

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Российская академия народного хозяйства и государственной службы  
при Президенте Российской Федерации  
Олимпиада школьников РАНХиГС по Экономике  
2017-2018 учебный год  
Заочный этап  
8-9 классы**

Уважаемый участник!

Вы приступаете к выполнению заданий Олимпиады школьников РАНХиГС. Прежде, чем Вы начнете, оргкомитет просит учесть несколько правил, выполнение которых необходимо:

1. Вы можете выполнять задания и загружать работу до окончания приема работ в 23:59 часов по московскому времени 26 ноября 2017 года. Иного таймера нет.
2. Просим не задерживать выполнение: при опоздании даже на 5 секунд система закрывает прием работ, и Ваша работа не будет принята к рассмотрению.
3. Работа выполняется ТОЛЬКО самостоятельно. Коллективное выполнение работ запрещено: все одинаковые работы будут аннулированы.
4. Все решения необходимо печатать, а не писать от руки, затем сохранять файл как PDF и после этого загружать в Личный кабинет. Пример для MS WORD: Файл→Сохранить как...→Тип файла PDF (\*.pdf).
5. Прием работы через электронную почту не производится. Только через Личный кабинет.
6. Запрещено «переконвертировать» файл, просто переименовав у него расширение на PDF: в таком виде он не читается и не будет проверен. За него будет выставлена оценка 0 баллов.
7. После загрузки работы Вам будет направлено письмо. У Вас есть 24 часа (или менее, если до конца приема работ осталось меньше времени) на проверку загруженного файла и его замену. Просим не пренебрегать этой возможностью и проверять загруженный файл, в том числе на отсутствие технических сбоев при загрузке, препятствующих открытию и чтению файла.
8. Необходимо загружать работу только в специально отведенное поле, не путая профили.
9. Запрещено производить заимствования без указания ссылки на первоисточник. Первоисточником являются труды известных ученых, философов, научные работы, опубликованные в рецензируемых ВАК научных изданиях либо индексируемых в Scopus или Web of Science, нормативные правовые акты и др. Ссылки на статьи без указания автора не являются корректными. Работы с некорректными заимствованиями будут аннулированы.
10. Запрещено подписывать работы или иным способом указывать на автора. Работа с указанными персональными данными участника будет аннулирована.
11. Необходимо четко выполнять требования к объему работы, если он указан в задании.

1. В племя Тумба-Юмба с населением 30 человек приезжает торговец. Изучив обычаи племени, торговец предлагает сыграть в игру. За каждую операцию натурального обмена товаров, проводимую на рынке двумя туземцами, торговец отдает каждому из участников операции по одной золотой монете. Если к концу дня у двух разных туземцев окажется одинаковое число монет, все товары и монеты достаются торговцу. Туземец меняет товары только с другим знакомым туземцем, и хитрый торговец об этом знает. К концу дня торговец находит группу туземцев с одинаковым числом монет. Туземцы потрясены, торговец счастлив, провинившихся туземцев выгоняют с базара. И тут появляется Вождь и предлагает торговцу Игру – реванш. Пусть торговец раздаст 270 монет между оставшимися туземцами и ни разу не повторится (то есть у каждого туземца должно оказаться уникальное количество монет). Если торговец не сможет это сделать, то все монеты и товары остаются в племени.

— Верно ли, что в изначальной игре у туземцев не было шанса?

— Верно ли, что вождь сможет вернуть все товары и золото?

— Верно ли, что вождь знал, сколько туземцев выгнали с рынка?

— Какое максимальное число туземцев нужно было выгнать, чтобы вождь выиграл?

— Верно ли, что если бы в первой игре торговец проиграл, туземцы могли бы проиграть вторую игру?

Обоснуйте ответы.

2. Дима и Сережа решили устроить соревнование на круглом озере. Они одновременно стартуют из одной точки. Сережа едет на моторной лодке с постоянной скоростью 20 км/ч и каким-то образом пересекает озеро (не обязательно по диаметру), в течение 30 минут. В это время Дима бежит вдоль берега озера сначала 15 минут со скоростью 6 км/ч, а остальное время с постоянной скоростью плывет на катере на другой берег, параллельно с траекторией движения Сережи. После одновременного прибытия на другой берег мальчики бегут навстречу друг другу. Во время всей игры мальчики бегают с постоянными и равными скоростями. Через сколько времени после расставания они встретятся?

