

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

2019 - 2020 учебный год

Заключительный (очный) этап

10 – 11 классы

1 вариант

Задание 1

Максимум 15 б

Решить уравнение

$$\sqrt{3 + 2\sqrt{3 + 2\sqrt{1 + \frac{2}{\cos^2 x}}}} = \operatorname{tg}^2 x$$



Задание 2

Максимум 15 б

Решить уравнение $2\sqrt{2}\sin^3\left(\frac{\pi x}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}(1-x)\right)$.

Сколько решений этого уравнения удовлетворяет условию:

$0 \leq x \leq 2020$?



Задание 3
Максимум 15 б

Фермер Йохансен получает с одного гектара 10 тонн пшеницы, затем продает ее по цене 300 евро за тонну. При продажах на сумму свыше 10 000 евро на доход с продаж вводится повышенный налог, который фермер не хочет платить. Границы поля (в га) для посевов заданы линией:

$$2|2|x| - a| + |6|y| + 3| = 12$$

Значение параметра a Йохансен может выбрать сам. Помогите найти фермеру все возможные целые значения параметра a таким образом, чтобы ему не пришлось платить повышенный налог.



Задание 4

Мария Ивановна, высококлассный преподаватель английского языка, занимается репетиторством со школьниками и студентами. Стоимость одного часа (60 мин) урока Марии Ивановны – 2 тыс. рублей (после вычета всех налогов). Помимо доходов от репетиторства у нее есть постоянный доход от инвестиционной деятельности, который составляет 30 тыс. рублей в месяц. Выходные дни Мария Ивановна полностью посвящает семье и не работает. Мария Ивановна очень дисциплинированная и строго следит за распределением своего времени и доходов. В рабочие дни, которых в каждом месяце ровно 20, девять часов в сутки она спит, некоторое время работает, часть времени посвящает своему хобби – вязанию, а остальное время тратит на отдых и домашние дела. Занятие хобби она считает важной составляющей своей жизни, поэтому если в день она работает L часов, то на вязание обязательно потратит $2L$ часов. Вязанные вещи она не продает, а дарит друзьям, знакомым и отдает нуждающимся. Помимо этого, Мария Ивановна является активным благотворителем и перечисляет деньги в фонд помощи больным детям. Каждый рабочий день она откладывает на благотворительность ровно $k/3$ тыс. рублей, если в этот день на отдых и домашние дела она потратила всего k часов. На все бытовые расходы, хобби и ведение домашнего хозяйства (кроме расходов на благотворительность) Мария Ивановна тратит 60 тыс. рублей в месяц, других расходов у нее нет. Конечно, Мария Ивановна очень любит отдыхать и заниматься домашними делами, но ей приходится работать, и каждый рабочий день она сама решает, сколько уроков с учениками ей сегодня проводить.

(а) Какую максимальную сумму денег может ежемесячно перечислять Мария Ивановна на благотворительность?

(б) Поскольку Мария Ивановна является высококлассным преподавателем английского языка, родители учеников, у которых Мария Ивановна ведет уроки, готовы предложить ей повышенную оплату дополнительных уроков (сверх тех, которые она уже проводит с учениками ежедневно). Мария Ивановна уже давно позаботилась о тех днях, когда не сможет больше работать, поэтому она уверенно тратит весь получаемый ежемесячный доход. Согласится ли Мария Ивановна на их предложение? Если да, то какова должна быть



оплата сверхурочных занятий, чтобы Мария Ивановна согласилась их проводить? Если нет, то объясните, почему она откажется от такого предложения.

Задание 5

Компания «Сибрур» занимается добычей углеводородов. Данной компании был поставлен контракт на обработку участка земли, площадью 9 км². Рабочие компании «Сибрур» страдают синдромом усталости из-за работы в трудных условиях, что приводит к снижению их производительности в 2 раза с каждым днем работы. Количество земли, которое может обработать любой из рабочих в первый день работы составляет $\frac{1}{2}$ км². Зарплата одного рабочего на весь период работы – 2 денежные единицы (ден.ед.), а суточная оплата аренды используемой для обработки земли – 6 ден. ед. Договор с бригадой рабочих, которая может состоять из любого количества работников, можно заключать только в первый день вступления в силу контракта по обработке участка земли.

- (а) Найдите минимальное количество работников, необходимых для обработки указанного участка земли.
- (б) Найдите количество работников, которые смогут обработать участок земли за сутки.
- (в) Если «Сибрур» минимизирует свои издержки по обработке участка земли, то какое количество работников она наймет и сколько дней будет продолжаться эта обработка? Каковы будут затраты компании на аренду участка земли и оплату труда работников?



