

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ПЕРВОЕ ВЫСШЕЕ ТЕХНИЧЕСКОЕ УЧЕБНОЕ ЗАВЕДЕНИЕ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**



**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ГРАНИТ НАУКИ»**

**МАТЕМАТИКА**

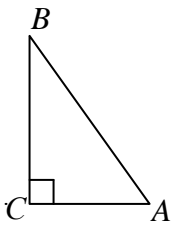
**БАЗА  
ТЕСТОВЫХ ЗАДАНИЙ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ОЛИМПИАДЫ  
2016/2017 года  
(заочный отборочный интернет-тур)**

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
1 КАТЕГОРИЯ (1 балл)			
1.	Числа 15,6,10 имеют наименьшее общее кратное, равное	1.15      2.30	2
2.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{7} =$	1. $\frac{9}{14}$ 2. $\frac{5}{7}$	1
3.	$\frac{x}{8} = \frac{6}{y}$ . Укажите верные значения $x$ и $y$	1. $x = 3, y = 16$ 2. $x = 3, y = 8$	1
4.	$(2x+3)(x-1) =$	1. $2x^2 + x - 3$ 2. $2x^2 - x + 3$	1
5.	Укажите правильную формулу $a^3 + b^3 =$	1. $(a-b)(a^2 + ab + b^2)$ 2. $(a+b)(a^2 - ab + b^2)$	2
6.	Укажите правильную формулу $(a+b)^3 =$	1. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ 2. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	1
7.	Укажите правильную формулу $(a-b)^2 =$	1. $a^2 - 2ab + b^2$ 2. $a^2 + 2ab + b^2$	1
8.	$\frac{x^2 - a^2}{x - a} =$	1. $x - a$ 2. $x + a$	2
9.	$\frac{m}{a^2b} + \frac{n}{ab^2} =$	1. $\frac{ma + nb}{a^2b^2}$ 2. $\frac{mb + na}{a^2b^2}$	2
10.	Укажите уравнение, равносильное уравнению $(x+1)^2 = 2x+5$	1. $x^2 + 2x + 1 = 2x + 5$ 2. $x^2 - 2x + 1 = 2x + 5$	1
11.	Уравнение $(x-1)(x+2) = 4(x-1)$ имеет	1. единственный корень $x=2$ 2. два корня $x=2, x=1$	2
12.	Какая система уравнений не имеет решений?	1. $\begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x + 4y = 2 \\ x + 2y = 1 \end{cases}$	1
13.	Укажите решение системы уравнений $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$	1. $x=2, y=0$ 2. $x=y=1$	2
14.	Укажите верное соотношение $(ab)^n =$	1. $a^n b^n$ 2. $a^{2n} b^{2n}$	1
15.	Укажите неверное соотношение $(a^m)^n =$	1. $a^{m+n}$ 2. $a^{mn}$	1
16.	Укажите верное соотношение $a^m a^n =$	1. $a^{m+n}$ 2. $a^{mn}$	1
17.	Укажите верное соотношение $\sqrt[m]{\frac{a}{b}} =$	1. $\sqrt[m]{a} - \sqrt[m]{b}$ 2. $\frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
18.	Укажите верное соотношение $(\sqrt[m]{a})^n =$	1. $\sqrt[m]{a^n}$ 2. $\sqrt[mn]{a}$	1
19.	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два равных корня, если	1. $b^2 - ac = 0$ 2. $b^2 - 4ac = 0$	2
20.	Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ не имеет корней, если	1. $b^2 - 4ac > 0$ 2. $b^2 - 4ac < 0$	2
21.	Если в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ величина $b^2 - 4ac = 0$ , то	1. $x_{1,2} = -\frac{b}{2a}$ 2. уравнение не имеет корней	1
22.	Если уравнение $x^2 + bx + c = 0$ имеет 2 корня $x_1$ и $x_2$ , то	1. $x_1 + x_2 = -b, x_1x_2 = c$ 2. $x_1 + x_2 = -c, x_1x_2 = b$	1
23.	Если уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет 2 корня $x_1$ и $x_2$ , то $ax^2 + bx + c =$	1. $(x - x_1)(x - x_2)$ 2. $a(x - x_1)(x - x_2)$	2
24.	Какое уравнение является биквадратным?	1. $2x^4 + 5x^2 - 6 = 0$ 2. $2x^4 + 5x^2 - 6x = 0$	1
25.	Если $x < 0$ , то $ x  =$	1. $x$ 2. $-x$	2
26.	Укажите верное соотношение	1. $ a + b  \leq  a  +  b $ 2. $ a + b  \geq  a  +  b $	1
27.	Укажите верное решение неравенства $\frac{2x - 4}{x^2 + 1} > 0$	1. $x > 2$ 2. $x < 2$	1
28.	Решением неравенства $(x - 2)(x - 3) > 0$ является:	1. $x \in (2; 3)$ 2. $x \in (-\infty; 2) \cup (3; \infty)$	2
29.	Если $\frac{f(x)}{g(x)} > h(x)$ и $g(x) < 0$ при любых значениях $x$ , то	1. $f(x) > h(x)g(x)$ 2. $f(x) < h(x)g(x)$	2
30.	Решением неравенства $ x  < 2$ является промежуток	1. $x \in (0; 2)$ 2. $x \in (-2; 2)$	2
31.	Любой член арифметической прогрессии можно вычислить по формуле ( $a_1$ - первый член прогрессии, $d$ - разность прогрессии, $n$ - номер взятого члена)	1. $a_n = a_1 + d(n - 1)$ 2. $a_n = a_1 + dn$	1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
32.	Сумма $n$ первых членов арифметической прогрессии $S_n$ выражается формулой ( $a_1$ - первый член прогрессии, $n$ - номер взятого члена)	1. $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2}$ 2. $S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	2
