

## Заочный тур для 10-11 классов

- 1) Астроном на Земле в течение нескольких дней наблюдает комету на небесной сфере. Какой может оказаться траектория движения этой кометы относительно Солнца?
  - А) Комета будет двигаться строго по прямой.
  - Б) Траектория движения будет довольно сложной кривой, полученной наложением двух движений: кометы и Земли.
  - В) Траектория движения всегда представляет собой часть эллипса.
  - Г) Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы.
  - Д) **Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы, либо часть гиперболы.**
  
- 2) Как нагревают воду космонавты на Международной космической станции?
  - А) С помощью обычного чайника.
  - Б) В герметичном котле с помощью газовой горелки.
  - В) **В специальной печи при помощи электромагнитных волн.**
  - Г) Вливая тонкой струйкой концентрированную серную кислоту в сосуд с водой и используя тепло, выделяемое при этой реакции.
  - Д) Космонавты берут с собой в полет запас горячей воды с Земли в термосах.
  
- 3) Почему скафандры космонавтов для работы в открытом космосе имеют серебристый цвет?
  - А) **Такие скафандры лучше отводят падающее солнечное излучение (меньше нагреваются).**
  - Б) Такие скафандры лучше защищают космонавтов от гамма-лучей.
  - В) Чтобы создать атмосферу праздника на Международной космической станции.
  - Г) Это неверно, такие скафандры бывают и других цветов (оранжевый, красный).
  - Д) Чтобы цвета скафандров не создавали ассоциаций с цветами флагов государств.
  
- 4) Выполняются ли закон Паскаля и закон Архимеда на борту Международной космической станции?
  - А) Науке это пока неизвестно! У космонавтов нет времени на проверку всех законов!
  - Б) Оба закона справедливы.
  - В) **Закон Паскаля справедлив, а закон Архимеда нет.**
  - Г) Закон Архимеда справедлив, а закон Паскаля нет.
  - Д) Оба закона не выполняются.
  
- 5) Все планеты в Солнечной системе движутся по эллипсам. Почему же тогда на звездных картах изображают только путь движения Солнца относительно Земли – эклиптику, и не изображают пути движения других планет?
  - А) Положение эклиптики относительно звезд меняется очень медленно, а путь планет, наоборот, перемещается по всей звездной карте. Поэтому изображать его бесполезно.
  - Б) На некоторых картах эти пути изображают, а на некоторых – нет, чтобы не загромождать карты.
  - В) **Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) близки к эклиптике.**
  - Г) Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) с точки зрения земного наблюдателя совпадают с небесным экватором.
  - Д) Потому, что планеты не меняют своего положения на небесной сфере.
  
- 6) Как отводится тепло с борта Международной космической станции?

- А) Нагретый воздух периодически сбрасывается в космическое пространство через специальный клапан.
- Б) Охлаждающая система постоянно проводит эндотермические химические реакции.
- В) Никакой специальной системы не нужно – станция охлаждается сама, поскольку за бортом станции очень холодно.
- Г) С помощью тепловой панели, установленной на стене станции и излучающей тепло в космическое пространство.**
- Д) С помощью обычной форточки.
- 7) В каких точках на поверхности Земли можно наблюдать на небесной сфере южный полюс мира?
- А) Во всех точках, находящихся южнее северного полярного круга (и только в них).
- Б) Во всех точках, находящихся южнее северного тропика (и только в них).
- В) Во всех точках, находящихся южнее экватора (и только в них).**
- Г) Во всех точках, находящихся южнее южного тропика (и только в них).
- Д) Во всех точках самого южного материка – в Антарктиде (и только в них).
- 8) Астроном наблюдает восход Солнца на южном полюсе. В какой момент Земля пройдет точку равноденствия?
- А) В тот момент, когда он увидит верхний край Солнца.
- Б) В тот момент, когда он увидит центр Солнца.
- В) В тот момент, когда он увидит все Солнце целиком.
- Г) Немного ранее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).
- Д) Немного позднее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).**
- 9) Можно ли в космическом пространстве вдали от планет увидеть человеческим глазом радугу?
- А) Нет, это невозможно, потому что нет среды, где свет может преломиться или отразиться.**
- Б) Да, это настолько же частое явление, как и на Земле
- В) Можно, если использовать два пересекающихся направленных пучка лучей.
- Г) Можно, если смотреть в направлении от Солнца.
- Д) Можно, но только вблизи двойных, примерно одинаковых по массе и размерам, звезд.
- 10) Может ли спутник, двигаясь по орбите в системе двух тел Земля-Луна, стать неподвижным относительно центра Земли (точнее, относительно барицентра системы Земля-Луна)?
- А) Да, если спутник находится в точке либрации.**
- Б) Нет, это невозможно.
- В) Таких примеров много: все спутники связи на геостационарной орбите неподвижны относительно Земли.
- Г) Да, все навигационные спутники неподвижны относительно Земли.
- Д) Да, но только на короткий период времени 5 – 10 минут.

