



**Междисциплинарная многопрофильная олимпиада  
«Технологическое предпринимательство»**

**Профиль «Новые технологии»**

**Заочный этап**

**10 – 11 класс**

Уважаемый участник!

Вы приступаете к выполнению заданий Междисциплинарной многопрофильной олимпиады «Технологическое предпринимательство». Прежде, чем Вы начнете, оргкомитет просит учесть несколько правил, выполнение которых необходимо:

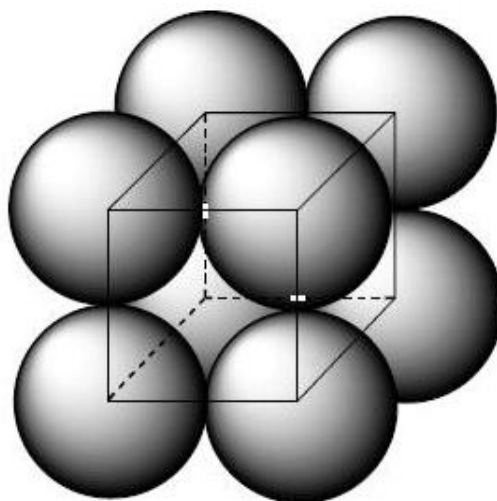
1. Вы можете выполнять задания и загружать работу до окончания приема работ в 23:59 часов по московскому времени 6 февраля 2017 года. Иного таймера нет.
2. Просим не задерживать выполнение: при опоздании даже на 5 секунд система закрывает прием работ, и Ваша работа не будет принята к рассмотрению.
3. Работа выполняется ТОЛЬКО самостоятельно. Коллективное выполнение работ запрещено: все одинаковые работы будут аннулированы.
4. Все решения необходимо печатать либо писать печатными буквами на белых листах формата А4, затем сохранять файл как PDF и после этого загружать в Личный кабинет. Пример для MS WORD: Файл→Сохранить как...→Тип файла PDF (\*.pdf).
5. Прием работы через электронную почту не производится. Только через Личный кабинет.
6. Запрещено «переконвертировать» файл, просто переименовав у него расширение на PDF: в таком виде он не читается и не будет проверен. За него будет выставлена оценка 0 баллов.
7. После загрузки работы Вам будет направлено письмо. У Вас есть 24 часа (или менее, если до конца приема работ осталось меньше времени) на проверку загруженного файла и его замену. Просим не пренебрегать этой возможностью и проверять загруженный файл, в том числе на отсутствие технических сбоев при загрузке, препятствующих открытию и чтению файла.
8. Необходимо загружать работу только в специально отведенное поле, не путая профили.
9. Запрещено подписывать работы или иным способом указывать на автора. Работа с указанными персональными данными участника будет аннулирована.
10. Необходимо четко выполнять требования к объему работы, если он указан в задании.

### 1. Решить задачу (Максимум 3 балла)

Найдите расстояние между центрами соседних молекул фуллерена в его низкотемпературной модификации (плотность  $1.7 \text{ г/см}^3$ ), которая имеет примитивную кубическую решетку, где молекулы находятся только в вершинах кубической элементарной ячейки. Масса молекулы фуллерена составляет  $720,6 \text{ г/моль}$ .

#### Решение

В примитивной кубической решетке каждая молекула в вершине куба принадлежит 8 соседним элементарным ячейкам. На одну ячейку приходится  $8 \cdot 1/8 = 1$  молекула  $\text{C}_{60}$ .



Объем одного моля фуллерена составляет:

$$V_m = \frac{M}{\rho} = \frac{720,6}{1,7} = 424 \text{ см}^3/\text{моль}$$

Объем одной элементарной ячейки:

$$V_{\text{яч}} = \frac{V_m}{N_A} = \frac{424}{6,02 \cdot 10^{23}} = 7,04 \cdot 10^{-22} \text{ см}^3 = 0,704 \text{ нм}^3$$

где,  $N_A$  – число Авогадро.

Расстояние между центрами соседних молекул равно ребру элементарной ячейки:

$$a = V_{\text{яч}}^{1/3} = 0,89 \text{ нм.}$$

**Ответ** 0.89 нм

## 2. Решить задачу (8 баллов)

Для контроля точности обработки отверстия используют калибры-пробки. При проверке отверстия диаметром 3 см в него вставляют два калибра-пробки: 2 и 1 см, как показано на рисунке 1. С целью повышения точности контроля формы отверстия вместе с этими двумя калибрами можно вставить еще два, которые должны плотно прилегать к стенке отверстия и к обоим первым калибрам.