33.	Любой член геометрической прогрессии можно вычислить по формуле ( $a_1$ - первый член прогрессии, $q$ - знаменатель прогрессии, $n$ - номер взятого члена)	1. $a_n = a_1 q^{n-1}$ 2. $a_n = a_1 q^n$	1
34.	Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии $S$ выражается формулой ( $a_1$ - первый член прогрессии, $q$ - знаменатель прогрессии)	1. $S = \frac{a_1}{1-q}$ 2. $S = \frac{a_1}{q-1}$	1
35.	Какие значения принимает показательная функция $y = a^x$ ?	1. $y \in R$ 2. $y > 0$	2
36.	Укажите верное соотношение $a^{-m} =$	1. $\frac{1}{a^m}$ 2. $m^a$	1
37.	Укажите верное соотношение $\sqrt[n]{a^m} =$	1. $a^{\frac{n}{m}}$ 2. $a^{\frac{m}{n}}$	2
38.	При каких $x$ определена логарифмическая функция $y = \log_a x$ ?	1. $x > 0$ 2. $x \geq 0$	1
39.	Укажите верное соотношение $a^{\log_a x} =$	1. $x$ 2. $a$	1
40.	Укажите неверное свойство логарифмов	1. $\lg(ab) = \lg a + \lg b$ 2. $\lg(a+b) = \lg a + \lg b$	2
41.	Укажите верное соотношение	1. $\lg a^m = m \lg  a $ 2. $\lg a^m = m \lg a$	1
42.	Неравенство $2^x < 2^{x+3}$ равносильно неравенству	1. $x < x+3$ 2. $x > x+3$	1
43.	Неравенство $\log_a f(x) > \log_a g(x)$ при $a \in (0;1)$ равносильно неравенству	1. $f(x) > g(x)$ 2. $f(x) < g(x)$	2
44.	Четырёхугольник с равными сторонами и прямыми углами называется	1. ромбом 2. квадратом	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
45.	Укажите правильное соотношение для прямоугольного треугольника ( $a, b$ - катеты треугольника, $c$ - гипотенуза)	1. $c^2 = a^2 + b^2$ 2. $c^2 = a^2 - b^2$	1
46.	Сумма углов треугольника равна	1. $360^\circ$ 2. $180^\circ$	2
47.	Укажите правильную формулу для вычисления площади прямоугольника ( $a, b$ - стороны прямоугольника, $S$ - площадь прямоугольника)	1. $S = \frac{ab}{2}$ 2. $S = ab$	2
48.	Укажите правильную формулу для вычисления площади трапеции ( $a, b$ - основания трапеции, $S$ - площадь трапеции, $h$ - высота трапеции)	1. $S = \frac{a+b}{2}h$ 2. $S = \frac{a+b}{4}h$	1
49.	Укажите правильную формулу для вычисления длины окружности ( $l$ - длина окружности, $r$ - радиус)	1. $l = \pi r^2$ 2. $l = 2\pi r$	2
50.	Укажите правильную формулу для вычисления площади круга ( $S$ - площадь круга, $r$ - радиус)	1. $S = \pi r^2$ 2. $S = 2\pi r$	1
51.	Периметром ромба называется	1. сумма длин его диагоналей 2. сумма длин его сторон	2
52.	Параллелепипедом называется призма, основанием которой является	1. параллелограмм 2. круг	1
53.	Прямоугольный параллелепипед, гранями которого являются квадраты, называется	1. шаром 2. кубом	2
54.	Укажите правильную формулу для вычисления объёма прямоугольного параллелепипеда ( $V$ - объём параллелепипеда, $a, b, c$ - его измерения)	1. $V = abc$ 2. $V = \frac{abc}{3}$	1
55.	Укажите правильную формулу для вычисления площади боковой поверхности кругового цилиндра ( $S_6$ - площадь боковой поверхности, $r$ - радиус основания цилиндра, $h$ - высота)	1. $S_6 = 2\pi rh$ 2. $S_6 = \pi r^2 h$	1
56.	Укажите правильную формулу для вычисления объёма $V$ шара ( $R$ - радиус шара)	1. $V = \pi R^3$ 2. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
57.	 <p><math>\sin \angle A =</math></p>	1. $\frac{CB}{BA}$ 2. $\frac{AC}{BA}$	1
58.	$\cos 45^\circ =$	1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	2
59.	$tg 90^\circ =$	1. 1      2. $\infty$	2
60.	$\sin^2 x + \cos^2 x =$	1. 1      2. $\cos 2x$	1
61.	Какая функция является чётной?	1. $y = \sin x$ 2. $y = \cos x$	2
62.	Укажите период для функции $y = tg x$	1. $\pi$ 2. $2\pi$	1
63.	$\sin 2x =$	1. $2 \sin x \cos x$ 2. $\sin x \cos x$	1
64.	Укажите верное утверждение: площадь треугольника вычисляется по формуле $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , где	1. $a, b, c$ - стороны треугольника, $p = a + b + c$ 2. $a, b, c$ - стороны треугольника, $p = \frac{a + b + c}{2}$	2
65.	Для функции $y = \sin x$ обратной является функция	1. $y = \arcsin x$ 2. $y = \cos x$	1
66.	Если в функции $y = f(x)$ каждому значению аргумента $x$ соответствует одно значение функции $y$ , то функция называется	1. однозначной      2. многозначной	1
67.	Линейной функцией является функция	1. $y = ax + b$ 2. $y = \frac{a}{x}$	1
68.	Если для двух значений $x_1$ и $x_2$ ( $x_1 < x_2$ ) функции $y = f(x)$ выполняется условие $f(x_1) < f(x_2)$ , то функция называется	1. убывающей      2. возрастающей	2
69.	Графиком функции $y = x^2 + 2x + 4$ является	1. парабола      2. гипербола	1