Задание 6

С марта 2016 года ПАО «Мосэнергосбыт» ввел новую прогрессивную шкалу наказания неплательщиков за потребленную электроэнергию. Для обычных граждан пеня за несвоевременную уплату электроэнергии составляет 1/300 ставки рефинансирования ЦБ за каждый день неуплаты, начиная с 31 дня просрочки. В случае, когда оплата не производится более 91 дня, размер пени увеличивается до 1/130 ставки рефинансирования ЦБ за каждый день просрочки, начиная с 91 дня неуплаты. По сообщениям компании «Мосэнергосбыт» (<https://www.mosenergosbyt.ru>) к таким мерам пришлось прибегнуть в связи с большим ростом задолженности у населения. Однако с 1 ноября по 31 декабря 2019 года включительно АО «Мосэнергосбыт» провел акцию «Пени исчезают в полночь». По правилам акции пени потребителя электроэнергии среди населения списываются, если

1. Потребитель оплатил задолженность и текущие начисления за электроэнергию в счетах за октябрь и ноябрь 2019 года;
2. Своевременно в период с 15 до 26 декабря (включительно) передал показания счетчиков электроэнергии (при условии, что показания счетчиков не считываются у потребителя автоматически).

При этом акция не распространялась на:

1. Потребителей электрической энергии, добровольно оплативших предъявленные пени до 1 ноября 2019 года в части оплаченных пеней;
2. Пени, в отношении которых имеется решение суда об их взыскании в пользу организатора акции;
3. Потребителей, у которых по состоянию на 15 декабря 2019 года отсутствует или признан вышедшим из строя прибор учёта электроэнергии.

Почему компания осуществляет такую акцию? Почему потребители электроэнергии готовы участвовать в ней? Приведите экономические обоснования.

Для справки: Пеня — вид неустойки, штрафная санкция за невыполнение в срок или несвоевременное выполнение установленных законом или договором обязательств, зачисляющаяся в процентах от оговорённой в договоре суммы за каждый просроченный день



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Российская академия народного хозяйства и государственной службы
при Президенте Российской Федерации

Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике

2019 - 2020 учебный год

Заключительный (очный) этап

10 – 11 классы

2 вариант

Задание 1

Максимум 15 б

Решить уравнение

$$\sqrt{4 + 3 \sqrt{4 + 3 \sqrt{1 + \frac{3}{\sin^2 x}}}} = \operatorname{ctg}^2 x.$$



Задание 2

Максимум 15 б

Решить уравнение $2\sqrt{2}\sin^3\left(\frac{\pi x}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}(1+x)\right)$.

Сколько решений этого уравнения удовлетворяет условию: $2000 \leq x \leq 3000$?



Задание 3

Максимум 20 б

Фермер Йохансен получает с одного гектара 10 тонн пшеницы, затем продает ее по цене 300 евро за тонну. При продажах на сумму свыше 10 000 евро на доход с продаж вводится повышенный налог, который фермер не хочет платить. Границы поля (в га) для посевов заданы линией:

$$2|2|x| + 2a| + |6|y| + 3| = 12$$

Значение параметра a Йохансен может выбрать сам. Помогите найти фермеру все возможные целые значения параметра a такие, чтобы ему не пришлось платить повышенный налог.



Задание 4

Максим Андреевич, в прошлом преподаватель вуза, дает уроки математики группам школьников. Стоимость одного часа (60 мин) урока Максима Андреевича с группой школьников составляет 3 тыс. рублей (после вычета всех налогов). Помимо доходов от репетиторства у него есть постоянный доход от инвестиционной деятельности, который составляет 14 тыс. рублей в месяц. Выходные дни Максим Андреевич полностью посвящает семье и не работает. Максим Андреевич очень дисциплинированный и строго следит за распределением своего времени и доходов. В рабочие дни, которых в каждом месяце ровно 21, восемь часов в сутки он спит, некоторое время работает, часть времени посвящает своему хобби – создает гравюры по металлу, а остальное время тратит на отдых и домашние дела. Занятие хобби он считает важной составляющей своей жизни, поэтому если в день он работает L часов, то на создание гравюр обязательно потратит $2L$ часов. Гравюры он не продает, а дарит друзьям и знакомым. Помимо этого, Максим Андреевич является активным благотворителем и перечисляет деньги в фонд помощи больным детям. Каждый рабочий день он откладывает на благотворительность ровно $k/3$ тыс. рублей, если в этот день на отдых и домашние дела он потратила всего k часов. На все бытовые расходы, хобби и ведение домашнего хозяйства (кроме расходов на благотворительность) Максим Андреевич тратит 70 тыс. рублей в месяц, других расходов у него нет. Конечно, Максим Андреевич очень любит отдыхать и заниматься домашними делами, но ему приходится работать, и каждый рабочий день он сам решает, сколько уроков с учениками он сегодня будет проводить.

