

Заочный тур для 10-11 классов

- 1) Астроном на Земле в течение нескольких дней наблюдает комету на небесной сфере. Какой может оказаться траектория движения этой кометы относительно Солнца?
 - А) Комета будет двигаться строго по прямой.
 - Б) Траектория движения будет довольно сложной кривой, полученной наложением двух движений: кометы и Земли.
 - В) Траектория движения всегда представляет собой часть эллипса.
 - Г) Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы.
 - Д) **Траектория движения представляет собой либо часть эллипса, либо часть параболы, либо часть гиперболы.**

- 2) Как нагревают воду космонавты на Международной космической станции?
 - А) С помощью обычного чайника.
 - Б) В герметичном котле с помощью газовой горелки.
 - В) **В специальной печи при помощи электромагнитных волн.**
 - Г) Вливая тонкой струйкой концентрированную серную кислоту в сосуд с водой и используя тепло, выделяемое при этой реакции.
 - Д) Космонавты берут с собой в полет запас горячей воды с Земли в термосах.

- 3) Почему скафандры космонавтов для работы в открытом космосе имеют серебристый цвет?
 - А) **Такие скафандры лучше отводят падающее солнечное излучение (меньше нагреваются).**
 - Б) Такие скафандры лучше защищают космонавтов от гамма-лучей.
 - В) Чтобы создать атмосферу праздника на Международной космической станции.
 - Г) Это неверно, такие скафандры бывают и других цветов (оранжевый, красный).
 - Д) Чтобы цвета скафандров не создавали ассоциаций с цветами флагов государств.

- 4) Выполняются ли закон Паскаля и закон Архимеда на борту Международной космической станции?
 - А) Науке это пока неизвестно! У космонавтов нет времени на проверку всех законов!
 - Б) Оба закона справедливы.
 - В) **Закон Паскаля справедлив, а закон Архимеда нет.**
 - Г) Закон Архимеда справедлив, а закон Паскаля нет.
 - Д) Оба закона не выполняются.

- 5) Все планеты в Солнечной системе движутся по эллипсам. Почему же тогда на звездных картах изображают только путь движения Солнца относительно Земли – эклиптику, и не изображают пути движения других планет?
 - А) Положение эклиптики относительно звезд меняется очень медленно, а путь планет, наоборот, перемещается по всей звездной карте. Поэтому изображать его бесполезно.
 - Б) На некоторых картах эти пути изображают, а на некоторых – нет, чтобы не загромождать карты.
 - В) **Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) близки к эклиптике.**
 - Г) Потому, что эти пути для всех планет (кроме Плутона) с точки зрения земного наблюдателя совпадают с небесным экватором.
 - Д) Потому, что планеты не меняют своего положения на небесной сфере.

- 6) Как отводится тепло с борта Международной космической станции?

- А) Нагретый воздух периодически сбрасывается в космическое пространство через специальный клапан.
- Б) Охлаждающая система постоянно проводит эндотермические химические реакции.
- В) Никакой специальной системы не нужно – станция охлаждается сама, поскольку за бортом станции очень холодно.
- Г) С помощью тепловой панели, установленной на стене станции и излучающей тепло в космическое пространство.**
- Д) С помощью обычной форточки.
- 7) В каких точках на поверхности Земли можно наблюдать на небесной сфере южный полюс мира?
- А) Во всех точках, находящихся южнее северного полярного круга (и только в них).
- Б) Во всех точках, находящихся южнее северного тропика (и только в них).
- В) Во всех точках, находящихся южнее экватора (и только в них).**
- Г) Во всех точках, находящихся южнее южного тропика (и только в них).
- Д) Во всех точках самого южного материка – в Антарктиде (и только в них).
- 8) Астроном наблюдает восход Солнца на южном полюсе. В какой момент Земля пройдет точку равноденствия?
- А) В тот момент, когда он увидит верхний край Солнца.
- Б) В тот момент, когда он увидит центр Солнца.
- В) В тот момент, когда он увидит все Солнце целиком.
- Г) Немного ранее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).
- Д) Немного позднее того момента, когда он увидит центр Солнца (вследствие атмосферной рефракции света).**
- 9) Можно ли в космическом пространстве вдали от планет увидеть человеческим глазом радугу?
- А) Нет, это невозможно, потому что нет среды, где свет может преломиться или отразиться.**
- Б) Да, это настолько же частое явление, как и на Земле
- В) Можно, если использовать два пересекающихся направленных пучка лучей.
- Г) Можно, если смотреть в направлении от Солнца.
- Д) Можно, но только вблизи двойных, примерно одинаковых по массе и размерам, звезд.
- 10) Может ли спутник, двигаясь по орбите в системе двух тел Земля-Луна, стать неподвижным относительно центра Земли (точнее, относительно барицентра системы Земля-Луна)?
- А) Да, если спутник находится в точке либрации.**
- Б) Нет, это невозможно.
- В) Таких примеров много: все спутники связи на геостационарной орбите неподвижны относительно Земли.
- Г) Да, все навигационные спутники неподвижны относительно Земли.
- Д) Да, но только на короткий период времени 5 – 10 минут.

