

Ответы на задания отборочного этапа олимпиады школьников

«Ломоносов» по предпринимательству

8 – 9 класс

задание	балл
№1	15
№2	15
№3	15
№4	15
№5	20
№6	20

8-9 класс, задача

Вар.1 Определить сумму коэффициентов a и b линейной возрастающей функции $f(x) = ax + b$, если $f(f(a)) = a$ и $f(f(b)) = b$.

Решение.

Первое условие: $f(f(a)) = f(a \cdot a + b) = f(a^2 + b) = a(a^2 + b) + b = a$.

Второе условие: $f(f(b)) = f(a \cdot b + b) = f((a + 1)b) = ab(a + 1) + b = b$.

Получаем, что $ab(a + 1) + b = b$. Имеем, что $ab(a + 1) = 0$.

Получаем, что

1. Если $a = 0$, тогда из первого уравнения $b = 0$, следовательно $f(x) = 0$ - не подходит.

2. Если $b = 0$, тогда из первого уравнения $a^3 - a = 0$, следовательно $a = 0$ или $a = 1$. Получаем, что $f(x) = 0$ или $f(x) = x$ - подходит.

3. Если $a = -1$, тогда из первого уравнения $-(1 + b) + b + 1 = 0$ получаем, что b - любое, значит $f(x) = -x + b$ - не подходит

Ответ: 1

Вар.2 Определить сумму коэффициентов a и b линейной функции $f(x) = ax + b$, если $f(f(\frac{1}{a})) = b$ и $f(f(b)) = b$.

Ответ: -2

Вар.3 Определить сумму коэффициентов a и b линейной убывающей функции $f(x) = ax + b$, если $f(f(a)) = b$ и $f(f(b)) = b$.

Ответ: -2

Вар.4 Определить сумму коэффициентов a и b линейной убывающей функции $f(x) = ax + b$, если $f(f(a)) = b$ и $f(f(b)) = a$.

Ответ: -2

8-9 класс, задача 2

Вар.1 Найти количество целых корней системы:
$$\begin{cases} \sqrt{2x+3} > -x; \\ x^2 < 101. \end{cases}$$

Решение.

ОДЗ: $2x + 3 \geq 0$, значит $x \geq -1.5$.

Первый случай (т.к. левая часть всегда неотрицательна, а правая часть меняет знак, рассмотрим случай, когда правая часть отрицательна): $x \in (0, +\infty)$ неравенство будет справедливо.

Второй случай (положительные части):

Пусть $x \in [-1.5, 0]$, следовательно $2x + 3 > x^2$. Решая последнее неравенство получаем, что $x \in (-1, 0]$.

В итоге получаем, что $x \in (-1, +\infty)$. Пересекая с $x^2 < 101$ получаем ответ.

Ответ: 11

Вар.2 Найти количество целых корней системы:
$$\begin{cases} \sqrt{3x+10} > -x; \\ x^2 < 101. \end{cases}$$

Ответ: 12

Вар.3 Найти количество целых корней системы:
$$\begin{cases} \sqrt{x+6} > -x; \\ x^2 < 26. \end{cases}$$

Ответ: 7

Вар.4 Найти количество целых корней системы:
$$\begin{cases} \sqrt{3x+1} > -2x; \\ x^2 < 26. \end{cases}$$

Ответ: 6

8-9 класс, задача 3

Вар.1 При цене кофе 150 рублей за чашку кофейня продавала 85 чашек в день. После предоставления скидки 10% продажи увеличились на 20%. Считая зависимость спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 90 руб.

Решение.

$y = ax + b$ - линейная функция, где x - цена, y - количество продаж, a и b - коэффициенты.

Первое условие: $85 = 150 \cdot a + b$.

Второе условие: $85 \cdot (1 + 0.2) = 150 \cdot (1 - 0.1)a + b$.