Вычислите диаметр дополнительных калибров без применения тригонометрии. Диаметры калибров одинаковы.

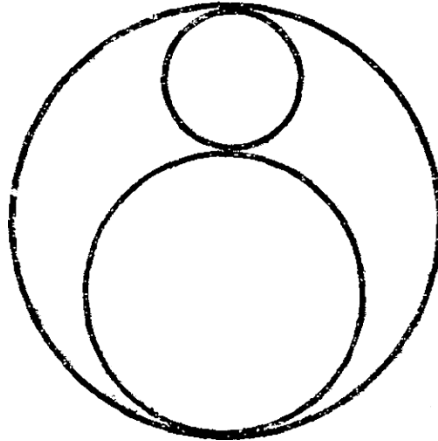


Рисунок 1.

### Решение:

Самый простой способ определения диаметров калибров – геометрический (см. рис.

2). Радиус искомой окружности обозначим через  $r$ .

Тогда:  $KO'' = AK - AO'' = 3/2 - AO'' = 3/2 - r$ .  $OO'' = 1 + r$ .  $SO'' = 1/2 + r$ .

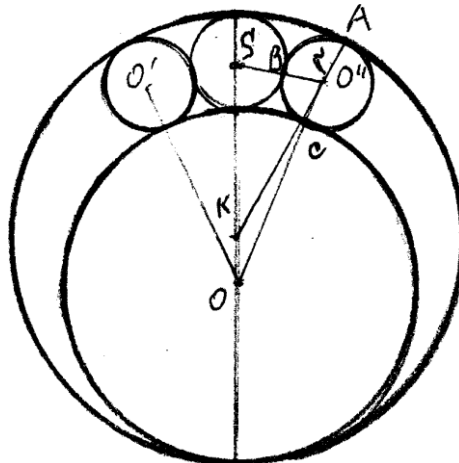


Рисунок 2.

Отметим, что  $\triangle SO''K$  и  $\triangle KO''O$  имеют одинаковую высоту, при этом  $SK = 1$ ,  $KO = 1/2$ . Отсюда площадь треугольника  $SO''K$  вдвое больше площади треугольника  $KO''O$ .

Для дальнейшего решения задачи используем известную формулу Герона для вычисления площади треугольника по его сторонам:

$$S = \sqrt{p(p-a) \times (p-b) \times (p-c)},$$

где:  $p$  – полупериметр,  $a, b, c$  – длины сторон треугольника.

Отсюда для большего треугольника:

$$p = \frac{1}{2} \left[ 1 + \left( \frac{1}{2} + r \right) + \left( \frac{3}{2} - r \right) \right] = \frac{3}{2}.$$

Для меньшего треугольника:

$$p = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} + \left( \frac{3}{2} - r \right) + (1 + r) \right] = \frac{3}{2}.$$

Отношение площадей этих треугольников можно выразить следующим образом:

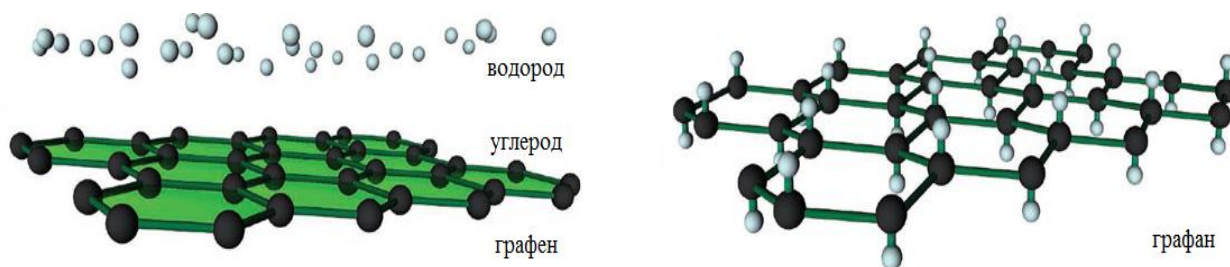
$$\left( \frac{3}{2} \right) \times \left( \frac{1}{2} \right) \times (1-r) \times r = 4 \left( \frac{3}{2} \right) \times 1 \times r \times \left( \frac{1}{2} - r \right).$$

После упрощения, получим:  $1 - r = 4 - 8r$ , откуда  $r = 3/7$  см. Следовательно, диаметры дополнительных калибров должны быть  $6/7$  см.

**Ответ**  $6/7$  см

### 3. Решить задачу (5 баллов)

Оценить массу графенового аккумулятора водорода, способного отдать максимум 1 кг водорода.