70.	Уравнение $3^x = 5^x$	1. не имеет решений 2. имеет решение $x = 0$	2
71.	Областью определения функции $y = \log_2(x-1)$ является	1. $x \geq 1$ 2. $x > 1$	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
72.	Укажите верное решение неравенства $\log_{0,1} x > \log_{0,1} 2$	1. $x < 2$ 2. $x > 2$	1
73.	Укажите верное решение неравенства $\log_3 x > \log_3 2$	1. $x < 2$ 2. $x > 2$	2
74.	Неравенство $\frac{ x +2}{x^2+x+1} > 0$	1. выполняется при всех $x$ , кроме $x = -2$ 2. выполняется при всех $x$	2
75.	Неравенство $\frac{x}{\sqrt{x^2+x+1}} > 0$	1. выполняется при всех $x$ 2. выполняется при $x > 0$	2
76.	Укажите верное решение уравнения $\sin x = 0$	1. $x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$ 2. $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$	2
77.	Уравнение $2^x = a - 1$	1. не имеет решений при $a \leq 1$ 2. при любых $a$ имеет решения	1
78.	Какая величина является векторной?	1. скорость      2. температура	1
79.	Какая величина является скалярной?	1. ускорение      2. масса	2
80.	$\bar{a} = \{3; 2; 1\}, \bar{b} = \{4; -2; 0\}, \bar{a} + \bar{b} =$	1. $\{7; 0; 1\}$ 2. 8	1
81.	$\bar{a} = \{3; 2; 1\}, \alpha = 2, \alpha \bar{a} =$	1. $\{5; 4; 3\}$ 2. $\{6; 4; 2\}$	2
82.	$\bar{a} = \{3; 2; 1\}, \bar{b} = \{4; -2; 0\}, \bar{a} \cdot \bar{b} =$	1. $\{7; 0; 1\}$ 2. 8	2
83.	В урне находятся 3 белых и 4 чёрных шара. Вероятность вытащить из урны белый шар равна	1. 3/7      2. 4/7	1
84.	В коробке имеется 2 красных, 3 синих и 5 чёрных карандашей. Вероятность вытащить из коробки красный карандаш равна	1. 1/2      2. 1/5	2
85.	Наименьшее значение функции $y = x^2$ равно	1. 0      2. 1	1
86.	Наибольшее значение функции $y = 1 - x^2$ равно	1. 0      2. 1	2
87.	$\frac{(8\sqrt{3})^2}{8} =$	1. $\sqrt{3}$ 2. 24	2
88.	$(\sqrt{8} - \sqrt{13})(\sqrt{8} + \sqrt{13}) =$	1. 5      2. -5	2
89.	В магазине покупатель отдал кассиру 500 рублей за 5 кг. картошки по 28 руб./кг. Какую сумму сдачи он должен получить у кассира?	1. 360 руб.      2. 400 руб.	1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
90.	В доме 12 этажей, на каждом из которых по 13 квартир. Сколько всего квартир в доме?	1.144                      2.156	2
91.	Укажите производную функции $y = x^3$	1. $\frac{x^4}{4}$ 2. $3x^2$	2
92.	Укажите производную функции $y = \sin x$	1. $\cos x$ 2. $-\cos x$	1
93.	Функция $y = x^4$ при $x = 0$ имеет	1. максимум                      2. минимум	2
94.	Уравнение касательной к кривой $y = f(x)$ в точке $M(x_0; y_0)$ имеет вид	1. $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$ 2. $y - y_0 = f'(x)(x - x_0)$	1
95.	Функция $F(x)$ называется первообразной к функции $f(x)$ , если	1. $f'(x) = F(x)$ 2. $F'(x) = f(x)$	2
96.	Укажите первообразную функции $y = x^3$	1. $\frac{x^4}{4}$ 2. $3x^2$	1
97.	Укажите первообразную функции $y = e^x$	1. $\frac{e^{x+1}}{x+1}$ 2. $e^x$	2
98.	Укажите область допустимых значений для уравнения $\frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$	1. $x \neq \pm 2$ 2. $x \in R$	1
99.	Какое уравнение не имеет решений?	1. $2 -  x  = 1$ 2. $2 +  x  = -1$	2
100.	Какое уравнение не имеет положительных решений?	1. $2 + x = -1$ 2. $2 - x = -1$	1
<b>2 КАТЕГОРИЯ (2 балла)</b>			
101.	$1\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{5}{9} - \frac{1}{6}\right) : 3\frac{1}{3} = ?$	1. $\frac{6}{7}$ 2. $\frac{1}{6}$	2
102.	$4\frac{2}{3} + 3 \cdot 3\frac{1}{3} - 9\frac{1}{6} = ?$	1. $-\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{3}$	1
103.	$2\frac{3}{4} + \left(3\frac{1}{5} - 3\frac{7}{10}\right) \cdot 1\frac{1}{4} = ?$	1. $2\frac{1}{8}$ 2. $2\frac{1}{4}$	1
104.	$\left(1\frac{18}{25} - 3,12 - 7\frac{2}{5} \cdot \left(-6\frac{1}{3}\right)\right) : 5\frac{1}{3} = ?$	1. 7,2                      2. 7,6	2
105.	$\left(2\frac{1}{8} \cdot 1\frac{15}{17} - 1\frac{7}{12}\right) : 7\frac{1}{4} = ?$	1. $\frac{1}{3}$ 2. $-\frac{1}{7}$	1



№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
106.	Упростите выражение $\left(\frac{x+3}{x^2-3x} + \frac{x-3}{x^2+3x}\right) : \frac{x^2+9}{3x-x^2} = ?$	1. $-\frac{2}{x+3}$ 2. $\frac{1}{x-3}$	1
107.	Упростите выражение $\left(\frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3}\right) : \frac{2x}{9-x^2} = ?$	1. 1      2. -6	2