Решаем систему:

$$85 = 150 \cdot a + b;$$

$$102 = 135 \cdot a + b.$$

Находим, что

$$a = -\frac{17}{15}, b = 255$$

$$y = -\frac{17}{15} \cdot x + 255$$

$$\text{Имеем } y = -\frac{17}{15} \cdot 90 + 255 = 153.$$

Ответ: 153

Вар.2 При цене кофе 75 рублей за чашку кофейня продавала 170 чашек в день. После повышения цены на 20% продажи упали на 10%. Считая зависимость спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 90 руб.

Ответ: 153

Вар.3 При цене кофе 150 рублей за чашку кофейня продавала 80 чашек в день. После предоставления скидки 10% продажи увеличились на 10%. Считая зависимость спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 120 руб.

Ответ: 96

Вар.4 При цене кофе 102 рублей за чашку кофейня продавала 120 чашек в день. После повышения цены на 15% продажи упали на 15%. Считая зави-

симось спроса от цены чашки кофе линейной определить сколько чашек кофе будет продано за один день по цене 136 руб.

Ответ: 80

8-9 класс, задача 4

Вар.1 Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 11 до 10 часов, причем выпуск шин в день увеличился на 10%. На сколько процентов повысилась производительность станков?

Решение.

Пусть q - производительность, тогда $S = 11 \cdot q$ - количество шин до новых станков.

Пусть v - производительность (после закупок станков), тогда $(1 + 0.1) \cdot S = 10 \cdot v$ - количество шин.

Разделим первое уравнение на второе и получаем, что $1.1 = \frac{10v}{11q}$.

Выразим $\frac{v}{q}$, получаем

$$\frac{v}{q} = \frac{1.1 \cdot 11}{10} = 1.21$$

Ответ: 21

Вар.2 Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 8 до 7 часов, причем выпуск шин в день увеличился на $p\%$. Известно, что производительность станков увеличилась на 20%, определите p .

Ответ: 5

Вар.3 Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 8 до 7 часов, причем выпуск шин в день увеличился на 5%. На сколько процентов повысилась производительность станков?

Ответ: 20

Вар.4 Завод закупил новые станки для производства шин, что позволило сократить рабочий день с 11 до 10 часов, причем выпуск шин в день увеличился на $p\%$. Известно, что производительность станков увеличилась на 21%, определите p .

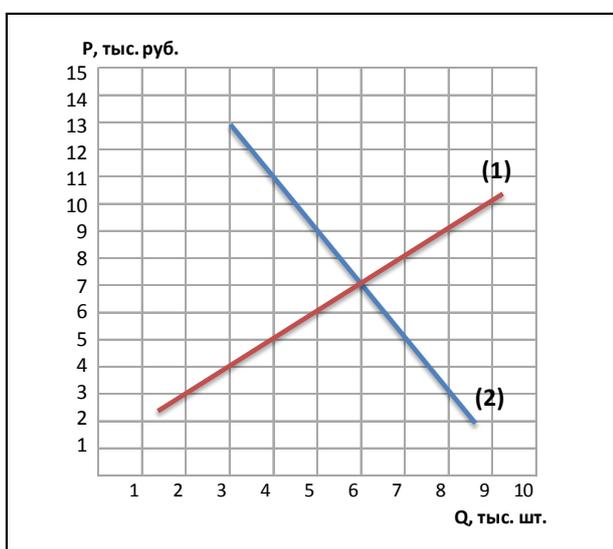
Ответ: 10

ЗАДАЧА 5

Вариант 1

На графике показаны спрос и предложение на рынке мобильных телефонов. Используя график, ответьте на вопросы.

- А) Объясните, какая линия – (1) или (2) – может соответствовать спросу, а какая – рыночному предложению.
- Б) Если на этом рынке установится равновесие, сколько будет продано мобильных телефонов и по какой цене?
- В) Сколько составит выручка продавцов мобильных телефонов на данном рынке, если рынок будет находиться в равновесии? А сколько составят расходы потребителей на покупку мобильных телефонов?



