# Олимпиада ЮМШ 2014-15 года

## Условия задач

## Задачи первого (заочного) тура

## Задания для 7 класса

**15.** Разрежьте каждую фигурку по клеточкам на три равных части. (Чёрная клетка в фигурку не входит.)

*(Кноп К.А.)*

**16.** Сто вкладчиков акционерного общества «ФФФ» пришли за своими деньгами. Каждый вкладчик может обратиться в одну из четырёх касс. При этом известно, что:

- В первой кассе вкладчикам выдадут деньги только в том случае, если туда обратится меньше людей, чем в любую другую кассу.
- Во второй кассе вкладчикам выдадут деньги, если туда обратится меньше вкладчиков, чем в первую.
- В третьей кассе выдадут деньги, если туда обратится не больше 33 человек.
- В четвертой кассе выдадут деньги, если в каждую из остальных касс обратится хотя бы по одному вкладчику, и всем им откажут.

Какое максимальное количество вкладчиков «ФФФ» смогут получить свои деньги?

*(Фирдман И.А.)*

**17.** Барон Мюнхгаузен так рассказывал о своих охотничьих подвигах: «Пошли мы вшестером стрелять уток. Поскольку я каждой пулей убивал навылет несколько уток, то и настрелял в итоге больше, чем все остальные, вместе взятые. А когда пошли домой, то четверо отдали некоторых своих уток двоим, настрелявшим меньше, и в результате все несли на себе равное число уток.» Не хвастает ли барон?

*(Кноп К.А.)*

**18.** См. задачу №11.

**19.** Андрюша нарисовал карту из нескольких городов и дорог между ними (дорог получилось не менее двух, каждая дорога соединяет различные города). На каждом городе он написал, сколько дорог из него выходит. Могло ли получиться так, что на этой карте нет двух дорог с совпадающими наборами чисел на концах?

*(Солынин А.А.)*

**20.** Миша выписал все остатки от деления некоторого числа $N$ на 120, 121, 122, ..., 160. При этом оказались выписаны в каком-то порядке все числа от 43 до 83. Докажите, что $N$ составное.

*(Антипов М.А.)*

**21.** Из 100 монет $k$ фальшивых (они легче настоящих и весят одинаково). Есть двухчашечные весы без гирь. За каждое взвешивание на них необходимо заплатить монету (оплата производится перед каждым взвешиванием), но эта монета не обязана быть настоящей. При каком наибольшем $k$ можно гарантированно выявить настоящую монету, оставив её у себя (т.е. не использовав в качестве оплаты)?

*(Солынин А.А.)*

## Задания для 8 класса

**22.** В классе поровну девочек и мальчиков. На 8 марта каждый мальчик подарил каждой девочке по розе, на 14 февраля каждый мальчик подарил шести девочкам по лилии. А ещё мальчики подарили классной руководительнице на день рождения девять хризантем. Сколько человек учится в классе, если всего было подарено 256 цветочков?

*(Маслова М.В.)*

**23.** Может ли число, состоящее из пяти нечётных цифр, делиться на 101?

*(Кноп К.А.)*

**24.** Имеются четыре красных, четыре синих и три зелёных «доминошки» (прямоугольники 1×2), а также один красный, один синий и один зелёный квадратики 1×1. Сложите из них квадрат 5×5 так, чтобы части, имеющие одинаковый цвет, не касались даже углами.

*(Кноп К.А.)*

**25.** См. задачу №19.

**26.** См. задачу №21.

**27.** См. задачу №20.

**28.** В прямоугольном треугольнике $ABC$ угол $B$ – прямой, а угол $A$ равен $30°$. Пусть $BH$ – высота, а $AM$ – медиана. Точка $N$ лежит на отрезке $AC$, причём $AN = BM$, а точка $L$ симметрична $H$ относительно прямой $AB$. Докажите, что треугольник $LMN$ равносторонний.

*(Антипов М.А.)*