## ЗАДАЧА 1

### Текст задачи.

*Я понял только, что Комову позарез нужны данные относительно игрек-фактора для двуноormalьного гуманоида с четырехэтажным индексом, состоящим в общей сложности из девяти цифр и четырнадцати греческих букв.*  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».

Переданные из Центрального информатория данные (восемь натуральных, не обязательно различных чисел) были зашифрованы в виде уравнения

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_8.$$

Восстановите код, если известно, что  $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_8$ .

В ответ запишите все числа подряд без пробелов и запятых от первого до восьмого. Если ответов несколько, разделите эти ответы между собой пробелами.

**Конец текста задачи.**

Ответ: 11111223 11111128

## ЗАДАЧА 2

### Текст задачи.

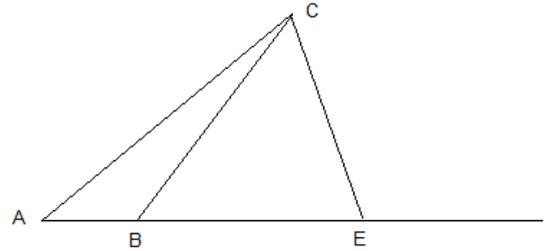
*Том опять остановился.*

*Я раздражено ткнул пальцем в клавишу контрольного вызова.*

*Сигнал задержки сейчас же погас и вспыхнул рубиновый огонек:  
«У нас все в порядке, выполняем задание. Нет ли новых указаний?»*

*Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».*

Строительный робот Том движется по маршруту  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . Из-за сбоя программы в точке В он не повернул к точке С, а продолжил ехать прямо, проехав от точки В расстояние в два раза большее АВ и остановился в точке Е. Получив команду на исправление маршрута, Том тут же повернул к точке С. На какой угол повернул Том в точке Е, если угол  $BAC = 45^\circ$ , а угол  $BCA = 15^\circ$ . В ответ запишите число градусов.



### Конец текста задачи.

**Решение:** Угол ABC равен 120 градусов, угол CBE 60. На отрезке BC отметим точку O так, что  $BO=AB$ . Тогда треугольник AOB равнобедренный, углы BAO и BOA по 30 градусов. Тогда угол OAC равен 15 градусов, т.е. треугольник AOC тоже равнобедренный, т.е.  $AO=OC$ . Отметим точку D на середине отрезка BE. Тогда треугольник OBD равнобедренный с углом 60 при вершине, т.е. равносторонний, т.е.  $OD=BD=DE$ . Тогда треугольники ODE и OBA равны, т.е. угол DEO равен 30 градусов, а  $OE=OA$ . Тогда треугольник AOE равнобедренный, угол AOE равен 120 градусов. Угол AOC= $180-15-15=150$  градусов. Тогда угол EOC= $90$ . Кроме того,  $OE=OC$ , т.е. треугольник EOC равнобедренный, а значит, угол OEC равен 45. Искомый угол AEC= $AEO+OEC=30+45=75$ .