ЗАДАЧА 1

Текст задачи.

Я понял только, что Комову позарез нужны данные относительно игрек-фактора для двуноormalьного гуманоида с четырехэтажным индексом, состоящим в общей сложности из девяти цифр и четырнадцати греческих букв.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».

Переданные из Центрального информатория данные (восемь натуральных, не обязательно различных чисел) были зашифрованы в виде уравнения

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_8.$$

Восстановите код, если известно, что $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_8$.

В ответ запишите все числа подряд без пробелов и запятых от первого до восьмого. Если ответов несколько, разделите эти ответы между собой пробелами.

Конец текста задачи.

Ответ: 11111223 11111128

ЗАДАЧА 2

Текст задачи.

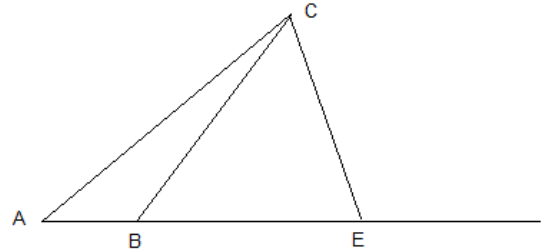
Том опять остановился.

Я раздражено ткнул пальцем в клавишу контрольного вызова.

*Сигнал задержки сейчас же погас и вспыхнул рубиновый огонек:
«У нас все в порядке, выполняем задание. Нет ли новых указаний?»*

Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».

Строительный робот Том движется по маршруту $A \rightarrow B \rightarrow C$. Из-за сбоя программы в точке B он не повернул к точке C , а продолжил ехать прямо, проехав от точки B расстояние в два раза большее AB и остановился в точке E . Получив команду на исправление маршрута, Том тут же повернул к точке C . На какой угол повернул Том в точке E , если угол $BAC = 45^\circ$, а угол $BCA = 15^\circ$. В ответ запишите число градусов.



Конец текста задачи.

Решение: Угол ABC равен 120 градусов, угол CBE 60 . На отрезке BC отметим точку O так, что $BO=AB$. Тогда треугольник AOB равнобедренный, углы BAO и BOA по 30 градусов. Тогда угол OAC равен 15 градусов, т.е. треугольник AOC тоже равнобедренный, т.е. $AO=OC$. Отметим точку D на середине отрезка BE . Тогда треугольник OBD равнобедренный с углом 60 при вершине, т.е. равносторонний, т.е. $OD=BD=DE$. Тогда треугольники ODE и OBA равны, т.е. угол DEO равен 30 градусов, а $OE=OA$. Тогда треугольник AOE равнобедренный, угол AOE равен 120 градусов. Угол $AOC=180-15-15=150$ градусов. Тогда угол $EOC=90$. Кроме того, $OE=OC$, т.е. треугольник EOC равнобедренный, а значит, угол OEC равен 45 . Искомый угол $AEC=AEO+OEC=30+45=75$.

