

# ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «РОБОФЕСТ» по ФИЗИКЕ 2016-2017 года

## МАТЕРИАЛЫ ЗАДАНИЙ

### ОТБОРОЧНЫЙ ЭТАП

Участники отборочного этапа участвовали в региональных робототехнических соревнованиях и выполняли задания отборочного этапа по физике. Задания робототехнических соревнований и задания по физике были тематически связаны. Все участники, независимо от класса, выполняли два из четырех заданий. Критерии оценивания ответов были различны для младшей (7-9 классы) и старшей (10 и 11 классы) групп.

**Максимальная сумма баллов за робототехнические соревнования: 60 баллов.**

**Максимальная сумма баллов за одно задание: 20 баллов.**

Распределение баллов задания по вопросам:

**Вопрос 1 – максимальная оценка 2 балла;**

**Вопрос 2 – максимальная оценка 4 балла;**

**Вопрос 3 – максимальная оценка 4 балла;**

**Вопрос 4 – максимальная оценка 10 баллов.**

### ЗАДАНИЯ ОТБОРОЧНОГО ЭТАПА ПО ФИЗИКЕ:

#### вопросы, ответы и пояснения

#### ЗАДАНИЕ 1:

1. Энкодер определил, что угол поворота ведущих колес робота за некоторое время составил  $1440^\circ$ . У робота две пары колес: задние (ведущие) – радиусом 4 см, и передние – радиусом 3 см. Передние колеса робота не проскальзывают.

1.1. Чему может быть равен путь, пройденный роботом за это время?

1.2. Как зависит пройденный роботом путь  $s$  (при заданной величине угла поворота ведущих колес  $\varphi$ ) от коэффициента трения колес о поверхность  $\mu$ ? Например, если  $s_1$  – путь, пройденный при значении коэффициента трения  $\mu_1 = 0,5$ , а  $s_2$  – при  $\mu_2 = 0,25$  и той же величине угла поворота, то что больше:  $s_1$  или  $s_2$ ?

1.3. Если пройденный роботом путь равен 60 см, то каков угол поворота передних колес?

1.4. Допустим, что аэродинамический профиль робота – нейтральный (то есть при его движении не возникает ни прижимающей, ни подъемной силы), а сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату его скорости. У нас есть несколько таких роботов одинаковой формы, одинаковых размеров и массы, с одинаковыми колесами, но с разной полезной мощностью двигательной установки. Они разгоняются до максимальной скорости по одной и той же длинной горизонтальной поверхности. Всегда ли окажется, что робот с более мощным двигателем разгонится до большей скорости, или это может быть не так? Ответ объяснить.

#### Ответы:

1.1. **От нуля до 1 метра.** Если ведущие колеса не проскальзывают, то за каждый оборот колеса робот проходит путь  $s_1 = 2\pi r_B = 2\pi \cdot 4\text{см} \approx 25,133\text{ см}$ .  $1440^\circ = 4 \cdot 360^\circ$ , то есть ведущие колеса совершили 4 оборота, и в отсутствие проскальзывания  $s \approx 100,5\text{ см}$  – примерно 1 м. Если колеса проскальзывают, то путь будет меньше. В отсутствие трения ведущие колеса крутятся на месте, а робот не движется.

1.2. **Пути одинаковы или больше путь при большем трении:  $s_1 \geq s_2$ .** Если ведущие колеса не проскальзывают, то путь не зависит от коэффициента трения, но при снижении коэффициента трения колеса начинают скользить – тем сильнее, чем меньше трение.

1.3. **Примерно  $1146^\circ$ .** Ясно, что этот угол определяется из соотношения (по условию передние колеса не проскальзывают):  $\varphi = 360^\circ \cdot \frac{60\text{см}}{2\pi \cdot 3\text{см}} \approx 1146^\circ$ .

1.4. **Не всегда – может быть, что роботы с разной мощностью двигателя разгонятся до одинаковой скорости.** У робота с более мощным двигателем при той же скорости на вал ведущих колес передается большее усилие, и он с большей силой «отталкивается» от поверхности. Максимальная скорость достигается, когда сила отталкивания уравнивается возрастающей силой сопротивления воздуха. Поэтому, если ведущие колеса не проскальзывают, то робот с более мощным двигателем разгонится до большей скорости. Но сила отталкивания не может быть больше максимальной силы трения покоя, примерно равной силе трения скольжения. То есть если ведущие колеса проскальзывают, то увеличение мощности уже не приводит к увеличению максимальной скорости. Это же объяснение можно построить и в форме расчета: в отсутствие проскальзывания мощность