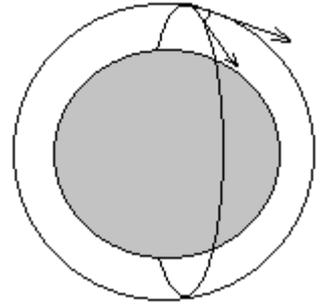
**Ответ:** 75.

### ЗАДАЧА 3

#### Текст задачи.

*Мы принялись обшаривать околопланетное пространство.  
И вот два часа назад пришло сообщение, что он, наконец, обнаружен.  
Спутник-автомат, что-то вроде вооруженного часового.  
Судя по некоторым деталям конструкции, его установили здесь Странники.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».*

Искусственный спутник массой  $m$  кг движется вокруг планеты по круговой орбите радиусом  $R = 6700$  км. В результате маневра, осуществленного с помощью кратковременной работы бортового навигационного двигателя, плоскость орбиты спутника повернулась на угол  $\alpha = 40^\circ$ , а радиус орбиты не изменился. Каков модуль вектора  $\overline{\Delta p}$  изменения импульса спутника, произошедшего при этом маневре? Массу планеты примите равной  $M = 6 \cdot 10^{24}$  кг, а гравитационную постоянную  $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>/кг<sup>2</sup>. Ответ приведите в кг·м/с, округлив до целых.



#### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $m$  выбирается от 100 до 200 кг с шагом 10 кг.

**Решение.** По второму закону Ньютона уравнение движения спутника орбите радиусом  $R$  имеет вид  $\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$ . Отсюда скорость движения спутника по орбите  $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ , а

модуль его импульса  $p_0 = m\sqrt{\frac{GM}{R}}$ . По теореме косинусов,  $\Delta p = 2p_0 \sin \frac{\alpha}{2}$ .

**Ответ:**  $\Delta p = 2m\sqrt{\frac{GM}{R}} \sin \frac{\alpha}{2}$

Расчетная формула  $|\Delta p| = 5298,5532767 \cdot m$ .

## ЗАДАЧА 4

### Текст задачи.

*Планета невидимок.*

*Да, наверное, любопытные вещи можно было бы здесь увидеть,  
если бы Комов разрешил запустить сторожа-разведчика.*

Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Какой максимальной массой  $m_{max}$  может обладать космический зонд сферической формы радиусом  $r$  м, чтобы он мог плавать в атмосфере исследуемой планеты? Примите, что атмосфера состоит из газа со средней молярной массой  $M = 44$  г/моль., причем давление у поверхности  $p_0 = 9$  МПа, а температура  $t = 527^\circ$  С. Универсальная газовая постоянная  $R = 8,3$  Дж/(моль·К). Ответ приведите в килограммах, округлив до двух знаков после запятой.

### Конец текста задачи.

Варьируемый параметр  $r$ . Диапазон изменения от 0,1 до 0,2 м с шагом 0,01 м.

**Решение.** По закону Архимеда зонд будет плавать при выполнении условия  $mg = \rho g V$ , где

$g$  – ускорение свободного падения у поверхности планеты,  $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$  – плотность

атмосферы планеты,  $T = t + 273$  К – абсолютная температура атмосферы,  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  – объем зонда.

**Ответ:**  $m_{max} = \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{p_0 M}{RT}$ .

Расчетная формула  $m_{max} = 249,76656 \cdot r^3$ .