108.	Упростите выражение $\left(\frac{x^3-8}{x^2-4} - \frac{6x}{x+2}\right) : \left(1 - \frac{4}{x+2}\right)^2 = ?$	1. $x+2$ 2. $x-2$	1
109.	Упростите выражение $\left(\frac{x^3+1}{x^2-1} + \frac{3x}{x-1}\right) \cdot \left(1 - \frac{2x}{x+1}\right)^2 = ?$	1. $x+1$ 2. $x-1$	2
110.	Упростите выражение $\left(\frac{a+2a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{3}{2}}-a^{\frac{1}{2}}} + 1\right) \cdot \left(1 - a^{-\frac{1}{2}}\right) = ?$	1. $\frac{a}{1+\sqrt{a}}$ 2. $\frac{1+a}{a}$	2
111.	Упростите выражение $\sqrt{x^5} : \sqrt{\frac{1}{x^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = ?$	1. $\sqrt[3]{x^{10}}$ 2. $\sqrt{x^{13}}$	1
112.	Упростите выражение $\frac{(\sqrt[4]{a})^4 \cdot \sqrt[5]{a^{-1}}}{\sqrt[3]{a^2}} = ?$	1. $a^{\frac{2}{15}}$ 2. $\sqrt{a^{15}}$	1
113.	Упростите выражение $\frac{\sqrt[4]{y}(\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y})^3}{\sqrt[4]{y^5} \cdot \sqrt[6]{x^5}} = ?$	1. $y^{-1}x^{\frac{2}{3}}$ 2. $x^{\frac{2}{3}}$	2
114.	Упростите выражение $\frac{1}{a^{-1}} : \sqrt{\frac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{4}{3}}}} \cdot \sqrt[12]{a} = ?$	1. $a$ 2. $a^{\frac{11}{4}}$	1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
115.	Упростите выражение $\frac{\left(a^{-\frac{3}{2}} \cdot \sqrt[3]{a^2 b}\right)^2}{a} \sqrt[3]{a^2} = ?$	1. $(a \cdot \sqrt[3]{b})^2$ 2. $\left(\frac{\sqrt[3]{b}}{a}\right)^2$	2
116.	Найдите значение выражения $10^{2\lg 8 - \lg 16} = ?$	1. 4    2. 100	1
117.	Найдите значение выражения $9^{\log_3 5 - \log_9 125} = ?$	1. $\frac{1}{5}$ 2. 5	1
118.	Найдите значение выражения $16^{2\log_4 7 + \log_{16} \frac{1}{7}} = ?$	1. $\frac{1}{7}$ 2. 343	2
119.	Найдите значение выражения $6^{-2\log_6 \frac{1}{3} + \log_{36} \frac{1}{9}} = ?$	1. 3    2. $\frac{1}{3}$	1
120.	Найдите значение выражения $5^{2\log_5 16 - \log_{25} 32} = ?$	1. $\sqrt{2}$ 2. $\frac{\sqrt{2}}{2}$	2
121.	Найдите значение выражения $\frac{2\log_4 5 - \log_2 \frac{1}{5}}{2\log_4 125} = ?$	1. 2    2. $\frac{2}{3}$	2
122.	Найдите значение выражения $\frac{\log_5 128 - \log_5 2}{\log_5 \sqrt{2}} = ?$	1. 3    2. 12	2
123.	Найдите значение выражения $\frac{\log_{13} 81}{\log_{13} 27 - \log_{13} 9} = ?$	1. 4    2. 13	1
124.	Найдите значение выражения $\frac{\log_7 \sqrt{5}}{\log_7 75 - \log_7 3} = ?$	1. $\frac{1}{4}$ 2. $\frac{1}{3}$	1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
125.	Найдите значение выражения $\frac{3\log_2 3 - 2\log_4 \frac{1}{3}}{2\log_4 27} = ?$	1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{4}{3}$	2
126.	Решите уравнение $\log_2 x = 5 - \log_2 8$	1. 4    2. $\log_2 5$	1
127.	Решите уравнение $\lg x = 2\lg 3 - 2$	1. $\frac{1}{3}$ 2. 0,09	2
128.	Решите уравнение $\lg x = \frac{1}{2}\lg 16 + 1$	1. 40    2. $\frac{1}{4}$	1
129.	Решите уравнение $\lg x = 3\lg 5 - 2$	1. $1\frac{1}{4}$ 2. 0,25	1
130.	Решите уравнение $\lg x = 2 - \frac{1}{2}\lg 25$	1. 4    2. 20	2
131.	Решите уравнение $\left(2\frac{2}{5}\right)^{2x-3} = \left(\frac{5}{12}\right)^{1-x}$	1. -1    2. 2	2
132.	Решите уравнение $\left(3\frac{1}{3}\right)^{2-3x} = \left(\frac{3}{10}\right)^{5-4x}$	1. -1    2. 1	2
133.	Решите уравнение $\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x} = \left(\frac{9}{4}\right)^{x-1}$	1. -1    2. 1	1
134.	Решите уравнение $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} = 9^{2x-1}$	1. $\frac{5}{4}$ 2. $\frac{4}{5}$	2
135.	Решите уравнение $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x-5} = 3^{5x-10}$	1. $\frac{20}{9}$ 2. 0	1

<b>№ п/п</b>	<b>Вопрос</b>	<b>Варианты ответов</b>	<b>ПО</b>
136.	Решите неравенство $\frac{x}{x-3} \geq 1$	1. $[1; +\infty)$ 2. $(3; +\infty)$	<b>2</b>
137.	Решите неравенство $\frac{x-2}{x+2} \geq 3$	1. $[-4; -2)$ 2. $(-\infty; -4]$	<b>1</b>
138.	Решите неравенство $\frac{3-2x}{x-3} \geq 1$	1. $[-3; 0)$ 2. $[2; 3)$	<b>2</b>
139.	Решите неравенство $\frac{x+3}{x-4} \geq 2$	1. $(-\infty; 11]$ 2. $(4; 11]$	<b>2</b>
140.	Решите неравенство $\frac{3+5x}{3+2x} \leq 2$	1. $\left[-\frac{3}{2}; 3\right]$ 2. $(-3; 3]$	<b>2</b>
141.	Решите неравенство $2(3x-1) - 3(5+x) < 4x-7$	1. $(-\infty; -10)$ 2. $(-10; +\infty)$	<b>2</b>
142.	Решите неравенство $2(3-5x) - 3(x+2) < 6x-1$	1. $\left(\frac{1}{19}; +\infty\right)$ 2. $(-\infty; -19)$	<b>1</b>