#### Решение:

Каждый атом углерода в графене способен присоединить один атом водорода. Атомная масса углерода равна 12 г/моль. Атомная масса водорода равна 1 г/моль. Следовательно, в образовавшемся графене на 12 кг углерода приходится 1 кг водорода. Таким образом, графеновый аккумулятор водорода, способный отдать максимум 1 кг водорода, имеет массу 13 кг без учета массы корпуса такого аккумулятора.

**Ответ:**

Графеновый аккумулятор водорода, способный отдать максимум 1 кг водорода, имеет массу 13 кг без учета массы корпуса такого аккумулятора.

**Критерии оценивания:**

2 балла за верный подсчет соотношения атомов водорода и углерода (1:1);

2 балла за верный подсчет соотношения массы водорода и углерода (1:12);

1 балл за верный подсчет массы графенового аккумулятора водорода (13кг).

Итого: 5 баллов.

**4. Решить задачу (10 баллов)****Задача о шаровой фрезе**

Имеется полая деталь, внутренняя поверхность которой – параболоид вращения. Парабола, вращением которой получен параболоид, имеет уравнение

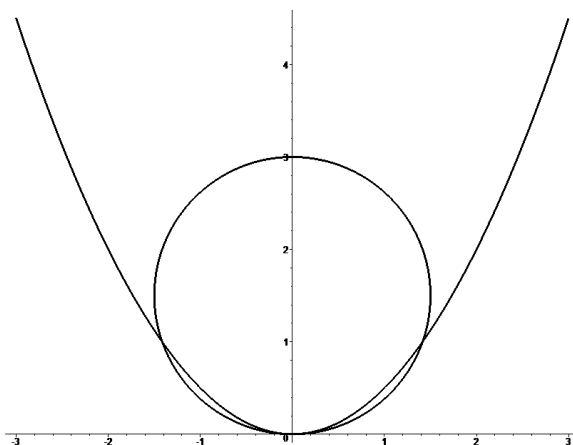
$$y = \frac{x^2}{4F}. \quad (1)$$

Здесь  $F$  – фокусное расстояние параболы.

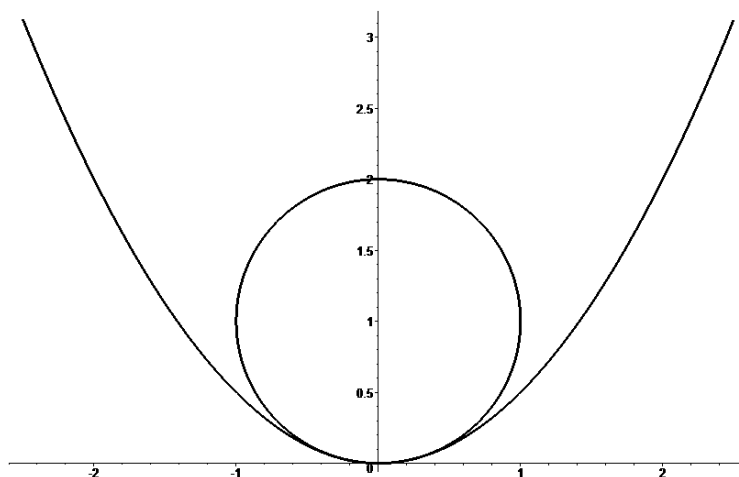
Внутреннюю поверхность детали следует обработать (шлифовать) шаровой фрезой без изменения формы параболоида. Требуется узнать, каков максимальный радиус шара, являющегося рабочим органом фрезы.

**Решение**

На Рис. 1. показан разрез фрезы непригодного радиуса:



Видна причина непригодности: парабола и окружность имеют три общие точки. Радиус сферы следует уменьшить так, чтобы общая точка была единственной – вершина параболы:



Уравнение окружности, касающейся оси абсцисс и с центром на оси ординат:

$$x^2 + (y - a)^2 = a^2. \quad (2)$$

Точки пересечения параболы и окружности таковы:

$$A(0,0), \quad B(x_0, y_0), \quad C(-x_0, y_0). \quad (3)$$

$$\text{где } y_0 = 2a - 4F, \quad x_0 = \sqrt{Fy_0}. \quad (4)$$

Ясно, что три точки  $A, B, C$  сливаются в одну при условии  $a = 2F$ . (5)

Соответственно, фреза пригодна для обработки при условии  $a \leq 2F$ .

**Ответ**  $a \leq 2F$

### 5. Решить задачу (10 баллов)

#### Задача о шарах

В цилиндрическую банку радиуса  $R$  положен алюминиевый шар радиуса  $a$  и залит водой в точности «по макушку». Затем шар вынули, оставив в банке тот же объем воды, и положили новый алюминиевый шар другого радиуса  $b$ , но он оказался тоже покрыт водой «по макушку». При каких значениях  $a$  найдется замещающий шар меньшего радиуса? Аналогично – большего радиуса.

