Физика 11 класс

Время выполнения заданий – 180 минут. Максимальное количество баллов – 100

Задание 1: НЛО-хамелеон. (15 баллов)

Синий корабль пришельцев, наблюдаемый при подлёте с ужасом землянами, по каким-то причинам не вступил в контакт и пролетел мимо, изменив цвет на зелёный. Можно ли оценить скорость сближения корабля с Землёй, если предположить, что изменение цвета не связано с изменением настроения и планов пришельцев. Какой цвет предпочитают пришельцы для своих кораблей?

Решение.

Изменение цвета корабля определяется эффектом Доплера. При приближении и удалении скорость света постоянна, поэтому при приближении световые волны в направлении неподвижного источника «сжимаются», а при удалении – «расширяются». При этом период волны остается неизменным (релятивизмом можно пренебречь):

$$\lambda_1 = (c - v)T_0, \lambda_2 = (c + v)T_0. \qquad (1)$$

Тогда для скорости имеем:

$$v = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} c. \qquad (2)$$

Численный расчет при подстановке значений $\lambda_1 = 470 нм, \lambda_2 = 550 нм$ даёт $v \cong 0.08c$. При этом в глазах пришельцев их собственный корабль выглядит как «аквамариновый»:

$$\lambda_0 = (\lambda_1 + \lambda_2)/2 = 510 нм. \qquad (3)$$

Критерии:	**Баллы**
Обнаружен эффект Доплера	3
Получено выражение, аналогичное (2)	3
Определены длины волн	3
Определена скорость	4
Определён истинный цвет	2

Задание 2: Ручной Мальстрём. (15 баллов)

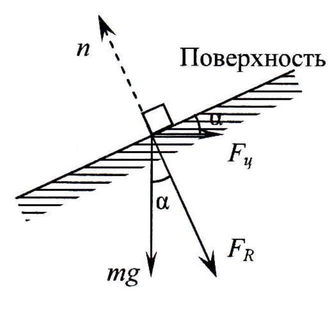
Как известно всем, кто хоть раз помешивал жидкость в стакане, её поверхность принимает форму воронки. Рассчитайте её форму на основе предположения, что вся жидкость в области воронки движется с примерно одинаковой угловой скоростью. Как и почему вблизи стенок форма существенно искажается?

Решение.

Из-за аксиальной симметрии условий вращающегося слоя жидкости требуется найти уравнение кривой y(x) в радиальном направлении (например, от центра вращения до стенки стакана).

Угол наклона свободной поверхности жидкости определяется направлением результирующей силы F_R вблизи поверхности. За счёт действия силы поверхностного натяжения и стремления всех молекул жидкости занять самое энергетически выгодное состояние (с минимумом энергии) поверхность в каждой точке будет перпендикулярна (нормальна) к силе результирующего потенциального поля F_R (см. рис.). В этом случае из геометрических соображений имеем:

$$tg\alpha = \frac{F_ц}{mg}. \qquad (1)$$



С другой стороны $tg\alpha = y'_x$, где x – направление от центра по радиусу.

$F_ц = ma_ц = m\omega^2 R = m\omega^2 x$, тогда

$$tg\alpha = \frac{\omega^2}{g} x = y'_x, \qquad (2)$$

Откуда, принимая за нулевую высоту в центре y_0=0, получаем уравнение:

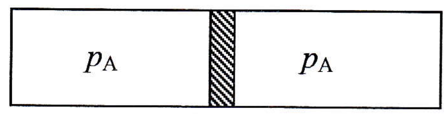
$$y(x) = \frac{\omega^2}{2g} x^2. \qquad (3)$$

Если учитывать силу вязкого трения, а также условие прилипания молекул жидкости к стенкам стакана, становится очевидным, что всё же имеется зависимость ω(*x*), которая мала в центре по условию задачи и сильно возрастает при приближении к стенкам стакана. Из-за этого угловая скорость вблизи стенок резко падает, что приводит к искажению формы кривой так, что при приближении к стенке $\alpha \to 0$.