Решение: А) Линия (1) – предложение (растет с увеличением цены), линия (2) – спрос (с ростом цены убывает, что соответствует закону спроса).

Б) В равновесном состоянии будет продано 6 тыс. мобильных телефонов по цене 7 тыс. руб. за ед.

В) Выручка продавцов составит $7 \text{ тыс. руб.} \cdot 6 \text{ тыс. ед.} = 42 \text{ млн. руб.}$

Расходы потребителей тоже составят 42 млн. руб.

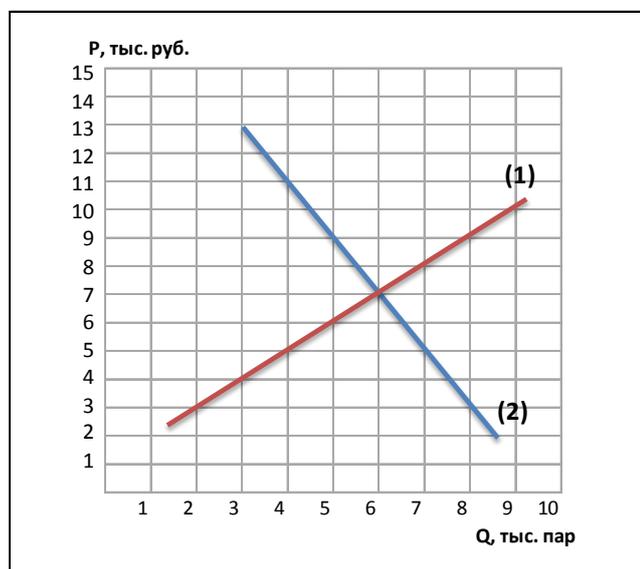
Вариант 2

На графике показаны спрос и предложение на рынке спортивной обуви. Используя график, ответьте на вопросы.

- А) Объясните, какая линия – (1) или (2) – может соответствовать спросу, а какая – рыночному предложению.

Б) Если на этом рынке установится цена 4 тыс. руб. за пару обуви, сколько будет продано обуви? А сколько обуви будут готовы купить покупатели?

В) Как называется рыночный дисбаланс, описанный в пункте (Б)? При какой цене обуви рынок придет в равновесие?



Решение: А) Линия (1) – предложение (растет с увеличением цены), линия (2) – спрос (с ростом цены убывает, что соответствует закону спроса).

Б) Если цена = 4 тыс. руб. за пару, то продавцы готовы предложить 3 тыс. пар обуви, а покупатели готовы купить 7,5 тыс. пар. Будет продано 3 тыс. пар обуви.

В) На рынке сложится дефицит в объеме 4,5 тыс. пар обуви. Рынок придет в равновесие при цене 7 тыс. руб. за пару обуви.

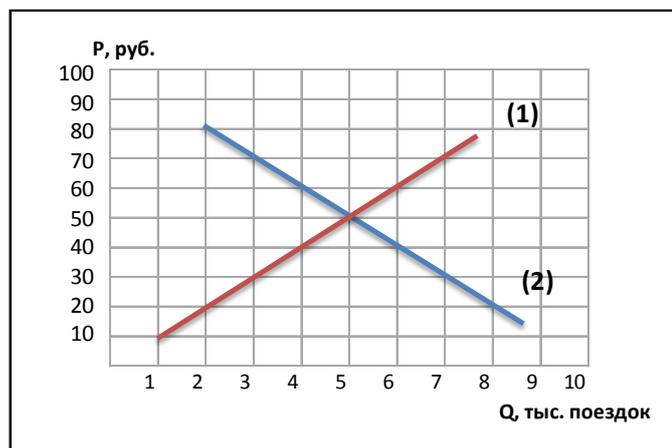
Вариант 3

На графике показаны спрос и предложение на рынке автобусных перевозок из маленького города К в крупный город М. Используя график, ответьте на вопросы.

А) Объясните, какая линия – (1) или (2) – соответствует желаниям и возможностям пассажиров, а какая – желаниям и возможностям автоперевозчиков?