143.	Решите неравенство $5(2x-6) - 2(3-2x) < 4x-2$	1. $(-\infty; 3,4)$ 2. $(34; +\infty)$	<b>1</b>
144.	Решите неравенство $4(1-2x) - 5(1+2x) < 3x-7$	1. $\left(-\infty; \frac{2}{7}\right)$ 2. $\left(\frac{2}{7}; +\infty\right)$	<b>2</b>
145.	Решите неравенство $6(x-2) - 3(1-3x) < 5x+7$	1. $(-\infty; 2,2)$ 2. $(2,2; +\infty)$	<b>1</b>
146.	Найдите наименьшее целое решение неравенства $x^2 - 5x + 6 < 0$	1. 2 2. Данное неравенство не имеет целых решений	<b>2</b>
147.	Найдите наименьшее целое решение неравенства $x^2 - 2x < 3$	1. 0 2. Данное неравенство не имеет целых решений	<b>1</b>

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
148.	Найдите наименьшее целое решение неравенства $x^2 + 4x < -3$	1. 2      2. -2	2
149.	Найдите наименьшее целое решение неравенства $2x - x^2 + 2 > 0$	1. 0 2. Данное неравенство не имеет целых решений	1
150.	Найдите наименьшее целое решение неравенства $-x^2 > 2x - 8$	1. -2      2. -3	2
151.	Найти $\cos \alpha$ , если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi.$	1. $\frac{4}{5}$ 2. $-\frac{4}{5}$	1
152.	Найти $\cos \alpha$ , если $\sin \alpha = \frac{1}{2}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$	1. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$	2
153.	Найти $\sin \alpha$ , если $\cos \alpha = -\frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$	1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$	2
154.	Найти $\cos \alpha$ , если $\sin \alpha = \frac{3}{4}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi.$	1. $-\frac{\sqrt{7}}{4}$ 2. $-\frac{1}{4}$	1
155.	Найти $\sin \frac{\alpha}{2}$ , если $\cos \alpha = -\frac{1}{3}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}.$	1. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ 2. $\frac{\sqrt{6}}{3}$	2
156.	Найдите значение выражения $\sin\left(\frac{1}{2} \arccos 0\right) = ?$	1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2. 0	1
157.	Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{1}{3} \arcsin 1\right) = ?$	1. $\frac{1}{2}$ 2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
158.	Найдите значение выражения $\cos\left(\frac{1}{3}\arcsin 0\right) = ?$	1. 1      2. 0	1
159.	Найдите значение выражения $\cos(2\arccos 0) = ?$	1. $\pi$ 2. $-1$	2
160.	Найдите значение выражения $\sin(2\arcsin 1) = ?$	1. 1      2. 0	2
161.	Найдите $ \overrightarrow{AB} $ , если $A(2; -3; 5)$ и $B(4; -9; 2)$ .	1. 11      2. 7	2
162.	Найдите расстояние между точками $A(1; -2; -4)$ и $B(10; 4; -6)$ .	1. 11      2. 7	1
163.	Найдите координаты точки $B$ , если $A(1; -2; -4)$ и $\overrightarrow{AB} = \{-2; 5; -1\}$ .	1. $B(-1; 3; -5)$ 2. $B(-3; -7; -3)$	1
164.	Найдите координаты точки $A$ , если $B(-5; 4; -7)$ и $\overrightarrow{AB} = \{-1; 5; -9\}$ .	1. $A(4; 1; -2)$ 2. $A(-4; -1; 2)$	2
165.	Найдите середину отрезка $AB$ , если $A(1; -6; -4)$ и $B(9; 4; -8)$ .	1. $(4; 5; -2)$ 2. $(5; -1; -6)$	2
166.	Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 2; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; -3; 2\}$ . Укажите верное утверждение.	1. Векторы имеют равные модули 2. Векторы перпендикулярны	1
167.	Векторы $\vec{a} = \{-1; 2; -4\}$ и $\vec{b} = \{3; -6; 8\}$	1. Коллинеарны 2. Перпендикулярны	1
168.	Векторы $\vec{a} = \{-1; 5; -4\}$ и $\vec{b} = \{2; 6; 7\}$	1. Коллинеарны 2. Перпендикулярны	2
169.	Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{-1; 0; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; -6; 3\}$	1. 1      2. 2	2
170.	Если $\vec{a} = \{1; 2; -3\}$ и $\vec{b} = \{-2; 1; 6\}$ , то $ \overrightarrow{2\vec{a} + \vec{b}}  = ?$	1. 5      2. 3	1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
171.	Если $f'(x_0)=1$ , то в точке $x_0$ касательная к графику функции...	1. Параллельна оси $Ox$ 2. Параллельна прямой $y = x$	2
172.	Касательная к графику функции $y = \ln x$ в точке $x_0 = 1 \dots$	1. Параллельна оси $Ox$ 2. Параллельна прямой $y = x$	2
173.	Касательная к графику функции $y = x^2 - 2x + 7$ в точке $x_0 = 1 \dots$	1. Параллельна оси $Ox$ 2. Параллельна прямой $y = x$	1
174.	Определите тангенс угла наклона к оси $Ox$ касательной, проведенной к графику функции $y = \cos x$ в точке $x_0 = \pi/6$ .	1. $-\frac{1}{2}$ 2. $\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