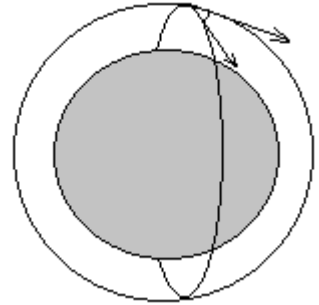
Ответ: 75.

ЗАДАЧА 3

Текст задачи.

*Мы принялись обшаривать околопланетное пространство.
И вот два часа назад пришло сообщение, что он, наконец, обнаружен.
Спутник-автомат, что-то вроде вооруженного часового.
Судя по некоторым деталям конструкции, его установили здесь Странники.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш».*

Искусственный спутник массой m кг движется вокруг планеты по круговой орбите радиусом $R = 6700$ км. В результате маневра, осуществленного с помощью кратковременной работы бортового навигационного двигателя, плоскость орбиты спутника повернулась на угол $\alpha = 40^\circ$, а радиус орбиты не изменился. Каков модуль вектора $\overline{\Delta p}$ изменения импульса спутника, произошедшего при этом маневре? Массу планеты примите равной $M = 6 \cdot 10^{24}$ кг, а гравитационную постоянную $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг². Ответ приведите в кг·м/с, округлив до целых.



Конец текста задачи.

Варьируемый параметр m выбирается от 100 до 200 кг с шагом 10 кг.

Решение. По второму закону Ньютона уравнение движения спутника орбите радиусом R имеет вид $\frac{mv^2}{R} = G \frac{mM}{R^2}$. Отсюда скорость движения спутника по орбите $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, а

модуль его импульса $p_0 = m\sqrt{\frac{GM}{R}}$. По теореме косинусов, $\Delta p = 2p_0 \sin \frac{\alpha}{2}$.

Ответ: $\Delta p = 2m\sqrt{\frac{GM}{R}} \sin \frac{\alpha}{2}$

Расчетная формула $|\Delta p| = 5298,5532767 \cdot m$.

ЗАДАЧА 4

Текст задачи.

Планета невидимок.

*Да, наверное, любопытные вещи можно было бы здесь увидеть,
если бы Комов разрешил запустить сторожа-разведчика.*

Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Какой максимальной массой m_{max} может обладать космический зонд сферической формы радиусом r м, чтобы он мог плавать в атмосфере исследуемой планеты? Примите, что атмосфера состоит из газа со средней молярной массой $M = 44$ г/моль., причем давление у поверхности $p_0 = 9$ МПа, а температура $t = 527^\circ$ С. Универсальная газовая постоянная $R = 8,3$ Дж/(моль·К). Ответ приведите в килограммах, округлив до двух знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр r . Диапазон изменения от 0,1 до 0,2 м с шагом 0,01 м.

Решение. По закону Архимеда зонд будет плавать при выполнении условия $mg = \rho g V$, где

g – ускорение свободного падения у поверхности планеты, $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$ – плотность

атмосферы планеты, $T = t + 273$ К – абсолютная температура атмосферы, $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ – объем

зонда.

Ответ: $m_{max} = \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{p_0 M}{RT}$.

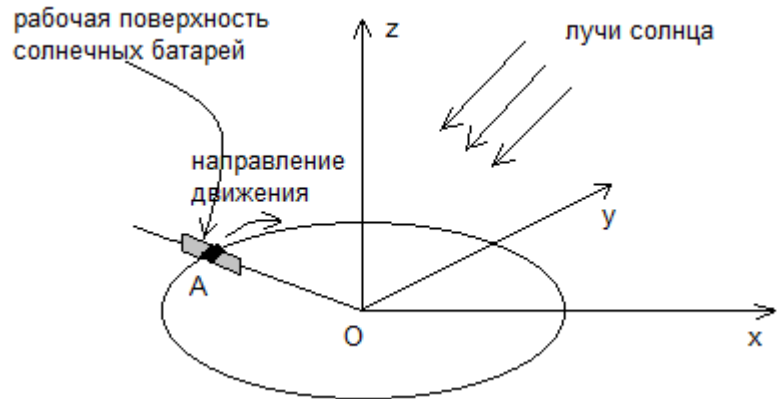
Расчетная формула $m_{max} = 249,76656 \cdot r^3$.