3. В последние годы использование молодыми семьями ипотечного кредита стало довольно популярным. Рассмотрите возможность получения ипотечного кредита с постоянной, фиксированной процентной ставкой. Считайте, что погашение долга по такому кредиту осуществляется равномерными (аннуитетными) платежами в конце каждого обусловленного договором платежного периода. Предположим, что по условиям ипотечного договора без штрафных санкций возможно частичное досрочное погашение данного кредита на любую сумму в пределах задолженности по кредиту на дату частичного досрочного погашения.

Пусть у ипотечного заемщика в середине одного из платежных периодов появились дополнительные денежные средства в размере текущего ежемесячного платежа, которые в дополнение к аннуитетной выплате он решил потратить на погашение задолженности. Стоит ли заемщику осуществить частичное досрочное погашение немедленно (т.е. в середине платежного периода) или же стоит дождаться конца

периода и осуществить выплату одновременно с аннуитетным платежом? Считайте для простоты, что во втором случае дополнительные средства будут лежать до конца периода на текущем счете с нулевой доходностью. Дайте интуитивное объяснение и подтвердите свои размышления аналитически.

Подсказка: для ответа на поставленный вопрос задания вам придется воспользоваться дополнительной информацией об ипотечном кредитовании и распределении средств на выплату процентов и основного долга при частично досрочном погашении.

4. В городке М-ске живут 3 типа людей: толстые, тонкие (и тех и других поровну) и в меру упитанные, которые составляют четвертую часть населения городка. Однажды на вокзале встретились старые друзья - один тонкий и один толстый. Начав обсуждать былые времена, они, как это частой и бывает, перешли к обсуждению острых социальных вопросов и чуть не поссорились: тонкий утверждал, что зарплаты в М-ске очень маленькие, так как он, как и все 42 тонких, зарабатывают всего 17 биткоинов в месяц и могут позволить себе разве что купить джинсы с подворотами. На что толстый отвечал, что зарплаты очень даже неплохие, ведь все толстые в городке, по его данным, зарабатывают по 85 биткоинов в месяц, что позволяет им даже посещать барбершопы. Заработная плата в меру упитанных при этом равна среднему значению между зарплатой толстых и тонких.

Помогите друзьям оценить уровень социального неравенства в М-ске любыми известными вам способами, исходя из данных задачи. Приведите количественную оценку и дайте ее интерпретацию.

5. В некотором королевстве рабочую силу составляют только клан гномов и клан эльфов. Так уж исторически сложилось в этом королевстве, что гномы и эльфы всегда трудились отдельно и ни одно предприятие не позволяло себе нанять одновременно и тех и других. Совокупное предложение трудовых ресурсов гномов представлено функцией  $w_{\text{гном}}^S = 1 + L/3$ , а совокупное предложение трудовых ресурсов эльфов  $w_{\text{эльф}}^S = 3 + L$ . При этом обратная функция совокупного спроса на труд гномов имеет вид  $w_{\text{гном}}^D = 10 - 2L/3$ , а обратная функция совокупного спроса на труд эльфов:  $w_{\text{эльф}}^D = 18 - 2L$ . Взошедший недавно на престол король очень обеспокоился тем, что ставка оплаты труда его подданных различна, поэтому издал закон, по которому заработная плата эльфов и гномов должна быть одинакова и работники королевства не должны быть дискриминированы по признаку принадлежности к кланам. При этом король считает, что нормативное регулирование ставки заработной платы в целом отрицательно скажется на экономике его королевства и обязывает всех своих подданных вести себя совершенно конкурентно. Во сколько раз увеличится заработная плата той группы работников, чья заработная плата до вмешательства короля была ниже, если фирмам в королевстве безразлично, нанимать ли эльфов или гномов?

6. Число 2458710411 написали 98 раз подряд, при этом получилось 980-значное число. Из этого числа требуется вычеркнуть 4 цифры. Чему равно количество способов, которыми это можно сделать так, чтобы вновь полученное 976-значное число делилось нацело на 6?

7. В трапеции  $ABCD$  на основании  $AD$  взяты точки  $G$  и  $H$ , на основании  $BC$  — точки  $E$  и  $F$ . Отрезки  $BG$  и  $AE$  пересекаются в точке  $K$ , отрезки  $EH$  и  $GF$  пересекаются в точке  $L$ , отрезки  $FD$  и  $HC$  пересекаются в точке  $M$ . Площадь четырёхугольника  $ELGK$  равна 4, площадь четырёхугольника  $FMHL$  равна 8. Найти наибольшее и наименьшее возможные значения площади треугольника  $CDM$  при условии, что величина площади этого треугольника выражается целым числом.