175.	Определите тангенс угла наклона к оси $Ox$ касательной, проведенной к графику функции $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ в точке $x_0 = 1$ .	1. $-\frac{1}{2}$ 2. $\frac{1}{2}$	2
176.	Найдите производную функции $y = \ln \sqrt{3x}$ .	1. $y' = \frac{1}{\sqrt{3x}}$ 2. $y' = \frac{1}{2x}$	2
177.	Найдите производную функции $y = x^2 \ln x$ .	1. $y' = x(1 + 2 \ln x)$ 2. $y' = 2x$	1
178.	Найдите третью производную функции $y = \ln(5x)$ .	1. $y' = \frac{2}{x^3}$ 2. $y' = \frac{2}{125x^3}$	1
179.	Найдите производную четвертого порядка для функции $y = x^5$ .	1. $y^{(4)} = 60x^2$ 2. $y^{(4)} = 120x$	2
180.	Найдите производную шестого порядка для функции $y = x^4$ .	1. $y^{(6)} = 24$ 2. $y^{(6)} = 0$	2
181.	Укажите четную функцию.	1. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$ 2. $y = \frac{x+1}{x^2 + 1}$	1
182.	Укажите нечетную функцию.	1. $y = \frac{1-x}{x^2 + 1}$ 2. $y = \frac{x}{x^2 + 1}$	2
183.	Функция $f(x) = \cos(x^3)$ является	1. Четной      2. Нечетной	1
184.	Функция $f(x) = x^3 \cos x$ является	1. Четной      2. Нечетной	2
185.	Функция $f(x) = \sin(x^2)$ является	1. Четной      2. Нечетной	1

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
186.	В какой точке касательная к кривой $y = (x-1)^2 + 2$ параллельна оси абсцисс?	1. $x = -1$ 2. $x = 1$	2
187.	В какой точке касательная к кривой $y = x^2 - 4x + 5$ параллельна оси абсцисс?	1. $x = 2$ 2. $x = 1$	1
188.	В какой точке касательная к кривой $y = (x+1)^3 + 2$ параллельна оси абсцисс?	1. $x = -2$ 2. $x = -1$	2
189.	Сколько вертикальных асимптот имеет график функции $y = \frac{1}{x^3 + 3x^2 - 10x}$ ?	1. Одну      2. Три	2
190.	Сколько вертикальных асимптот имеет график функции $y = \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 10x}$ ?	1. Одну      2. Три	1
191.	Брошены две игральные кости. Вероятность того, что произведение очков на выпавших гранях составит 12, равна ...	1. $\frac{1}{6}$ 2. $\frac{1}{9}$	2
192.	Брошены две игральные кости. Вероятность того, что произведение очков на выпавших гранях составит 24, равна ...	1. $\frac{1}{12}$ 2. $\frac{1}{18}$	2
193.	В коробке 7 зеленых и 3 желтых карандаша. Какова вероятность, извлекая из этой коробки два карандаша, достать оба зеленых ?	1. $\frac{7}{15}$ 2. $\frac{21}{50}$	1
194.	В коробке 2 зеленых и 3 желтых карандаша. Какова вероятность, извлекая из этой коробки два карандаша, достать оба зеленых ?	1. $\frac{1}{10}$ 2. $\frac{1}{5}$	1
195.	Монету бросают 4 раза. Какова вероятность, что при этом хотя бы один раз выпадет "орел"?	1. $\frac{5}{8}$ 2. $\frac{15}{16}$	2



№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
196.	Монету бросают 3 раза. Какова вероятность, что при этом хотя ни разу не выпадет "орел"?	1. $\frac{1}{8}$ 2. $\frac{1}{6}$	1
197.	Первую четверть пути поезд двигался со скоростью 80 км/час, а оставшуюся часть пути со скоростью 60 км/час. Найти среднюю скорость поезда в пути.	1. 72 км/ч      2. 64 км/ч	2
198.	Половину пути автомобиль двигался со скоростью 30 км/час, а оставшуюся часть пути со скоростью 60 км/час. Найти среднюю скорость автомобиля в пути.	1. 40 км/ч      2. 45 км/ч	1
199.	Садовый участок имеет форму прямоугольника, одна сторона которого на 10 м больше другой. Какую длину будет иметь изгородь, если площадь участка 1200 м <sup>2</sup> ?	1. 70 м      2. 140 м	2
200.	Для лаборатории купили 3 прибора типа <b>A</b> и 3 прибора типа <b>B</b> , заплатив за 90 \$. Сколько стоит прибор <b>A</b> , если 9 приборов <b>A</b> стоят столько же, сколько 6 приборов <b>B</b> ?	1. 18 \$      2. 12 \$	2
<b>3 КАТЕГОРИЯ (4 балла)</b>			
201	Сколько раз в течении столетия запись числа, месяца и последних двух цифр года производится при помощи только одной и той же цифры?	1. 9      2. 13	2
202	Число $\pi$ в десятичной системе счисления довольно точно выражается обыкновенной дробью $\frac{22}{7}$ . Как выражается это приближение в семеричной системе счисления?	1. 3,1      2. 3,2	1
203	Во дворе стоит шест высотой 2м. На его верхнем конце сидят 3 мухи. Одновременно все три мухи разлетаются в разные стороны. Будут ли они находиться в одной плоскости через час?	1. нет      2. да	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
204	Даны три точки $A, B$ и $C$ - вершины равнобоковой трапеции. Каково наибольшее число таких трапеций определяется этими точками?	1. 1      2. 3	2