ЗАДАЧА 5

Текст задачи.

— Лева спит, — говорю я.
— У нас тут сейчас ночь, вернее, ночное время бортовых суток.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Летательный аппарат вращается вокруг планеты по круговой орбите. Примем планету за материальную точку, расположенную в точке $O(0,0,0)$, радиус орбиты $R = 1$, а плоскость орбиты совпадающей с плоскостью Oxy . Известно, что аппарат ориентирован так, что его солнечные батареи (два прямоугольника) в каждый момент времени расположены в плоскости, содержащей луч AO (A – точка, в который находится



центр масс аппарата) и перпендикулярной плоскости орбиты. При этом стороны прямоугольников параллельны лучам AO и Oz . Будем считать, что солнце находится настолько далеко от планеты, что вектор, направленный на солнце одинаков во всех точках орбиты. Известно, что он имеет координаты $\vec{s} = (1, y, 1)$. В какой точке орбиты энергия E , вырабатываемая солнечными батареями, максимальна? Примите, что $E = k \sin \alpha$, где α – угол падения солнечных лучей на батарею, а k – константа. Солнечные батареи считайте односторонними, а направление вращения аппарата: $(0,1,0) \rightarrow (1,0,0) \rightarrow (0,-1,0) \rightarrow (-1,0,0) \rightarrow \dots$. В ответе укажите тангенс угла между векторами \overrightarrow{OA} и $(1,0,0)$, округлив его до 2 знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Варьируемый параметр y выбирается от 1 до 5 с шагом 1.

Ответ: Ток максимален тогда, когда максимален угол между вектором \vec{s} и плоскостью батарей, т.е. когда минимален угол между вектором \vec{s} и вектором \vec{n} нормали к плоскости батарей. Пусть φ - угол между векторами $(1,0,0)$ и \overrightarrow{OA} , измеряемый от первого вектора ко второму против часовой стрелки (полярный угол). Тогда $\overrightarrow{OA} = (\cos \varphi, \sin \varphi, 0)$, а $\vec{n} = (\sin \varphi, -\cos \varphi, 0)$. Угол между вектором \vec{s} и вектором \vec{n} минимален тогда, когда максимально их скалярное произведение

$$(\vec{s}, \vec{n}) = \sin \varphi - y \cos \varphi \rightarrow \max \Leftrightarrow \cos \varphi + y \sin \varphi = 0 \Leftrightarrow \operatorname{tg} \varphi = -\frac{1}{y}.$$

Ответ проверяется автоматически подстановкой в формулу $-\frac{1}{y}$.

ЗАДАЧА 6

Текст задачи.

*А сейчас ответь мне: что вверху?
Ты вчера сказал: звезды. Что такое звезды?
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Двойная звезда, разрешаемая только с помощью телескопа, состоит из двух компонент. Одна ярче другой в 2,5 раза. Самая яркая компонента имеет визуальную звездную величину равную 0. Какова визуальная звездная величина этой системы при наблюдении невооруженным глазом? Ответ округлите до двух знаков после запятой.

Конец текста задачи.

Ответ: -0,36 или -0,37 (оба числа допускаются).

Решение: Пусть m_1, m_2, m_ε – звездные величины первой (более яркой) звезды, второй звезды и двойной звезды соответственно, а $L_1, L_2, L_\varepsilon = L_1 + L_2$ – светимости объектов в визуальном диапазоне. Тогда $m_1 = 0$, а

$$m_\varepsilon = m_\varepsilon - m_1 = -2,5 \log_{10} \frac{L_\varepsilon}{L_1} \approx -0,36.$$

ЗАДАЧА 7

Текст задачи

*Уже с порога рубки я увидел, что имеет место ЧП.
Все три рабочих экрана на моем пульте показывали полный останов.
Киберов кто-то увел...
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»*

Стась задал строительному роботу программу для выполнения работ. В частности, программа содержала подпрограмму, задающую движение робота. Эта программа движений представляла собой строку, состоящую из чисел 1 и (-1). Движения робота проходили вдоль прямой, число 1 означало команду «сделать один шаг вправо», а число (-1) – «сделать один шаг влево». Дойдя до конца строки, робот переходил к ее началу и циклически повторял движения. Например, строка команд $11(-1)1(-1)(-1)$ означало «два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо, шаг влево, шаг вправо, два шага влево, два шага вправо и т.д.».