$P = F \cdot v \Rightarrow F = \frac{P}{v}$  (то есть при постоянной мощности сила отталкивания убывает с ростом

скорости), а сила сопротивления  $F_c = \beta \cdot v^2$ , где коэффициент  $\beta$  зависит только от размеров

и формы робота. Максимальная скорость определяется из условия  $\frac{P}{v} = \beta \cdot v^2 \Rightarrow v_{\max} = \left(\frac{P}{\beta}\right)^{1/3}$ ,

то есть растет с ростом мощности. Но при этом сила отталкивания не должна превосходить

$F_{\text{тр}} = \mu mg$ , то есть  $(\beta P^2)^{1/3} \leq \mu mg \Rightarrow P \leq \sqrt{\frac{\mu^3 m^3 g^3}{\beta}}$ . При большей мощности

$\left(P > \sqrt{\frac{\mu^3 m^3 g^3}{\beta}}\right)$  ведущие колеса проскальзывают, и максимальная скорость определяется из

условия  $\mu mg = \beta \cdot v^2 \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{\mu mg}{\beta}}$ , то есть уже не зависит от мощности.

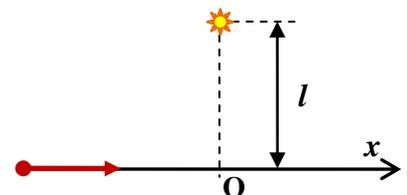
## ЗАДАНИЕ 2:

2. Робот оснащен датчиком освещенности, который измеряет световую энергию, попадающую в маленькое «входное окно» датчика. Источником света служит небольшая по размерам лампочка, испускающая свет одинаково во всех направлениях.

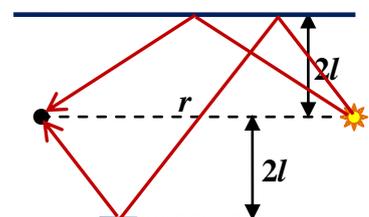
2.1. Пусть робот движется прямо на лампочку, и при этом датчик направлен на лампочку (то есть плоскость входного окна развернута перпендикулярно этому направлению). За пять секунд показания датчика увеличились в  $n = 6,76$  раза. Во сколько раз за это время уменьшилось расстояние между датчиком и лампочкой?

2.2. Робот останавливается на некотором расстоянии от лампочки и начинает вращаться на месте. При каком направлении датчика (по отношению к лампочке) показания датчика во время этого вращения максимальны? Во сколько раз уменьшится измеряемая датчиком освещенность, если он повернется на угол  $60^\circ$  от этого направления?

2.3. Пусть теперь робот движется по прямой, проходящей на расстоянии  $l = 1$  м от лампочки, и датчик освещенности всегда направлен «влево» по ходу движения (см. рисунок). При прохождении точки  $O$  (ближайшей к лампочке точки прямой) датчик показывает освещенность  $I_0$ . Какой формулой описывается зависимость показаний датчика от расстояния  $x$  (измеряемого в метрах) от робота до точки  $O$ ?



2.4. Робота и лампочку поместили на одинаковом расстоянии  $2l = 2$  м от плоской зеркальной стенки. Расстояние между роботом и лампочкой  $r = 3$  м. Входное окно датчика освещенности снабдили узкой длинной «направляющей трубой» с черными стенками. Робот вращается на месте. Когда труба направлена на лампочку, датчик показывает освещенность  $I_0$ . Во сколько раз отличаются от  $I_0$  показания датчика в момент, когда



труба направлено на изображение лампочки в зеркале? Во сколько раз эти показания будут отличаться от  $I_0$ , если поместить на расстоянии  $4l = 4\text{ м}$  от стенки небольшое плоское зеркало так, чтобы отраженные от стенки и этого зеркала лучи света от лампочки попадали на робота, и направить трубу на это зеркало? Считать, что обе зеркальные поверхности отражают  $\frac{8}{9}$  потока падающей на них световой энергии для всех углов падения.

**Ответы:**

2.1. В  $\sqrt{n} = 2,6$  **раза**. По мере удаления от лампочки площадь поверхности сферы растет пропорционально квадрату радиуса. Поэтому мощность излучения лампочки, регистрируемая на расстоянии  $r$  от нее, убывает обратно пропорционально  $r^2$ .

2.2. Показания датчика максимальны, когда он направлен точно на лампочку. При повороте на угол  $60^\circ$  от этого направления показания уменьшаются в два раза. Ясно, что максимальное количество энергии в единицу времени попадает в датчик, когда плоскость входного окна развернута перпендикулярно направлению на лампочку.



