

## 10-11 классы

### Вариант 1

1. Известно, что  $\frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = 10$ . Найдите  $\frac{x^4+y^4}{x^4-y^4} + \frac{x^4-y^4}{x^4+y^4}$ .
2. Ракета среднего класса семейства Р-7 имеет стартовую массу 307,65 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 500 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 300 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $A$  и  $B$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $C$  и  $M$ , расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых  $AC$  и  $AM$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $B$  до пунктов наблюдения равны 6 и 24. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.
4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 1 \text{ см}^2$ , заполненная одним молем газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 0,5 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 1,5 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что

число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак  $У$  хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ .

Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.

Входные данные: два натуральных числа, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите  $-1$ .

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход: 10 100

Выход:  $-1$

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» (см. Рисунок 1) с рук. Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли

- а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 3$  м/с относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

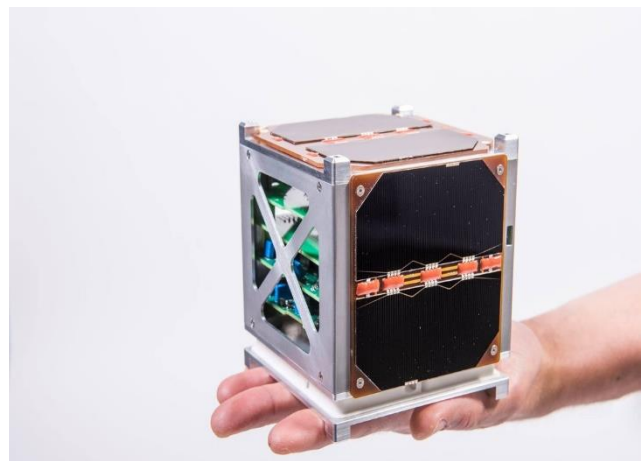


Рисунок 1

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС

(естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

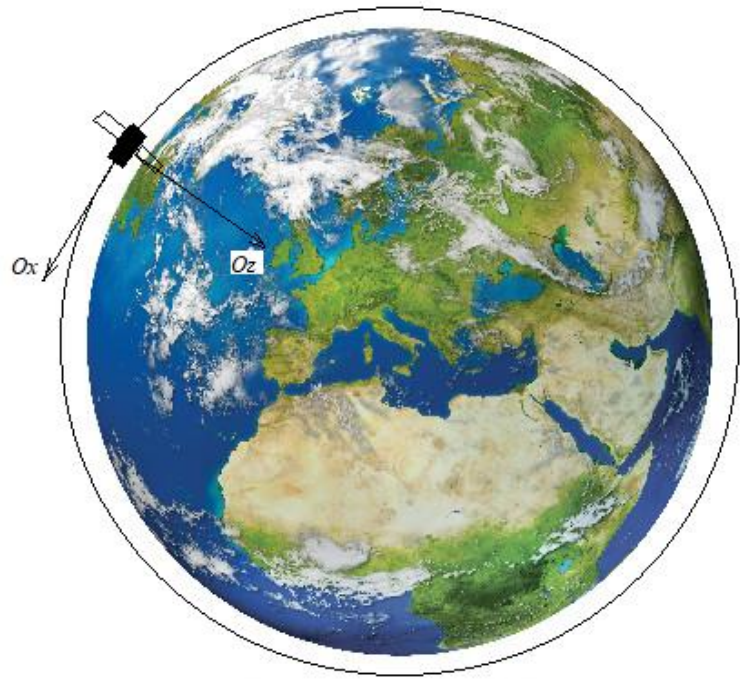


Рисунок 2

## Вариант 2

1. Известно, что  $\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} = 14$ . Найдите  $\frac{a^4+b^4}{a^4-b^4} + \frac{a^4-b^4}{a^4+b^4}$ .
2. Ракета-носитель Восток имеет стартовую массу 289,5 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 480 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 270 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м / с}^2$ .
3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $P$  и  $Q$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $D$  и  $E$ , расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых  $PD$  и  $PE$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $Q$  до пунктов наблюдения равны 7 и 28. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.
4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 2 \text{ см}^2$ , заполненная одним молем газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 1 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 0,8 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что

число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак  $У$  хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ .

Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.

Входные данные: два натуральных числа, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите  $-1$ .

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход: 10 100

Выход:  $-1$

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» (см. Рисунок 1) с рук. Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли

- а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 3$  м/с относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

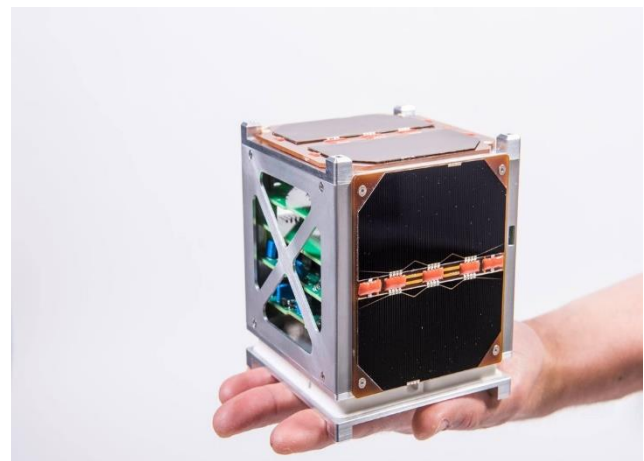


Рисунок 1

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

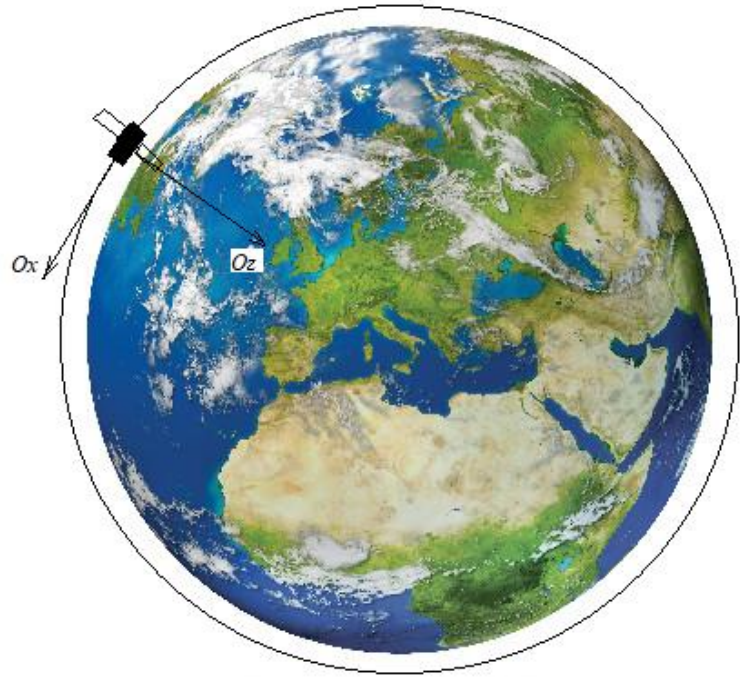


Рисунок 2

### Вариант 3

1. Известно, что  $\frac{p+q}{p-q} + \frac{p-q}{p+q} = 8$ . Найдите  $\frac{p^4+q^4}{p^4-q^4} + \frac{p^4-q^4}{p^4+q^4}$ .
2. Ракета-носитель Луна имеет стартовую массу 283,5 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 560 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1 секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 280 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.
3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $L$  и  $N$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $T$  и  $S$ , расположенных на разных

окружностях. Каждая из прямых  $LT$  и  $LS$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $N$  до пунктов наблюдения равны 8 и 32. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.

4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 0,8\text{см}^2$ , заполненная одним молем газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 1,2$  кг. Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 1$  см/с? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5$  Па. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак\_У хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ .

Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.

Входные данные: два натуральных числа, меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите  $-1$ .