Критерии:	**Баллы**
Предложение аксиальной симметрии формы	2
Условие перпендикулярности поверхности и F_R	3
Получено условие (1)	2
Определена производная (2)	3
Определена форма (3)	3
Получено и объяснено условие $\alpha \to 0$	2

Задание 3: Возмущённый поршень. (15 баллов)

Однородный гладкий поршень небольшой массы *m* Вася поместил в середину трубки, закупорив оба конца. Затем он положил её на стол и случайно задел. Спустя непродолжительное время Вася обнаружил, что поршень в пробирке колеблется. Рассчитайте период колебаний. Можно ли данное устройство использовать в качестве хронометра (секундомера)? Для упрощения считайте процесс изотермическим.

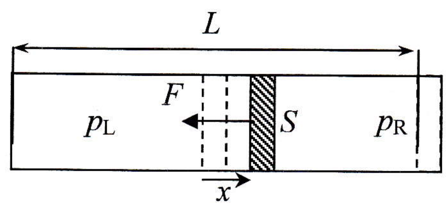


Решение. В условиях постоянства температуры T_0 и малости колебаний можно приближённо считать, что

$$p_L(x + L/2) = p_A,\ p_R(L/2 - x) = p_A, \quad (1)$$

тогда сила, действующая на поршень

$$F = -(p_R - p_L)S = \frac{-4p_A LSx}{L^2 - 4x^2}, \quad (2)$$



что в условиях *x*<<*L* даёт:

$$F = -\frac{4p_A S}{L}x, \quad (3)$$

с другой стороны для упругих колебаний имеем: $F = -kx$, $a = -\omega^2 x$, отсюда: $\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{4p_A S}{Lm}$, тогда:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{Lm}{p_A S}}. \quad (4)$$

Для $T \approx 1c$, $p_A = const = 10^5\,Па$, *m*=100г и *L*=1*м* получаем:

$$S = \frac{\pi^2 m}{T^2 p_A}L = 9.87 \cdot 10^{-6}\,м^2, \quad (5)$$

что для трубки соответствует *d*≈3.5*мм*. Для любых мыслимых земных материалов, из которых можно сделать поршень, его длина получилась бы слишком велика для использования в такой установке. *Вывод:* создание такого «хронометра» оказалось бы сильно затруднительно.

Критерии:	**Баллы**
Получены выражения (1)	2
Получено выражение (2)	3
Найден коэффициент *k*	3
Найден период (4)	4
Посчитано условие (5)	3

Задание 4: Проклятие светофильтра. (25 баллов)

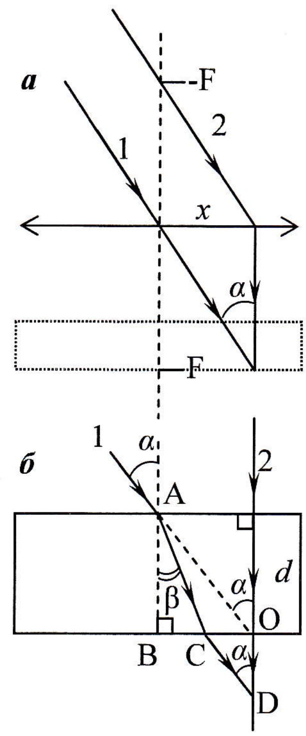
Почему светофильтр, представляющий стеклянную или пластиковую пластину при съёмке удалённых объектов необходимо размещать перед объективом (со стороны предмета) а не после него? Что произойдет с фокальной плоскостью идеального объектива, представляющего тонкую собирающую линзу, если поместить такую пластинку между ним и светочувствительной матрицей? Определите зависимости от основных параметров влияния.

Решение.

Проще всего в этой задаче рассмотреть произвольный параллельный пучок, падающий под некоторым углом α на линзу (рис. *а*). В этом случае без пластинки расстояние до пересечения двух его лучей 1 и 2 будет равно F. Фокальная плоскость не меняется. В случае установки пластинки толщиной d между фокальной плоскостью и линзой (объективом) произойдёт преломление/отражение луча 1 на верхней границе пластинки (рис. *б*). Луч 2, падающий нормально, пройдёт пластинку не преломляясь.