Нетрудно заметить, что при повороте на угол  $60^\circ$  площадь участка фронта световой волны, лучи которого попадают в входное окно датчика, уменьшается именно в два раза (можно исходить из того, что катет, лежащий против угла в  $30^\circ$ , в два раза меньше гипотенузы, или из того, что высота в равностороннем треугольнике является медианой, или, наконец, из того, что  $\cos(60^\circ) = 0,5$ ).

2.3. Это формула  $I(x) = I_0 \cdot \frac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$ . Учитывая оба найденных эффекта (мощность

убывает обратно пропорционально  $r^2$ , и изменяется при повороте от направления на лампу пропорционально косинусу угла поворота, находим, что общий закон изменения

интенсивности света  $I(x) = I_0 \cdot \frac{l^2}{l^2 + x^2} \cdot \frac{l}{\sqrt{l^2 + x^2}} = I_0 \cdot \frac{l^3}{(l^2 + x^2)^{3/2}}$ .

2.4.  $I_1$  меньше  $I_0$  в  $\frac{25}{8} = 3,125$  **раза**, а  $I_2$  меньше  $I_0$  в  $\frac{657}{64} \approx 10,266$  **раза**. Теперь вместо

расстояния от лампы нужно брать длину пройденного световыми лучами пути от лампы до датчика. Для лучей, испытавших одно отражение это  $r_1 = \sqrt{r^2 + (4l)^2} = 5\text{ м}$ , а для испытавших два – это  $r_2 = \sqrt{r^2 + (8l)^2} = \sqrt{73}\text{ м}$ . Кроме того, нужно учесть уменьшение интенсивности из-

за отражений. Поэтому  $I_1 = \frac{8}{9} \left(\frac{r}{r_1}\right)^2 I_0 = \frac{8}{25} I_0$ , а  $I_2 = \left(\frac{8}{9}\right)^2 \left(\frac{r}{r_2}\right)^2 I_0 = \frac{64}{657} I_0$ .

### ЗАДАНИЕ 3:

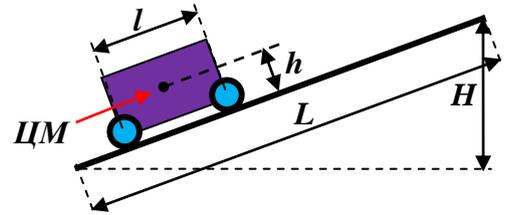
3. Роботу, у которого обе пары колес являются ведущими, одинаковы по размерам и снабжены одинаковыми шинами, предстоит въехать по наклонной плоскости длиной  $L = 1\text{ м}$  на высоту  $H = 0,6\text{ м}$ .

3.1. При какой минимальной величине коэффициента трения между шинами и поверхностью плоскости это возможно?

3.2. Если заблокировать колеса и смазать плоскость маслом (чтобы трение стало пренебрежимо мало), то для плавного медленного подъема по плоскости к роботу необходимо прикладывать силу  $F = 15\text{ Н}$  (можно считать, что эта сила соответствует весу груза массой  $1,5\text{ кг}$ ). Найти массу робота (в килограммах).

3.3. Расстояние между осями передних и задних колес робота  $l = 9\text{ см}$ . Пусть центр масс

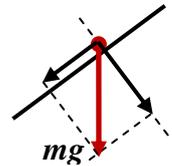
(ЦМ) робота находится на одинаковом расстоянии от этих осей. На какой высоте  $h$  (отсчитываемой от поверхности, на которой робот стоит всеми колесами – см. рисунок) должен находиться центр масс, чтобы робот мог въехать на наклонную плоскость? Коэффициент трения шин о плоскость  $\mu = 0,8$  больше найденного в пункте 3.1.



3.4. Пусть двигатель робота развивает постоянную мощность  $P$ , и он начинает подниматься по наклонной плоскости с почти нулевой начальной скоростью. Сначала он движется с постоянным ускорением, но после достижения некоторой «критической» скорости его ускорение начинает уменьшаться. Объясните это поведение ускорения. Для мощности, равной 8 Вт, массы робота из пункта 3.2 и коэффициента трения из пункта 3.3 найдите величину «критической» скорости. Считать, что мощность автоматически распределяется между парами ведущих колес таким образом, что они начинают и прекращают проскальзывать всегда одновременно.