Б) Если администрация города К установит «потолок цен» для автоперевозчиков на уровне 30 рублей за 1 поездку, какая ситуация сложится на рынке? Сколько пассажиров будет перевезено?

В) Сколько составит выручка автоперевозчиков при цене 30 руб. за поездку? Верно ли, что если бы этот рынок был в состоянии равновесия, то выручка была бы больше?



Решение: А) Желания и возможности пассажиров описаны линией (2) (это спрос, соответствует закону спроса), желания и возможности автоперевозчиков – линией (1) (предложение, соответствует росту издержек с ростом объема перевозок).

Б) Если администрация установила «потолок» цен, и он ниже равновесия, то плата за проезд в автобусе составит 30 руб. На рынке сложится дефицит услуг по перевозке. Объем спроса будет 7000 поездок, а предложения – только 3000 поездок. Перевезут 3000 пассажиров.

В) При этой цене выручка составит $3000 \cdot 30 \text{ руб.} = 90 \text{ тыс. руб.}$ Если бы рынок был в равновесии, то выручка составила бы $5000 \cdot 50 \text{ руб.} = 250 \text{ тыс. руб.}$ (утверждение верно).

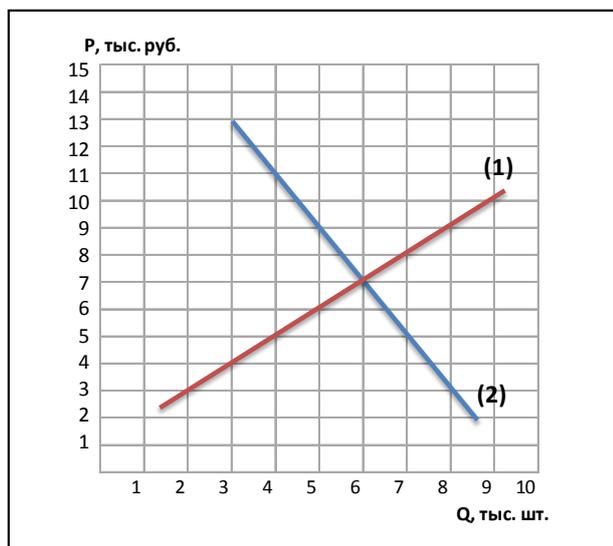
Вариант 4

На графике показаны спрос и предложение на рынке мобильных телефонов. Используя график, ответьте на вопросы.

А) Найдите величину спроса на мобильные телефоны при цене 5 тыс. руб. за телефон и при цене 9 тыс. руб. за телефон.

Б) Если на рынке установится цена 9 тыс. руб. за мобильный телефон, сколько телефонов будет продано? Совпадает ли это с количеством телефонов, которое готовы реализовать продавцы? Как называется такой дисбаланс на рынке?

В) Сколько составит выручка продавцов телефонов при цене 9 тыс. руб.? Верно ли, что если бы этот рынок был в состоянии равновесия, то выручка была бы больше?



Решение: А) Величина спроса при цене 5 тыс. руб. – 7000 телефонов, при цене 9 тыс. руб. – 5000 телефонов.

Б) Если цена составит 9 тыс. руб., будет продано только 5000 телефонов (продажи ограничены спросом). Продавцы при этом готовы реализовать 8000 телефонов. На рынке сложится избыток телефонов.

В) При цене 9000 руб. будет продано 5000 телефонов, выручка составит 45 млн. руб. Если бы рынок был в равновесии, то продали бы 6000 телефонов по 7000 руб., выручка была бы 42 млн. руб. (утверждение неверно).