Однако в программе произошел сбой. По неизвестным причинам (Стась подозревает, что робота перепрограммировал Малыш) в какой-то момент (этот момент не известен) робот начал удваивать число шагов с каждым тактом времени. Причем робот прочел всю строку команд; затем, как и положено, перешел к началу строки, продолжил выполнение (по-прежнему, удваивая число шагов), дошел до того такта, на котором произошел сбой, и здесь остановился.

Например, если строка команд имеет вид $11(-1)1(-1)(-1)$, а сбой произошел на третьем такте, то, начиная с этого такта робот двигался так: «один шаг влево, 2 шага вправо, 4 шага влево, 8 шагов влево, 16 шагов вправо, 32 шага вправо, остановка».

Пусть в момент сбоя робот находился в точке A , а в момент остановки оказался в точке B . Например, в приведенном выше примере точка B оказалась в $-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32 = 37$ шагах правее точки A . На деле, робот оказался так далеко от строительной площадки, что Стась его не видит. Помогите Стасю найти робота! Определите, какое максимальное значение может принять длина отрезка AB .

Входные данные.

Вначале программа должна считать с клавиатуры натуральное число N в диапазоне от 10 до 40 – длина строки. Затем надо ввести с клавиатуры N чисел 1 или (-1).

Выходные данные.

Программа должна вывести одно натуральное число – максимально возможную длину отрезка AB .

Пример (вид экрана после работы программы):

Введите число N

6

Введите данные

1

1

-1

1

-1

-1

Ответ: 41.

Действительно, если сбой произошел в первый такт времени, то $AB = |1 + 2 - 4 + 8 - 16 - 32| = 41$. Если сбой произошел на втором такте, то $AB = |1 - 2 + 4 - 8 - 16 + 32| = 11$. Для третьего такта $AB = |-1 + 2 - 4 - 8 + 16 + 32| = 37$ (мы это уже считали). Для четвертого: $AB = |1 - 2 - 4 + 8 + 16 - 32| = 13$, для пятого $AB = |-1 - 2 + 4 + 8 - 16 + 32| = 25$, а для шестого $AB = |-1 + 2 + 4 - 8 + 16 - 32| = 19$. Максимальная длина равна 41.

Напишите программу на Вашем любимом языке программирования.

Конец текста задачи.

Ответ: загруженный программный код.

ЗАДАЧА 8

Текст задачи.

Они все притворяются, будто мы уже овладели космосом, будто мы в космосе как дома. Неверно это. И никогда это не будет верно. Космос всегда будет космосом, а человек всегда остается всего лишь человеком.
Аркадий и Борис Стругацкие. «Малыш»

Размер наблюдаемой части космоса составляет 4 Гпк. Оцените среднюю плотность вещества в пространстве в $\text{кг}/\text{м}^3$, если считать, что этого вещества достаточно, чтобы наблюдаемая Вселенная оставалась гравитационно связанной. Дайте развернутый ответ.

Конец текста задачи.

Ответ: $1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

Решение: Свет шел от наблюдаемой границы Вселенной - $4 \cdot 10^9 \cdot 3,26 = 1,3 \cdot 10^{10}$ лет

Считая, что расширение линейно, найдем значение постоянной Хаббла:

$$c = HR \Rightarrow H = \frac{c}{R} = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{4 \cdot 10^3 \text{ Мпк}} = 75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$$

Скорость убегания на границе наблюдаемой Вселенной равна 2-ой космической, следовательно,

$$\sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{8}{3}\pi R^2 G \rho_{\text{кр}}} = HR \Rightarrow \rho_{\text{кр}} = \frac{3H^2}{8\pi G} = \frac{3 \cdot \left(75 \frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}\right)^2}{8 \cdot 3,14 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,1 \cdot 10^{-26} \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$