**Ответы:**

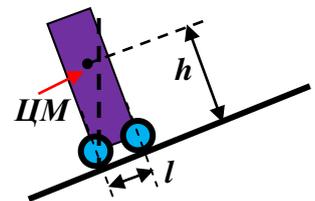
3.1. **При  $\mu = 0,75$ .** При  $L = 1$  м и  $H = 0,6$  м проекция длины плоскости на горизонталь равна  $D = 0,8$  м (достаточно вспомнить о «египетском треугольнике»). Перпендикулярная поверхности составляющая силы тяжести, как видно из построения, равна  $\frac{4}{5}mg$ , и она уравнивается силой реакции поверхности  $N$  (то есть именно она прижимает робота к поверхности).



Составляющая силы тяжести вдоль поверхности равна  $\frac{3}{5}mg$ , и сила отталкивания колес робота от поверхности должна быть не меньше этой силы. С другой стороны, сила отталкивания не может быть больше максимальной силы трения покоя, примерно равной силе трения скольжения  $F_{mp} = \mu N$ . Значит, для того, чтобы робот мог заехать на наклонную поверхность, должно выполняться неравенство  $\frac{3}{5}mg \leq \mu \frac{4}{5}mg \Rightarrow \mu \geq \frac{3}{4}$ .

3.2. **2,5 кг.** Как ясно из предыдущего рассуждения. В отсутствие трения минимальная сила, необходимая для «затаскивания» робота вверх, равна  $\frac{3}{5}mg$ , поэтому  $\frac{3}{5}m = 1,5$  кг. Отсюда находим, что масса робота  $m = 2,5$  кг.

3.3. **Не более 6 см.** Если центр масс робота будет находиться «левее» точки опоры заднего колеса (см. рисунок), то робот не сможет подниматься по плоскости, так как опрокинется «назад». Чтобы этого не происходило, должно выполняться неравенство  $\frac{h}{l/2} \leq \frac{D}{H}$  (нужно рассмотреть «критический» случай, когда ЦМ находится точно над точкой опоры, и воспользоваться подобием получившихся треугольников). Следовательно,  $h \leq \frac{D}{2H}l = 6$  см.



3.4. **Критическая скорость 0,5 м/с.** Когда робот только начинает двигаться, его колеса обязательно проскальзывают (они уже крутятся под действием двигателя, а скорость движения робота еще почти нулевая). Поэтому сила отталкивания его от поверхности равна силе трения скольжения  $F_{mp} = \mu N$ , которая не зависит от скорости. Поэтому и ускорение робота от скорости не зависит (ускорение создается результирующей силой, которая направлена вдоль плоскости и равна разности силы отталкивания и  $\frac{3}{5}mg$ ). При этом часть мощности  $P$  расходуется на выделение тепла при проскальзывании. Но, когда возрастающая скорость достигает величины, при которой  $P = \mu N \cdot v$ , то вся мощность идет на разгон

работа, и поэтому далее проскальзывание прекращается и сила отталкивания определяется из соотношения  $P = F \cdot v \Rightarrow F = \frac{P}{v}$  (то есть убывает с ростом скорости). Поэтому и ускорение начинает убывать. Как видно, критическая скорость равна  $v_c = \frac{P}{\mu N} = \frac{5}{4} \frac{P}{\mu mg}$ . Если подставить наши значения (как видно из условия, следует считать  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ ), то  $v_c \approx 0,5 \text{ м/с}$ .

#### ЗАДАНИЕ 4:

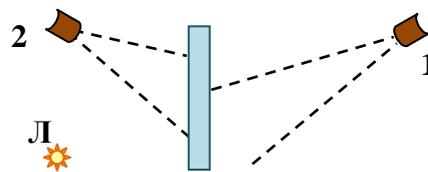
4. Работа можно снабдить датчиком, который может различать цвета. На самом деле световое излучение – это разновидность *электромагнитных волн*, причем разные цвета отличаются друг от друга *длиной волны* (это расстояние между двумя «гребнями» волны). В таблице приведена связь между длиной волны в нанометрах ( $1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м}$ ) и видимым цветом:

красный	оранжевый	желтый	зеленый	голубой	синий	фиолетовый
625–740 нм	590-625 нм	565-590 нм	500-565 нм	485-500 нм	440-485 нм	380-440 нм

«Белый цвет» - это примерно равномерная смесь всех этих цветов. Например, радуга – оптическое явление, в котором солнечный свет, преломляясь в каплях воды и отражаясь от них, разделяется на составляющие его цвета.