205	Два диска равномерно вращаются вокруг двух параллельных осей $A$ и $B$ с угловыми скоростями $\omega_A = 3$ (об/мин) и $\omega_B = 12$ (об/мин). До начала вращения в дисках было просверлено общее сквозное отверстие $O$ . Через какое время отверстия в первый раз совпадут вновь?	1. 20 сек      2. 60 сек	1
206	Прямой круговой конус с радиусом основания $r$ лежит на плоскости, касаясь ее по образующей $SA$ длины $l$ . Конус перекатали без скольжения по плоскости вокруг его вершины $S$ на $360^\circ$ , т.е. он вернулся в исходное положение. Какова должна быть величина $l$ , чтобы при этом и образующая $SA$ вернулась в исходное положение?	1. $l = r$ 2. $l = k \cdot r$ , где целое $k > 1$	2
207	Как относятся объемы трех прямоугольных параллелепипедов, если их длины относятся как $a:b:c$ , их ширины – как $b:c:a$ и их высоты – как $c:a:b$ ?	1. 1:1:1      2. $a:b:c$	1
208	Минутная и часовая стрелки совпадают ровно в 12 часов. В какой момент они совпадут впервые после 12 часов?	1. 13 час 5 мин      2. 13 час $5\frac{5}{11}$ мин	2
209	В одном стакане 5 ложек чая, а в другом 5 ложек молока. Ложку молока перелили в стакан чая, перемешали и ложку чая с молоком перелили обратно в стакан с молоком. Чего оказалось больше: чая в молоке или молока в чае?	1. молока в чае      2. одинаково	2
210	В десятичной дроби выписаны подряд все натуральные числа: 0,123... Будет ли эта дробь периодической?	1. да      2. нет	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
211	В десятичной записи некоторого натурального числа имеется 300 единиц, а остальные цифры равны нулю. Может ли это число быть полным квадратом?	1. нет      2. да	<b>1</b>
212	Нетрудно покрыть 64 поля шахматной доски 32 костяшками домино так, чтобы каждая костяшка покрывала два поля (размеры соответствуют!). Можно ли покрыть шахматную доску без двух диагонально противоположных угловых полей 31-й костью домино?	1. нет      2. да	<b>1</b>
213	Грани куба раскрашиваются либо в белый, либо в черный цвет. Два куба считаются раскрашенными различно, если их окраски не совпадают, как бы не переворачивались кубы. Сколько есть различных способов окраски?	1. 12      2. 10	<b>2</b>
214	Сколькими нулями оканчивается число $100!$ ?	1. 20      2. 24	<b>2</b>
215	Тысяча точек являются вершинами выпуклого 1000-угольника, внутри которого расположено 500 точек общего положения. Этот многоугольник разрезается на треугольники, вершинами которого служат только данные 1500 точек. Сколько получится треугольников?	1. 1998      2. 1500	<b>1</b>
216	Каково наибольшее число точек пересечения диагоналей выпуклого $n$ -угольника внутри него?	1. $(C_n^2)^2$ 2. $C_n^4$	<b>2</b>
217	Формула «сложного» квадратного радикала применима к выражению	1. $\sqrt{A\sqrt{B}}$ 2. $\sqrt{A+\sqrt{B}}$	<b>2</b>
218	Формула бинома: $(a+b)^6 =$	1. $a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$ 2. $a^6 + 6a^5b + 12a^4b^2 + 20a^3b^3 + 12a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$	<b>1</b>
219	Неравенство Коши-Буняковского $a_1b_1 + a_2b_2 \leq$	1. $\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2}$ 2. $\sqrt{a_1^2 + b_1^2} \cdot \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$	<b>1</b>

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
220	Можно ли ходом шахматного коня попасть из левого нижнего угла шахматной доски в правый верхний, побывав на каждом поле ровно один раз?	1. да      2. нет	2
221	Могут ли быть два треугольника неравными, если все углы первого равны углам второго и две стороны первого треугольника равны двум сторонам второго?	1. нет      2. да	2
222	Если $R$ - радиус описанной окружности треугольника и $\alpha, \beta, \gamma$ - его углы, то его площадь $S =$	1. $4R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$ 2. $2R^2 \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$	2
223	Если $a, b, c$ - стороны треугольника и $S$ - его площадь, то радиус $R$ описанной около него окружности равен	1. $\frac{abc}{4S}$ 2. $\frac{abc}{2S}$	1
224	В коробке лежат 10 красных, 8 синих, 8 зеленых и 4 желтых карандаша. Какое наименьшее число карандашей в темноте надо взять, чтобы среди них заведомо было не меньше 4-х карандашей одного цвета?	1. 13      2. 16	1