(а) Какую максимальную сумму денег может ежемесячно перечислять Максим Андреевич на благотворительность?

(б) Поскольку Максим Андреевич очень хороший преподаватель математики, родители учеников, у которых он ведет уроки, готовы предложить ему повышенную оплату дополнительных уроков (сверх тех, которые он уже проводит с учениками ежедневно). Максим Андреевич уже давно позаботился о тех днях, когда не сможет больше работать, поэтому он уверенно тратит все получаемые ежемесячно деньги. Согласится ли Максим Андреевич на их предложение? Если да, то какова должна быть оплата сверхурочных занятий, чтобы он согласился проводить дополнительные уроки? Если нет, то объясните, почему он откажется от такого предложения.



Задание 5

Компания «Золотник» занимается добычей золота и драгоценных камней. «Золотник» заключил контракт на обработку квадратного участка земли, площадью 10 км^2 . Рабочие компании «Золотник» страдают синдромом постоянной усталости из-за очень трудоемкой работы, что приводит к снижению их производительности в 2 раза с каждым днем работы. Количество земли, которое может обработать любой из рабочих в первый день работы составляет $\frac{1}{2} \text{ км}^2$. Зарплата одного рабочего на весь период работы – 3 денежные единицы (ден.ед.), а суточная оплата аренды оборудования для обработки всего участка земли – 7 ден. ед. Договор с бригадой рабочих, которая может состоять из любого количества работников, можно заключать только в первый день вступления в силу контракта по обработке участка земли.

- (а) Найдите минимальное количество рабочих, необходимых для обработки указанного участка земли.
- (б) Найдите количество работников, которые смогут обработать участок земли за сутки.
- (в) Если «Золотник» минимизирует свои издержки по обработке участка земли, то какое количество работников наймет компания и сколько дней будет продолжаться эта обработка? Каковы будут совокупные затраты компании на аренду оборудования и оплаты труда работников?



Задание 6

С марта 2016 года ПАО «Мосэнергосбыт» ввел новую прогрессивную шкалу наказания неплательщиков за потребленную электроэнергию. Для обычных граждан пеня за несвоевременную уплату электроэнергии составляет 1/300 ставки рефинансирования ЦБ за каждый день неуплаты, начиная с 31 дня просрочки. В случае, когда оплата не производится более 91 дня, размер пени увеличивается до 1/130 ставки рефинансирования ЦБ за каждый день просрочки, начиная с 91 дня неуплаты. По сообщениям компании «Мосэнергосбыт» (<https://www.mosenergoby.ru>) к таким мерам пришлось прибегнуть в связи с большим ростом задолженности у населения. Однако с 1 ноября по 31 декабря 2019 года включительно АО «Мосэнергосбыт» провел акцию «Пени исчезают в полночь». По правилам акции пени потребителя электроэнергии среди населения списываются, если Потребитель оплатил задолженность и текущие начисления за электроэнергию в счетах за октябрь и ноябрь 2019 года;

Своевременно в период с 15 до 26 декабря (включительно) передал показания счетчиков электроэнергии (при условии, что показания счетчиков не считываются у потребителя автоматически).

При этом акция не распространялась на:

Потребителей электрической энергии, добровольно оплативших предъявленные пени до 1 ноября 2019 года в части оплаченных пеней;

Пени, в отношении которых имеется решение суда об их взыскании в пользу организатора акции;

Потребителей, у которых по состоянию на 15 декабря 2019 года отсутствует или признан вышедшим из строя прибор учёта электроэнергии.

Почему компания осуществляет такую акцию? Почему потребители электроэнергии готовы участвовать в ней? Приведите экономические обоснования.

Для справки: Пёня — вид неустойки, штрафная санкция за невыполнение в срок или несвоевременное выполнение установленных законом или договором обязательств, зачисляющаяся в процентах от оговорённой в договоре суммы за каждый просроченный день.

