ничего не получится.

(Кноп К.А.)

65. Замок состоит из 81 комнаты в форме квадрата 9×9 . В некоторых стенах между соседними комнатами есть дверь (одна). Дверей наружу нет, зато в каждой комнате имеется не менее двух дверей. Докажите, что в какой-то комнате есть хотя бы три двери.

(Антипов М.А.)

66. У каждого из 777 банкиров есть несколько сейфов. На совещании Главный Олигарх выдал каждому банкиру по N

алмазов и велел разложить их по сейфам так, чтобы в каждом из сейфов лежало разное число алмазов. Главный Олигарх точно знает, что эта задача выполнима. Докажите, что банкиры могут оставить себе не более чем по два сейфа (а остальные уничтожить) так, чтобы задача Главного Олигарха по-прежнему осталась выполнимой (при том же значении N).

(Солынин А.А.)

67. Назовём число фееричным, если оно простое или раскладывается не более чем на четыре простых множителя. Вася выписал в ряд по порядку 7 последовательных трёхзначных чисел. Докажите, что можно выбрать среди них два соседних так, чтобы образованное ими шестизначное число было фееричным.

(Антипов М.А.)

68. В ряд стоят 99 человек – рыцари и лжецы (рыцари всегда говорят правду, а лжецы всегда лгут). Каждый из них произнес одну из двух фраз: «Слева от меня рыцарей вдвое больше, чем лжецов» или «Слева от меня рыцарей столько же, сколько лжецов». На самом деле рыцарей было больше, чем лжецов, а первую фразу произнесло более 50 людей. Сколько лжецов произнесли первую фразу?

(Фирдман И.А.)

69. Дано натуральное число $X < 3000$. За ход можно либо прибавить 3071, либо разделить на любое натуральное число. Докажите, что можно, сделав менее 25 ходов, вернуться к числу X .

(Антипов М.А.)