## ЗАДАЧА 5

### Текст задачи.

— Лева спит, — говорю я.  
— У нас тут сейчас ночь, вернее, ночное время бортовых суток.  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Летательный аппарат вращается вокруг планеты по круговой орбите. Примем планету за материальную точку, расположенную в точке  $O(0,0,0)$ , радиус орбиты  $R = 1$ , а плоскость орбиты совпадающей с плоскостью  $Oxy$ . Известно, что аппарат ориентирован так, что его солнечные батареи (два прямоугольника) в каждый момент времени расположены в плоскости, содержащей луч  $AO$  ( $A$  – точка, в который находится



центр масс аппарата) и перпендикулярной плоскости орбиты. При этом стороны прямоугольников параллельны лучам  $AO$  и  $Oz$ . Будем считать, что солнце находится настолько далеко от планеты, что вектор, направленный на солнце одинаков во всех точках орбиты. Известно, что он имеет координаты  $\vec{s} = (1, y, 1)$ . В какой точке орбиты энергия  $E$ , вырабатываемая солнечными батареями, максимальна? Примите, что  $E = k \sin \alpha$ , где  $\alpha$  – угол падения солнечных лучей на батарею, а  $k$  – константа. Солнечные батареи считайте односторонними, а направление вращения аппарата:  $(0,1,0) \rightarrow (1,0,0) \rightarrow (0,-1,0) \rightarrow (-1,0,0) \rightarrow \dots$ . В ответе укажите тангенс угла между векторами  $\overrightarrow{OA}$  и  $(1,0,0)$ , округлив его до 2 знаков после запятой.

**Конец текста задачи.**

Варьируемый параметр  $y$  выбирается от 1 до 5 с шагом 1.

**Ответ:** Ток максимален тогда, когда максимален угол между вектором  $\vec{s}$  и плоскостью батарей, т.е. когда минимален угол между вектором  $\vec{s}$  и вектором  $\vec{n}$  нормали к плоскости батарей. Пусть  $\varphi$  - угол между векторами  $(1,0,0)$  и  $\overrightarrow{OA}$ , измеряемый от первого вектора ко второму против часовой стрелки (полярный угол). Тогда  $\overrightarrow{OA} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$ , а  $\vec{n} = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$ . Угол между вектором  $\vec{s}$  и вектором  $\vec{n}$  минимален тогда, когда максимально их скалярное произведение

$$(\vec{s}, \vec{n}) = \sin \varphi - y \cos \varphi \rightarrow \max \Leftrightarrow \cos \varphi + y \sin \varphi = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{y}.$$

Ответ проверяется автоматически подстановкой в формулу  $-\frac{1}{y}$ .

## ЗАДАЧА 6

### Текст задачи.

*А сейчас ответь мне: что вверху?  
Ты вчера сказал: звезды. Что такое звезды?  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Двойная звезда, разрешаемая только с помощью телескопа, состоит из двух компонент. Одна ярче другой в 2,5 раза. Самая яркая компонента имеет визуальную звездную величину равную 0. Какова визуальная звездная величина этой системы при наблюдении невооруженным глазом? Ответ округлите до двух знаков после запятой.

### Конец текста задачи.

**Ответ:** -0,36 или -0,37 (оба числа допускаются).

**Решение:** Пусть  $m_1, m_2, m_\varepsilon$  – звездные величины первой (более яркой) звезды, второй звезды и двойной звезды соответственно, а  $L_1, L_2, L_\varepsilon = L_1 + L_2$  – светимости объектов в визуальном диапазоне. Тогда  $m_1 = 0$ , а

$$m_\varepsilon = m_\varepsilon - m_1 = -2,5 \log_{10} \frac{L_\varepsilon}{L_1} \approx -0,36.$$

## ЗАДАЧА 7

### Текст задачи

*Уже с порога рубки я увидел, что имеет место ЧП.  
Все три рабочих экрана на моем пульте показывали полный останов.  
Киберов кто-то увел...  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Стась задал строительному роботу программу для выполнения работ. В частности, программа содержала подпрограмму, задающую движение робота. Эта программа движений представляла собой строку, состоящую из чисел 1 и (-1). Движения робота проходили вдоль прямой, число 1 означало команду «сделать один шаг вправо», а число (-1) – «сделать один шаг влево». Дойдя до конца строки, робот переходил к ее началу и циклически повторял движения. Например, строка команд  $11(-1)1(-1)(-1)$  означало «два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо и т.д.».