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход: 423 141

Вход 10 100

Выход:  $-1$

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» (см. Рисунок 1) с рук. Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14}$  м<sup>3</sup>/с<sup>2</sup>, где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли.

а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 4$  м/с относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

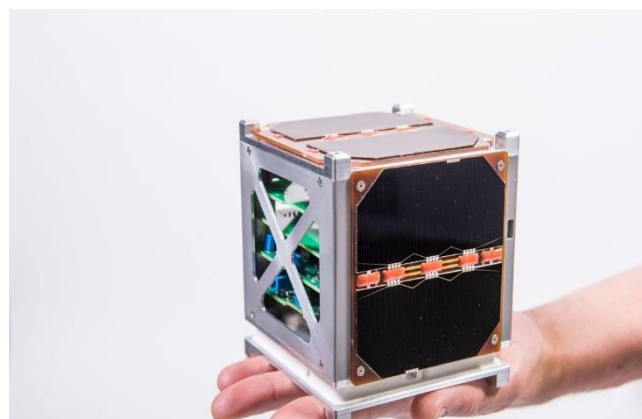


Рисунок 1

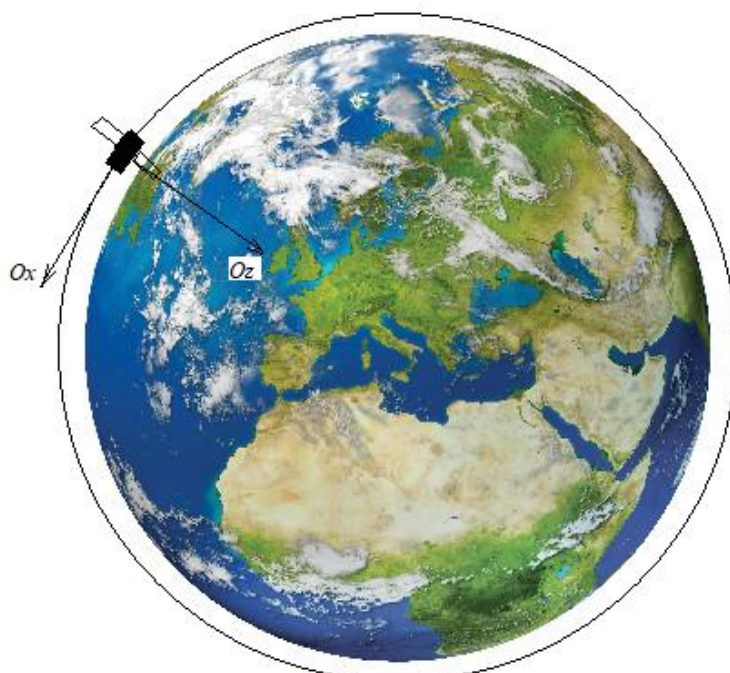


Рисунок 2

#### Вариант 4

1. Известно, что  $\frac{t+s}{t-s} + \frac{t-s}{t+s} = 18$ . Найдите  $\frac{t^4+s^4}{t^4-s^4} + \frac{t^4-s^4}{t^4+s^4}$ .
2. Ракета-носитель Полет имеет стартовую массу 279,5 тонн. Во время вертикального взлета через некоторое время после пуска двигателей скорость истечения газов из сопла ракеты составила 450 м/с. Сколько килограммов топлива должна израсходовать ракета за 0,1 секунды, чтобы уравновесить действующую на нее силу тяжести? Изменением массы ракеты и скорости истечения газов в течение 0,1



секунды пренебрегаем. Полную массу ракеты к этому моменту времени считайте равной 270 тонн. Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .

3. Два летательных аппарата движутся по окружностям, пересекающимся в точках  $X$  и  $Y$ . Пункты наблюдений находятся в точках  $U$  и  $V$ , расположенных на разных окружностях. Каждая из прямых  $YU$  и  $YV$  пересекает одну из окружностей и является касательной к другой. Расстояния от точки  $X$  до пунктов наблюдения равны 5 и 20. Найдите расстояние между точками пересечения траекторий движения летательных аппаратов.
4. Элементом инженерной конструкции аппарата является вертикальная цилиндрическая труба с площадью сечения  $S = 1,6 \text{ см}^2$ , заполненная одним молом газа и закрытая подвижным тяжелым поршнем массой  $m = 1 \text{ кг}$ . Какой газ – одноатомный или двухатомный – надо разместить в трубе, чтобы минимизировать подачу теплоты к трубе для обеспечения равномерного движения поршня со скоростью  $v = 2 \text{ см/с}$ ? Найдите это значение количества теплоты  $Q$  в секунду. Атмосферное давление равно  $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ . Ускорение свободного падения считайте равным  $g = 10 \text{ м/с}^2$ .
5. Космический пират Весельчак\_У принимал и записывал сообщение от своего напарника Крыса, состоящее из двух натуральных чисел  $A$  и  $B$ , но второпях допустил ошибку: одну или несколько цифр числа  $A$  записал неверно. Он знает, что число  $A$  должно делиться на  $B$  без остатка. Весельчак\_У хочет исправить минимально возможное количество цифр в числе  $A$  (не меняя самого количества цифр) так, чтобы исправленное число делилось на  $B$ .

Помогите Весельчаку сделать нужные исправления! Напишите программу на вашем любимом языке программирования, решающую эту задачу.

Входные данные: два натуральных числа  $A$  и  $B$ , меньших 1000. Выходные данные: исправленная пара – два натуральных числа, первое из которых делится нацело на второе. Если ответа не существует, выведите  $-1$ .

**Примеры:**

Вход: 123 10

Выход: 120 10

Вход: 123 141

Выход 423 141

Вход 10 100

Выход:  $-1$

6. Космонавт выходит из шлюзовой камеры МКС (международная космическая станция), чтобы запустить малый спутник типа «кубсат» с рук (см. Рисунок 1). Выход из шлюзовой камеры «смотрит» на Землю.

Орбиту МКС считайте круговой с высотой  $h = 384,7$  км. Землю считайте идеальным шаром радиуса  $R_3 = 6371,3$  км. Гравитационный параметр считайте равным  $\mu = G \cdot M_3 = 3,984 \cdot 10^{14} \text{ м}^3/\text{с}^2$ , где  $G$  – гравитационная постоянная, а  $M_3$  – масса Земли.

а) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его по направлению движения станции (для определенности: строго в направлении вектора скорости станции), сообщая спутнику скорость  $v = 6$  м/с относительно станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

б) Предположим, что космонавт бросает спутник по направлению на Землю (для определенности: строго в направлении центра Земли, ось  $Oz$  на Рисунке 2). Какой будет траектория спутника относительно центра Земли? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

в) Какой будет траектория спутника относительно центра Земли, если космонавт бросит его строго перпендикулярно плоскости орбиты станции? Не является ли такой запуск спутника опасным для МКС (естественно, считаем, что в направлении броска нет конструктивных элементов станции)?

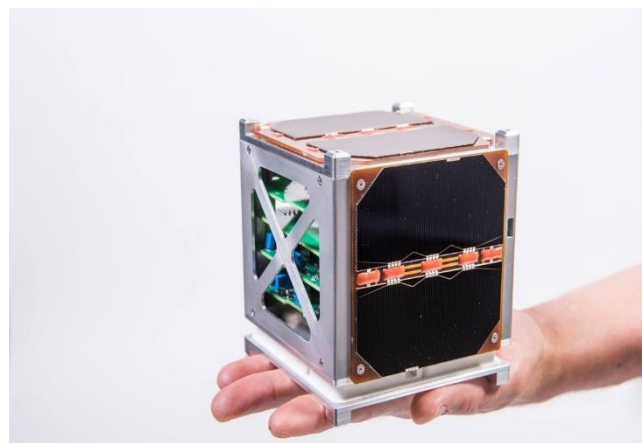


Рисунок 1



Рисунок 2