225	Сколько делителей у числа $2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^7$	1. 140      2. 240	2
226	Сколько делителей у числа $3^6 \cdot 9^6$	1. 19      2. 36	1
227	Можно разрезать выпуклый 17-угольник на 14 треугольников?	1. да      2. нет	2
228	Каков остаток от деления на 3 натурального числа, записанного 20 тройками и 20 двойками?	1. 1      2. 2	1
229	Периметры правильных треугольника и шестиугольника равны. Чему равно отношение их площадей?	1. $\frac{2}{3}$ 2. $\frac{1}{4}$	1
230	Семь карточек перенумеровали числами от 1 до 7 и перемешали. Вынимается наугад 5 карточек. Какова вероятность того, что номера карточек будут идти в возрастающем порядке?	1. $\frac{1}{7!}$ 2. $\frac{1}{5!}$	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
231	Стороны треугольника равны $a, b, c$ . Указать формулу для вычисления медианы $m_a$ к стороне $a$	1. $\sqrt{\frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}}$ 2. $\sqrt{\frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{2}}$	1
232	$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} =$	1. 1      2. 0	2
233	Указать точки разрывов для функции $f(x) = \begin{cases} \frac{( x -1)^2}{ x-1  \cdot  x-2 }, & \text{для } x \neq 1, x \neq 2; \\ 0, & \text{для } x = 1, x = 2. \end{cases}$	1. $x = 1, x = 2$ 2. $x = 2$	2
234	Пусть $\bar{a} \times \bar{b}$ - векторное произведение векторов и $\bar{a} \cdot \bar{b}$ - скалярное произведение. Указать формулу двойного векторного произведения $\bar{a} \times (\bar{b} \times \bar{c}) =$	1. $\bar{b}(\bar{a} \cdot \bar{c}) - \bar{c}(\bar{a} \cdot \bar{b})$ 2. $\bar{b}(\bar{a} \cdot \bar{b}) - \bar{c}(\bar{a} \cdot \bar{c})$	1
235	Какая функция не обладает следующим свойством: если значение $f(x)$ рационально, то значение $f(x+1)$ иррационально?	1. $\sqrt{2}(x^2 - x)$ 2. $\sqrt{2}x$	1
236	Двухзначное число в сумме с числом, записанным теми же цифрами, но в обратном порядке, дает полный квадрат. Сколько всего есть таких чисел?	1. 7      2. 8	2
237	37кг олова теряют в воде 5кг своего веса, а 23кг свинца теряют 2кг. Слиток обеих металлов в 120кг теряет в воде 14кг. Сколько в слитке олова и сколько свинца?	1. 60 и 60      2. 74 и 46	2
238	Цены на товары снижены на 20%. На сколько процентов больше можно купить товаров на одну и ту же зарплату?	1. на 20%      2. на 25%	2
239	Вычислить в уме: $\left( \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} \right) \cdot \sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} =$	1. -2      2. 2	1
240	Упростить выражение $\sqrt{4,5 + \sqrt{2}} + 2\sqrt{3} + \sqrt{6} =$	1. $\sqrt{3} + 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 2. $\sqrt{2} + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$	1
241	Решить уравнение при $x \geq 3$ : $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(1-x)^2} = 10$	1. 5      2. 7	2

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов	ПО
242	Какое наибольшее количество острых углов может встретиться в выпуклом четырехугольнике?	1. 3      2. 2	1
243	Решить уравнение: $1+a+a^2+\dots+a^x=(1+a)(1+a^2)(1+a^4)(1+a^8)$	1. $x=8$ 2. $x=15$	2
244	Найти значение $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ =$	1. $\frac{1}{8}$ 2. $\frac{1}{4}$	1
245	При каких значениях $x$ справедливо равенство $\lg \sin(x+ x )=0$ ?	1. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ , где целое $k \geq 0$ . 2. $x = \frac{\pi}{4} + \pi k$ , где $k$ -целое	1
246	Какое наибольшее число воскресений может быть в году?	1. 52 2. 53	2
247	Уравнение $ax^2+bx+c=0$ не имеет действительных корней и $a+b+c < 0$ . Какой знак имеет коэффициент $c$ ?	1. $c < 0$ 2. $c > 0$	1
248	При каком $n$ величина $\frac{\lg 2 \cdot \lg 3 \cdot \dots \cdot \lg n}{10^n}$ принимает наименьшее значение?	1. $10^{n-1}$ и $10^{n-1}+1$ 2. $10^n$ и $10^n-1$	2
249	Про квадратный трехчлен $f(x)=ax^2-ax+1$ известно, что $ f(x)  \leq 1$ при $0 \leq x \leq 1$ . Найдите наибольшее возможное значение $a$ .	1. $a=8$ 2. $a=4$	1
250	Длины катетов прямоугольного треугольника равны $a$ и $b$ . На его гипотенузе как на стороне во внешнюю сторону относительно треугольника построен квадрат. Найдите расстояние от вершины прямого угла треугольника до центра квадрата.	1. $\sqrt{2}(a+b)$ 2. $\frac{\sqrt{2}}{2}(a+b)$	2