Однако в программе произошел сбой. По неизвестным причинам (Стась подозревает, что робот перепрограммировал Малыш) в какой-то момент (этот момент не известен) робот начал удваивать число шагов с каждым тактом времени. Причем робот прочел всю строку команд; затем, как и положено, перешел к началу строки, продолжил выполнение (по-прежнему, удваивая число шагов), дошел до того такта, на котором произошел сбой, и здесь остановился.

Например, если строка команд имеет вид  $11(-1)1(-1)(-1)$ , а сбой произошел на третьем такте, то, начиная с этого такта робот двигался так: «один шаг влево, 2 шага вправо, 4 шага влево, 8 шагов влево, 16 шагов вправо, 32 шага вправо, остановка».

Пусть в момент сбоя робот находился в точке  $A$ , а в момент остановки оказался в точке  $B$ . Например, в приведенном выше примере точка  $B$  оказалась в  $-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32 = 37$  шагах правее точки  $A$ . На деле, робот оказался так далеко от строительной площадки, что Стась его не видит. Помогите Стасю найти робота! Определите, какое максимальное значение может принять длина отрезка  $AB$ .

#### Входные данные.

Вначале программа должна считать с клавиатуры натуральное число  $N$  в диапазоне от 10 до 40 – длина строки. Затем надо ввести с клавиатуры  $N$  чисел 1 или (-1).

#### Выходные данные.

Программа должна вывести одно натуральное число – максимально возможную длину отрезка  $AB$ .

Пример (вид экрана после работы программы):

Введите число N

6

Введите данные

1

1

-1

1

-1

-1

Ответ: 41.

Действительно, если сбой произошел в первый такт времени, то  $AB = |1 + 2 - 4 + 8 - 16 - 32| = 41$ . Если сбой произошел на втором такте, то  $AB = |1 - 2 + 4 - 8 - 16 + 32| = 11$ . Для третьего такта  $AB = |-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32| = 37$  (мы это уже считали). Для четвертого:  $AB = |1 - 2 - 4 + 8 + 16 - 32| = 13$ , для пятого  $AB = |-1 - 2 + 4 + 8 - 16 + 32| = 25$ , а для шестого  $AB = |-1 + 2 + 4 - 8 + 16 - 32| = 19$ . Максимальная длина равна 41.

Напишите программу на Вашем любимом языке программирования.

#### Конец текста задачи.

Ответ: загруженный программный код.

## ЗАДАЧА 8

### Текст задачи.

*Они все притворяются, будто мы уже овладели космосом, будто мы в космосе как дома. Неверно это. И никогда это не будет верно. Космос всегда будет космосом, а человек всегда остается всего лишь человеком.*  
Аркадий и Борис Стругацкие. «Мальш»

Размер наблюдаемой части космоса составляет 4 Гпк. Оцените среднюю плотность вещества в пространстве в  $\text{кг}/\text{м}^3$ , если считать, что этого вещества достаточно, чтобы наблюдаемая Вселенная оставалась гравитационно связанной. Дайте развернутый ответ.

### Конец текста задачи.

**Ответ:**  $1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

**Решение:** Свет шел от наблюдаемой границы Вселенной -  $4 \cdot 10^9 \cdot 3,26 = 1,3 \cdot 10^{10}$  лет

Считая, что расширение линейно, найдем значение постоянной Хаббла:

$$c = HR \Rightarrow H = \frac{c}{R} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{4 \cdot 10^3 \text{ Мпк}} = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$$

Скорость убегания на границе наблюдаемой Вселенной равна 2-ой космической, следовательно,

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi R^2 G \rho_{\text{кр}}} = HR \Rightarrow \rho_{\text{кр}} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3 \cdot \left(75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}\right)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$