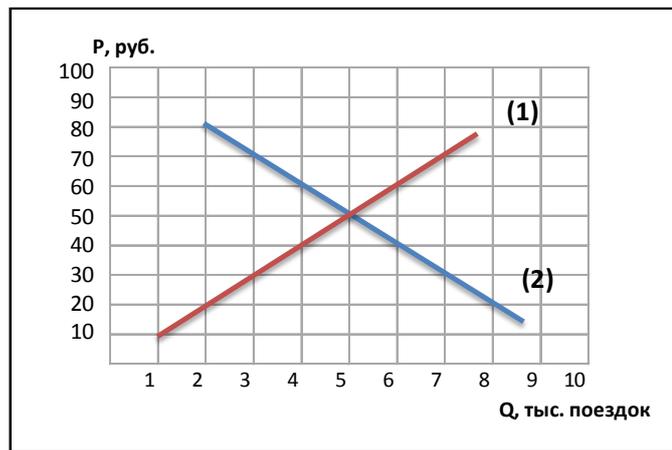
Вариант 5

На графике показаны спрос и предложение на рынке автобусных перевозок из маленького города К в крупный город М. Используя график, ответьте на вопросы.

А) Найдите величину предложения при цене поездки 60 руб. и 30 руб. Почему эти величины не совпадают?

Б) Если администрация города К установит фиксированную цену для автоперевозчиков на уровне 60 рублей за 1 поездку, какая ситуация сложится на рынке? Сколько пассажиров будет перевезено?

В) Сколько составит выручка автоперевозчиков при цене 60 руб. за поездку? Верно ли, что если бы этот рынок был в состоянии равновесия, то выручка была бы больше?



Решение: А) Величина предложения при цене 60 руб. – 6000 поездок, при цене 30 руб. – 3000 поездок. Величины не совпадают, так как с ростом производства компании несут все более высокие предельные издержки (закон убывающей предельной производительности).

Б) Фиксированная цена 60 руб. выше равновесной, на рынке сложится избыток предложения. Перевозчики будут готовы перевезти 6000 пассажиров, а пассажиры готовы оплатить только 4000 поездок. Будет перевезено 4000 пассажиров.

В) Выручка автоперевозчиков составит 60 руб. · 4000 поездок = 240 тыс. руб. Если бы рынок был в равновесии, то выручка составила бы 50 руб. · 5000 поездок = 250 тыс. руб. (утверждение верно).

ЗАДАЧА 6

Вариант 1

Два малых предприятия производят продукцию одинакового качества. На одном предприятии (ООО «Морошка») ежедневно производится 5 тыс. единиц продукции, а общие издержки составляют 100 тыс. руб. в день. На другом предприятии (ООО «Ромашка») в день производят 10 тыс. ед. такой же продукции, а общие издержки составляют 220 тыс. руб. в день.

Ответьте на вопросы:

А) На каком из предприятий производство более эффективно и почему?

Б) Если рыночная цена этой продукции составляет 21 руб. за единицу, сколько составит прибыль (или убыток) у этих предприятий?

Решение: А) Себестоимость продукции у «Морошки» $100\ 000/5000=20$ руб./ед., у «Ромашки» $220\ 000/10\ 000=22$ руб./ед. Производство более эффективно в ООО «Морошка».

Б) При цене 21 руб/ед «Морошка» получит прибыль $= (21-20) \cdot 5000=5000$ руб., «Ромашка» получит убыток $(21-22) \cdot 10000=-10000$ руб. (убыток 10 тыс. руб.).

Вариант 2

Компания «Z» производит 200 тыс. упаковок бутилированной воды в месяц, а ее общие издержки на это равны 30 млн. рублей. Ее главный конкурент (компания «X»), производящий воду такого же качества, выпускает 220 тыс. упаковок воды и тратит на это 32 млн. руб.

А) Кто из конкурентов – Z или X – является более эффективным производителем воды? Подтвердите свой ответ расчетами.

Б) Если рыночная цена воды составит 200 руб. за упаковку, кто из конкурентов получит большую прибыль? Рассчитайте и объясните.

Решение: А) Себестоимость продукции Z = 30 млн руб / 200 тыс упаковок = 150 руб/упаковку.
Себестоимость X = 32 млн руб / 220 тыс упаковок = 145 руб/упаковку. Компания X является более эффективным производителем воды.