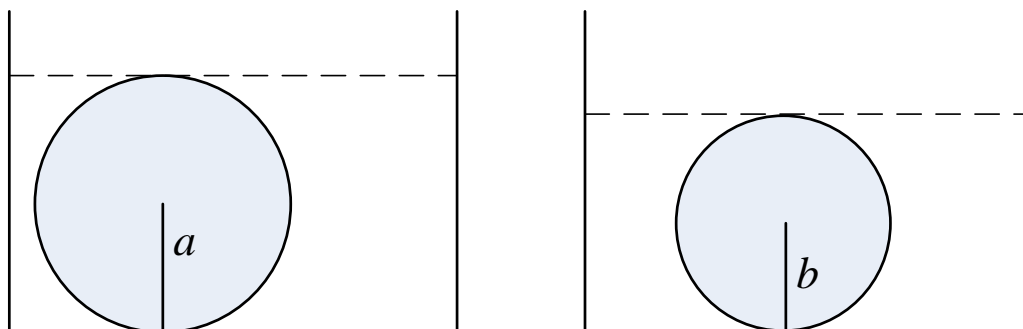


Рис. 1. Банка с различными шарами и одинаковым количеством воды.

### Решение

Естественное ограничение

$$a \leq R, \quad (1)$$

Иначе левый шар в банку не поместится. Объём воды в левой банке равен

$$2\pi aR^2 - \frac{4}{3}\pi a^3,$$

а в правой

$$2\pi bR^2 - \frac{4}{3}\pi b^3.$$

Поскольку эти числа равны, то получаем уравнение

$$(a-b)(2a^2 + 2ab - 3R^2 + 2b^2) = 0.$$

Случай  $b = a$  не отвечает условию задачи, и для отыскания  $b$  получаем уравнение

$$2a^2 + 2ab - 3R^2 + 2b^2 = 0. \quad (2)$$

Дискриминант равен

$$12(2R^2 - a^2),$$

и в силу (1), положителен. Один из корней уравнения (2) заведомо отрицателен.

Второй корень имеет вид

$$b = \frac{1}{2}\sqrt{-3a^2 + 6R^2} - \frac{1}{2}a. \quad (3)$$

Требование

$$b \leq R$$

Приводит к включению

$$a \in \left[ \frac{R(\sqrt{3}-1)}{2}, R \right]. \quad (4)$$

Условие  $b < a$  выполнено, если вместе с (4) имеет место

$$a > \frac{\sqrt{2}R}{2},$$

А условие  $b > a$  выполнено, если вместе с (4) имеет место

$$a < \frac{\sqrt{2}R}{2}$$

Наконец,  $b = a$  в том случае, когда вместе с (4) имеет место

$$a = \frac{\sqrt{2}R}{2}$$

**Ответ**  $a = \frac{\sqrt{2}R}{2}$

### 6. Решить задачу (5 баллов)

Максим И. в своей комнате изготавливает умные пылесосы компактных размеров. В течение 2016 года он выпустил 64 таких робота по цене 1500 рублей за

штуку. При этом на изготовление 1 экземпляра ушло 228 рублей. Незавершенное производство составило 35% от завершенного производства. Материалы для производства поставляются Максиму 1 раз в 30 дней, а готовая продукция поступает на склад 1 раз в 18 дней. Сам производственный процесс занимает у него 14 дней. Вычислите совокупную величину оборотных средств стартапа, если на самострахование выделено 40% от норматива по оборотным средствам.

### Решение

	<b>Норма</b>	<b>Норматив</b>	
<b>Запас</b>	30 дн.	40,53 руб./сут.	1215,9 руб.
<b>Незавершенное пр-во</b>	14 дн.	93,33 руб./сут.	1306,62 руб.
<b>Складирование</b>	18 дн.	266,66 руб./сут.	4799,88 руб.
<b>Страховка</b>			2928,96 руб.
<b>ИТОГО:</b>			<b>10251,36 руб.</b>

1. Запасы:  $64 * 228 = 14592$  руб.  $\rightarrow 14592 / 360 = 40,53$  руб./сут.
2. Выручка:  $64 * 1500 = 96000$  руб.
3. Незавершенное пр-во:  $96000 * 0,35 = 33600$  руб.  $\rightarrow 33600 / 360 = 93,33$  руб./сут.
4. Складирование:  $96000 / 360 = 266,66$  руб./сут.