

ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАНИЯ I ТУРА

11 класс

1. Найти площадь прямоугольного треугольника, если вписанная в него окружность касается гипотенузы в точке, делящей ее на отрезки a и b .

2. Найти сумму

$$\frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \frac{1}{99} + \dots + \frac{1}{9999}.$$

3. Доказать неравенство

$$\sqrt[3]{abc} \leq \frac{a + 2b + 3c}{3 \cdot \sqrt[3]{6}}.$$

4. Решить уравнение $x^2 + 4x - 2y = 11$ в целых числах.

5. Найти все значения параметра a , для каждого из которых имеет хотя бы один корень уравнение $x^{10} + (a - 2x)^5 + x^2 + a = 2x$.

6. Определить вид треугольника с углами

$\arcsin \frac{3}{7}$, $\operatorname{arctg} \frac{b-3}{7}$, $\arccos \frac{3}{7}$. Чему равно значение b ?

7. Доказать числовое неравенство

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \dots \cdot \frac{336}{337} < \frac{1}{13}.$$

8. Решить неравенство

$$\frac{x-6}{\sqrt{4-x}} \leq \frac{x-6}{x+2}.$$

9. В треугольнике ABC высота $CH=2$, сторона $AB=4$, а угол $BAC=75^\circ$.

Найти угол ABC .

10. Найти все натуральные числа n , для которых сумма $1! + 2! + 3! + \dots + n!$ является точным квадратом.