Вариант 3

Предприниматель Лисицын заявил, что его бизнес более эффективный, чем у его конкурента Сеницына, потому что объем производства у Лисицына почти в 2 раза выше, а качество – не хуже, чем у конкурента. На этой неделе предприятие Лисицына произвело 200 единиц товара, а предприятие Сеницына – 110 единиц. Издержки производства у Лисицына составили 30 тыс. рублей, а у Сеницына – 16 тыс. рублей.

А) Прав ли Лисицын, что его бизнес более эффективный, чем у конкурента? Подтвердите свой ответ расчетами.

Б) Если рыночная цена на продукцию, которую выпускают Лисицын и Сеницын, составит 180 руб./ед., можно ли считать, что оба бизнеса эффективны? Рассчитайте и объясните.

Решение: А) Себестоимость производства у Лисицына 30 тыс руб / 200 ед = 150 руб/ед.
Себестоимость производства у Сеницына 16 тыс руб / 110 ед = 145 руб/ед. Лисицын не прав: у Сеницына эффективность выше.

Б) При цене 180 руб/ед оба бизнеса получают прибыль. Но прибыль в расчете на единицу продукции у Сеницына будет выше (он более эффективен): $180 - 145 = 35$ руб./ед., а у Лисицына только $180 - 150 = 30$ руб./ед.

Вариант 4

Компания «Z» производит 200 тыс. упаковок бутилированной воды в месяц, а ее общие издержки на это равны 30 млн. рублей. Ее главный конкурент (компания «X»), производящий воду такого же качества, выпускает 180 тыс. упаковок воды и тратит на это 26 млн. руб. Рыночная цена воды составляет 180 руб. за упаковку.

А) На каком из предприятий производство более эффективно и почему? Подтвердите ответ расчетами.

Б) Оба предприятия платят государству налог на прибыль (20% прибыли). Какая компания – Z или X – является более крупным налогоплательщиком? Рассчитайте и объясните.

Решение: А) Себестоимость продукции Z = 30 млн руб / 200 тыс упаковок = 150 руб/упаковку. Себестоимость X = 26 млн руб / 180 тыс упаковок = 144 руб/упаковку. Компания X является более эффективным производителем воды.

Б) Прибыль Z = (180-150)·200 тыс упаковок = 6 млн. руб., прибыль X = (180-144)·180 тыс упаковок = 6,4 млн. руб. Налог на прибыль для компании Z = 6·20%=1,2 млн. руб., для компании X = 6,4·20%=1,28 млн. руб. Компания X – более крупный налогоплательщик.

Вариант 5

Предприниматель Иванов в прошлом месяце произвел 5000 единиц продукции и израсходовал на производство 180 тыс. рублей. Вся продукция была продана по 50 руб. за единицу. Его главный конкурент – предприниматель Петров – произвел 4900 единиц такой же продукции и затратил 170 тыс. рублей. Вся продукция Петрова тоже была продана по 50 рублей за единицу. Ответьте на вопросы.

А) У кого из предпринимателей – Иванова или Петрова – более эффективный бизнес и почему?

Б) Предприниматель Петров считает, что у него налог на прибыль (ставка 20% прибыли) составит большую сумму, чем у Иванова, хотя объем производства у Иванова больше. Верно ли это? Рассчитайте и объясните.

Решение: А) Себестоимость производства у Иванова 180 тыс руб / 5000 ед = 36 руб/ед., а у Петрова 170 тыс руб / 4900 ед = 35 руб/ед. Бизнес у Петрова более эффективен.

Б) Прибыль у Иванова составит (50-36)·5000=70 тыс. руб., налог с нее будет 70·20%=14 тыс. руб. У Петрова прибыль (50-35)·4900=75 тыс. руб., налог с нее 75·20%=15 тыс. руб.

Верно, что у Петрова налог выше, хотя объем производства меньше (налог берется с прибыли, то есть более эффективный производитель больше заплатит с единицы продукта).