Тогда справедлив закон преломления:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n. \qquad (1)$$



Полное отражение невозможно, т.к. показатель преломления пластинки $n>n_в$ (воздуха). Следовательно, лучи под всеми возможными углами ($\alpha<90^\circ$) пройдут через пластинку. В этом случае точка фокальной плоскости (точка пересечения лучей 1 и 2) сдвинется на расстояние $\Delta=OD$. Рассмотрим зависимость сдвига от угла падения лучей α, учитывая толщину пластинки d и показатель преломления стекла относительно воздуха n. Для треугольника COD имеем:

$$\Delta = OD = \frac{CO}{tg\alpha}. \qquad (2)$$

Из треугольника AOB имеем:

$$CO = OB - BC, OB = d\cdot tg\alpha.$$

BC выразим из треугольника ABC:

$$BC = d\cdot tg\beta \Rightarrow CO = d(tg\alpha - tg\beta).$$

Подставляя данные соотношения в (2), получаем:

$$\Delta = d\left(1-\frac{tg\beta}{tg\alpha}\right). \qquad (3)$$

Используя варианты основного тригонометрического тождества:

$\cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$, $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$ и подставляя их выражение (3), а также используя закон преломления (1), получаем:

$$\Delta = d\left(1-\sqrt{\frac{1-\sin^2\alpha}{n^2-\sin^2\alpha}}\right) = d\left(1-\sqrt{\frac{1-n^2}{n^2-\sin^2\alpha}+1}\right). \qquad (4)$$

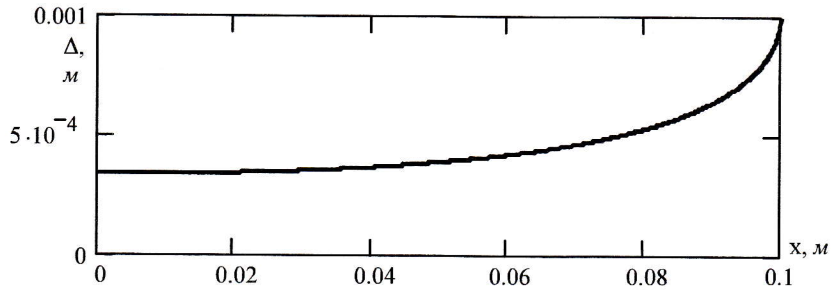
Данная кривая новой фокальной «плоскости», таким образом, имеет сложную форму, зависящую от угла α падения лучей. При малых углах выражение упрощается:

$$\Delta = d\left(1-\frac{1}{n}\right). \qquad (5)$$

Если перейти от угла α к смещению x относительно главной оптической оси, используя соотношение $tg\alpha = x/F \approx \sin\alpha$, то для относительно малых α ($x<<F$) получим следующую зависимость:

$$\Delta(x) = d\left(1-\sqrt{\frac{1-n^2}{n^2-\frac{x^2}{F^2}}+1}\right). \qquad (6)$$

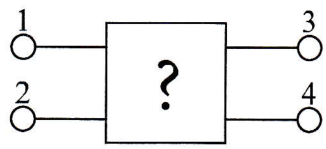
(Для жюри): Приближённо, для F=0.1*м*, d=0.001*м* и n=1.5, такая аксиально-симметричная кривая имеет следующую форму:



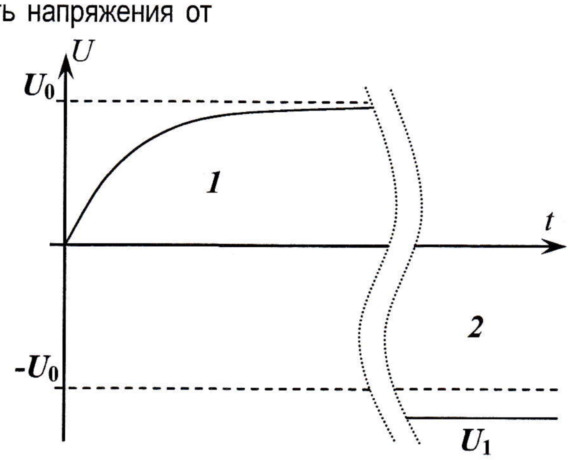
Следует при этом помнить, что график приближённый и справедлив только вблизи x=0.