4.1. Если разделить поверхность диска радиусами на семь одинаковых секторов и раскрасить каждый сектор в один из цветов радуги, а затем привести диск в очень быстрое вращение (настолько, чтобы глаз совершенно не различал отдельных секторов), то что должен увидеть наблюдатель, смотрящий на диск «сверху» (при этом диск освещается тоже сверху)?

4.2. Допустим, что мы изготовили пластину из специального сорта стекла, обладающего следующими характеристиками: электромагнитное излучение с длинами волн от 300 до 420 нм это стекло почти полностью отражает, с длинами волн от 420 до 620 нм – почти полностью поглощает (поглощенная энергия идет на нагрев стекла, а потом уходит в окружающую среду в виде невидимого теплового излучения), с длинами волн



от 620 до 800 нм – почти полностью пропускает. По одну сторону от такой пластины размещена лампа Л (см. рисунок), светящая почти «белым» светом, а по другую – робот 1 с датчиком цвета (регистрирует всегда один из 7 цветов радуги – по тому, в каком из диапазонов длин волн поступает большая энергия). Пунктиром показаны границы области, в которой датчик «видит» объекты. Каким – по показаниям датчика – окажется цвет пластины?

4.3. Каким будет цвет пластины по показаниям датчика, установленного на роботе 2?

4.4. Тепловое излучение также называют «*инфракрасным*» – это тоже разновидность электромагнитных волн, но с длинами волн от 740 нм до 2000 мкм ( $1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$ ). Длина волны наиболее мощного излучения тела, нагретого до температуры  $T^*$ , определяется из

закона смещения Вина:  $\lambda_{\text{max}} \approx \frac{2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}}{T}$ . Датчик цвета, естественно, не может определить

цвет инфракрасного излучения, но в современной оптике используются преобразователи излучения, удваивающие частоту излучения (частота – величина, обратная периоду колебаний электромагнитного поля в волне; отметим, что длина волны в точности соответствует расстоянию, которое свет проходит за один период). Допустим, что на входе датчика цвета поставлено **два** таких преобразователя, и датчик определяет цвет двух нагретых тел как желтый и голубой. Чему примерно равны температуры этих тел?

\*Здесь используется абсолютная температура  $T$ , измеряемая по шкале Кельвина. В этой шкале за начало отсчета принят «абсолютный ноль» - температура, при которой прекращается тепловое движение молекул. Градус этой шкалы (1 К, то есть 1 Кельвин) в точности равен градусу шкалы Цельсия. Абсолютная температура  $T$  связана с температурой по шкале Цельсия  $t$  соотношением  $T \approx (273 + t^\circ \text{C}) \text{ К}$ .

**Ответы:**

4.1. **Он должен увидеть поверхность диска почти белой.** При вращении диска от каждой точки за время реакции глаза приходят с примерно равной интенсивности излучения всех длин волн видимого света (всех цветов радуги), что соответствует белому цвету.

4.2. **Красным.** До датчика робота 1 доходит только свет лампы, прошедший через пластину, то есть с длинами волн от 620 до 800 нм, что в основном соответствует диапазону красного цвета (с небольшой примесью оранжевого).

4.3. **Фиолетовым.** До датчика робота 2 доходит только свет лампы, отраженный от пластины, то есть с длинами волн от 300 до 420 нм, то есть из видимого света – только излучение фиолетового цвета.

4.4. **Примерно 1250 К (980°C) и 1470 К (1200°C).** Так как использованы два преобразователя, то частота увеличивается в 4 раза, а период колебаний уменьшается в 4 раза. Следовательно, длина волны уменьшается в 4 раза. Значит, предмет, который датчик цвета «видит» желтым (он принимает излучение в основном с длиной волны, примерно соответствующей центру «желтого» диапазона, то есть 577,5 нм), испускал тепловое

излучение с  $\lambda_{\max} \approx 2310$  нм. Его температура  $T_1 \approx \frac{2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}}{2310 \text{ нм}} \approx 1255$  К. Аналогично для

второго предмета, который датчик цвета «видит» голубым:  $\lambda_{\max} \approx 4 \cdot 492,5 \text{ нм} = 1970$  нм, и

$T_2 \approx \frac{2898 \text{ мкм} \cdot \text{К}}{1970 \text{ нм}} \approx 1471$  К. На самом деле разброс возможных значений длин волн в

указанных диапазонах порядка  $\frac{12,5}{577,5} \approx 0,02$  и  $\frac{7,5}{492,5} \approx 0,02$ , то есть около 2%. Значит, и

температуры определены примерно с такой же точностью, то есть «плюс-минус» 25 К, поэтому разумное округление ответа – с точностью до десятков Кельвин.