11 класс

Задача 1. Теплоёмкость

Найдите теплоёмкость двух молей аргона в процессе их незначительного расширения по закону $p^2V = const$. Ответ выразите в *Дж/К*, округлив до целого числа. Универсальная газовая постоянная $R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$.

Решение

По определению, теплоёмкость: $C = Q/\Delta T$

Закон сохранения энергии для тепловых и механических явлений, т.е. первый закон термодинамики: Q=$\Delta U + A$

Аргон - инертный газ ,следовательно его можно считать идеальным и вычислить изменение внутренней энергии по формуле: $\Delta U = 3/2\nu R\Delta T$

Расширение газа незначительно по условию, следовательно можно пренебречь изменением давления при расчёте работы: $A = p\Delta V$

Уравнение Менделеева-Клапейрона для начального состояния идеального газа: $pV = \nu RT$и для конечного состояния $(p + \Delta p)(V + \Delta V) = \nu R(T + \Delta T)$.

Вычитая из уравнения конечного состояния уравнение начального состояния, получаем: $p\Delta V + \Delta pV + \Delta p\Delta V = \nu RT$

По условию задачи: $(p + \Delta p)^2(V + \Delta V) = p^2V$, если раскрыть скобки и пренебречь малыми слагаемыми: $p\Delta V + \Delta pV = \nu R\Delta T$, $p^2\Delta V + 2p\Delta pV = 0$или $p\Delta V + 2\Delta pV = 0$.

Решая полученную систему уравнений: $p\Delta V = 2\nu R\Delta T$

Тогда работа по расширению аргона будет равна $A = p\Delta V = 2\nu R\Delta T$

По первому закону термодинамики можно записать: $C\Delta V = 3/2\nu R\Delta T + 2\nu R\Delta T = 7/2\nu R\Delta T$

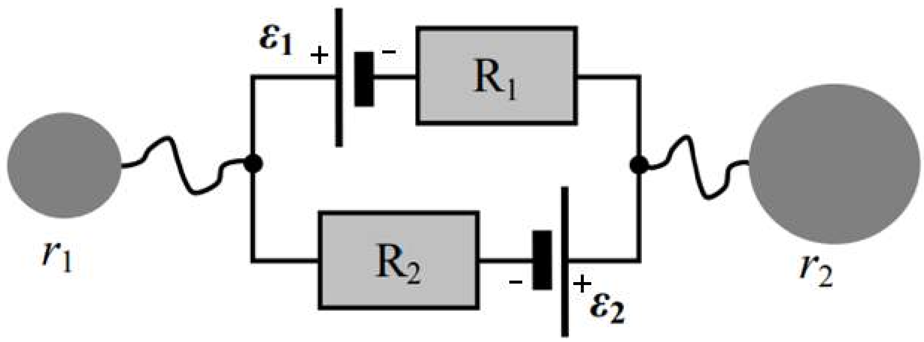
Следовательно, теплоёмкость аргона равна $C = 7/2\nu R$ =58,17 Дж/К

Критерий	**Числ. ответ**	**Баллы**
Теплоёмкость 58 Дж/К	58	20

Задача 2. Батарейки и шарики

Два источника постоянного тока, два резистора и два металлических шарика собраны в схему, представленную на рисунке. Шарики изначально не заряжены и удалены друг от друга на значительное расстояние. Найти установившийся потенциал каждого из шариков (φ_1 и φ_2), если: ε_1 = 6 *В*, ε_2 = 9 *В*, R_1 = 2 *Ом*, R_2 = 1 *Ом*, r_1 = 10 *см*, r_2 = 30 *см*.

Внутренним сопротивлением источников пренебречь.



Решение

Первым делом найдем ток, протекающий в цепи. Суммарная ЭДС равна 15 В. Суммарное сопротивление равно 3 Ом. Отсюда ток I = 5 Ампер.

Используя закон ома для участка цепи можно найти разность потенциалов между точками подключения шаров. $U = \varepsilon_2 - I_2R_2 = I_1R_1 - \varepsilon_1 = 4$В. При этом $U = \varphi_2 - \varphi_1$.

Шары изначально не были заряжены, следовательно, суммарный заряд на них должен быть равен нулю: $q_1 + q_2 = 0$

Воспользуемся формулой для потенциала шара известного радиуса: $\varphi = q/4\pi\varepsilon_o r$. Соответственно, мы имеем теперь:
$q_2/(4\pi\epsilon_0 r_2) - q_1/(4\pi\epsilon_0 r_1) = U$ и $q_1 = -q_2$.

Отсюда можно найти величину зарядов:
$q_2 = 4\pi\epsilon_0 U r_1 r_2 / (r_1 + r_2)$ и $q_1 = -4\pi\epsilon_0 U r_1 r_2 / (r_1 + r_2)$

Величины потенциалов:
$\phi 2 = U r_1 / (r_1 + r_2) = 4 * 10 / (10 + 30) = 1$В
$\phi 1 = -U r_2 / (r_1 + r_2) = 4 * 30 / (10 + 30) = -3$В.

