

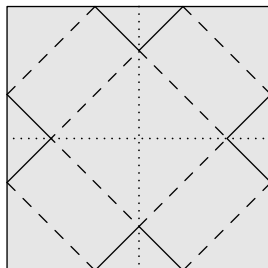
Заочный тур (25.12.2018–27.01.2018)

Задача 1. У Илья есть литровая бутылка, наполненная свежавыжатым апельсиновым соком, и 19-литровая пустая бутылка. Илья выливает половину содержимого бутылки в бутылку, после этого доливают в бутылку пол-литра воды и тщательно всё перемешивает. Эту операцию Илья проделяет суммарно 10 раз. После этого он переливает всё, что осталось в бутылке, в бутылку. Какова доля апельсинового сока в получившемся напитке в бутылке? Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01. **Ответ.** $\frac{1}{6} \approx 0,17$.

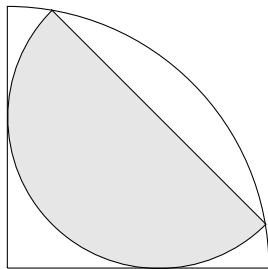
Задача 2. Анжелика хочет выбрать для своего замка на чемодане трёхзначный код. Чтобы было легче вспоминать, Анжелика хочет, чтобы все цифры в её коде шли в порядке неубывания. Сколько различных вариантов выбрать код есть у Анжелики? **Ответ.** 220.

Задача 3. Назовём натуральное число k *олимпиадным*, если у него есть два различных натуральных делителя a и b на одинаковом расстоянии от числа $k/3$ (то есть $|a - k/3| = |b - k/3|$). Сколько существует олимпиадных чисел, не превосходящих 2018? **Ответ.** 336.

Задача 4. Из квадратного листа картона складывают закрывающуюся коробку с квадратным основанием (см. рисунок). Основание размещается в центре листа так, что диагонали основания лежат на средних линиях картонного листа. Далее по сплошным линиям делаются надрезы. После этого картон сгибается по пунктирным линиям. Коробку какого наибольшего объёма можно вырезать из листа картона со стороной 100 см? Ответ дайте в см³. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01. **Ответ.** $\left(\frac{100\sqrt{2}}{3}\right)^2 \cdot \frac{50\sqrt{2}}{3} \approx 52378,28$.



Задача 5. Внутри четверти круга вписан полукруг так, как показано на рисунке. Найдите отношение площади полукруга к площади четверти круга. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01. **Ответ.** $\frac{2}{3} \approx 0,67$.



Задача 6. Число x таково, что $\log_2(\log_4 x) + \log_4(\log_8 x) + \log_8(\log_2 x) = 1$. Найдите значение выражения $\log_4(\log_2 x) + \log_8(\log_4 x) + \log_2(\log_8 x)$. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01. **Ответ.** $\frac{5}{3} - \log_4 3 \approx 0,87$.