Критерий	**Числ. ответ**	**Баллы**
Потенциал φ_1=-3 В	-3	12
Потенциал φ_2=1 В	1	12

Задача 3. Капли-зонды

В далёком космосе вдали от других тел в невесомости на расстоянии ⅓ *мм* висят две маленькие капли неизвестной умной космической жидкости массами 1 *мг* и 2 *мг*. Пучок заряженных частиц сообщает им одинаковые заряды в 2 *мкКл* каждый. Какие скорости будут иметь капли при разлёте на большое расстояние? Ответ запишите в *км/с* округлив до целых. Электрическую постоянную считать равной $8.85*10^{-12}$ *Ф/м*.

Решение

по закону сохранения импульса $m_1V_1=m_2V_2$ т.е $V_1=2V_2$.
по закону сохранения энергии
$$m_1\frac{V_1^2}{2}+m_2\frac{V_2^2}{2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}=\frac{4\cdot10^{-12}\cdot3}{4\cdot3.14\cdot8.85\cdot10^{-12}\cdot10^{-3}}\simeq 107.9\simeq 108\text{Дж}$$
согласно приведённых масс $V_1^2+2V_2^2=4V_2^2+2V_2^2=108\cdot10^6$,
тогда V_2 = 6000 м/с = 6 км/с, V_1 = 12000 м/с = 12 км/с.

Критерий	**Числ. ответ**	**Баллы**
V_1=12 км/с	12	**10** – один ответ верен, **15** – оба верны
V_2=6 км/с	6	

Задача 4. Невидимые плитки

На плиточном полу стоит зеркальный бак. Была сделана его фотография, края которой впоследствии обрезали. Напишите номера светлых плиток в координатах {A-H,1-8}, которые не попали в кадр, но видны в отражении на баке. Сетка приведена на рисунке.

Решение

Подписываем отражения плиток на баке, начиная с ближних к нему.

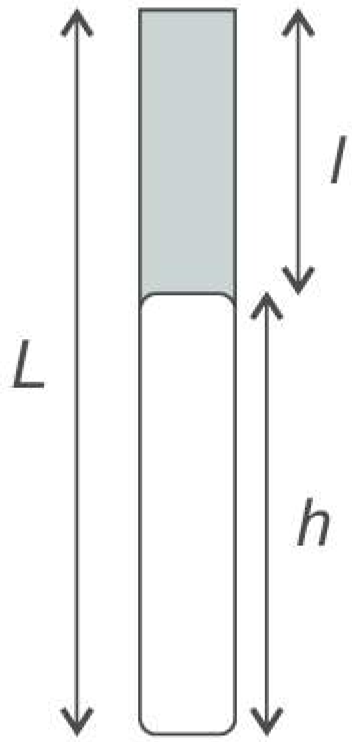
Тогда не видны A1,A5,A7,B1,B7,B8,C1

Критерий	**Числ. ответ**	**Баллы**
A1	A1	+3
A5	A5	+3
A7	A7	+3
B1	B1	+3
B7	B7	+3
B8	B8	+3

C1	C1	+3
Другие клетки, за каждый неверный ответ	другое	-3

Задача 5. Вулкан

Вертикальная цилиндрическая трубка длиной $L = 104$ *см* запаяна снизу. В нижней ее части находится воздух, закрытый сверху жидкой ртутной пробкой, доходящей до открытого верхнего обреза трубки. Высота ртутной пробки равна $l = 44$ *см*, а воздушного столба, соответственно, $h = 60$ *см* (см. рисунок). Вся система находится при температуре $t_o = +15^oC$ и атмосферном давлении $H = 760$ *мм рт. ст.* Если трубку медленно нагревать, воздух начнет расширяться, постепенно выдавливая ртуть, излишки которой будут выливаться. До какой максимальной температуры T_{max} можно нагревать трубку, чтобы воздух продолжал оставаться в ней под ртутной пробкой? Ответ выразите в градусах Цельсия, округлив до целого числа. Какова минимальная высота l_{min} этой пробки? Ответ выразите в *см*, округлив до целого числа. Поверхностными явлениями и температурными изменениями плотности ртути пренебречь.



Решение:

Пусть x - высота ртутной пробки, уменьшающаяся по ходу нагрева. Тогда уравнение Клапейрона - Менделеева можно записать в виде:

$(H+x)(L-x)=\frac{\nu RT}{S\rho g}$,

где *S* – площадь сечения трубки, *ρ* – плотность ртути. Зависимость *T*(*x*) имеет вид квадратичной параболы с максимумом. После достижения этого максимума дальнейший нагрев невозможен под ртутной пробкой, поскольку дальнейшее уменьшение высоты пробки *x* соответствовало бы по графику понижению температуры. Поэтому малейшее добавление тепла сразу сбросит всю ртутную пробку.

Находим координаты вершины параболы:

$l_{\min} = x_{\text{верш}} = \frac{L-H}{2} = 14\text{ см}$

При этом

$(H+x)(L-x)\ /\ T = const$

$$T_{\text{верш}} = T_0 \cdot (H+x)(L-x)\ /\ ((H+l)(L-l))$$

$$= 288\text{ К} \cdot (76+14)(104-14)/((76+44)(104-44)) =$$

$$= 288\text{ К} \cdot 90 \cdot 90/(120 \cdot 60) = 288\text{ К} \cdot 9/8 = 324\text{ К} = 51\,^0\text{C}$$

$T_{верш} = T_{\max} = 51$ °C

Критерий	**Числ. ответ**	**Баллы**
$l_{\min} = 14\text{ см}$	14	10
$T_{\max} = 51$ °C	51	10