Критерии:	**Баллы**
Использование закона преломления (1)	4
Верные соотношения углов в построениях	5
Нахождения предельного случая (5)	4
Определение формы кривой аналогично (6)	6
Предположение аксиальной симметрии	3
Анализ функции, аналогичной (6)	3

Задание 5: Странный ящик. (30 баллов)



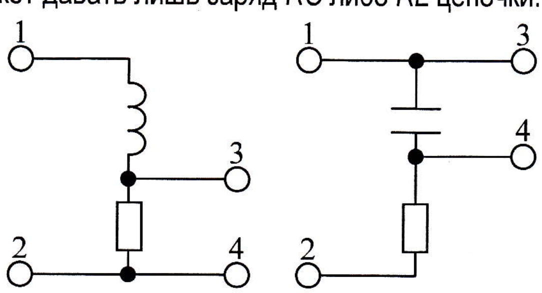
Имеется некоторое устройство с 4-мя выводами, источник постоянного напряжения U_0 и идеальный вольтметр. При исследовании обнаружены странные явления. Изначально были накоротко ненадолго соединены все выводы и после этого спустя какое-то время измерены все разности потенциалов. Они оказались равны нулю. После этого к выводам 1(+) и 2(-) был подключён источник с напряжением U_0 , а идеальный вольтметр, подключённый к выводам 3(+) и 4(-) выдал зависимость напряжения от времени, представленную участком 1 на рисунке. После отключения источника от «ящика» спустя некоторое время нашим вольтметром была снова измерена разность потенциалов между выводами 3(+) и 4(-). При этом, странное дело, вольтметр показал разность потенциалов с противоположным знаком и по модулю большее, чем U_0 (участок 2 на рисунке). Разность потенциалов при этом почти не изменялась со временем. После повторного замыкания всех выводов она исчезла.



Определите схему ящика, использовав минимальное число идеальных элементов.

Решение.

Приведённую зависимость может давать лишь заряд RC либо RL цепочки:



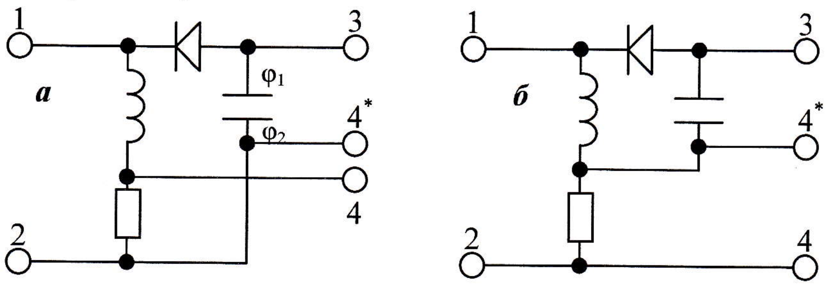
Однако заряд *RC* цепочки исключается учётом второго условия ($-U_1>U_0$). В случае заряда *RL* цепи вольтметр д.б. подключён к резистору.

Второе условие нам также даёт перезаряд *L* на *C* после отключения источника питания. Это отношение определяют *R,C* и *L* и (без учёта потерь на резисторе при таком перезаряде) можно записать:

$$U_1 = U_c = -\left(\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\right)U_0,$$

что как раз и подтверждает малость сопротивления *R* по сравнению с $\sqrt{L/C}$.

Однако, т.к. напряжение после зарядки на *C* сохраняется, в схеме д.б. автоматический ключ (идеальный диод). Остаётся рассмотреть 2 варианта схемы:



Выводы 4* использованы быть не могут, т.к. не выполнится условие 1 по измерению напряжения на резисторе.

Размещение выводов 4 обусловлено особенностями конденсатора, как идеального элемента. Без протекания по нему тока (идеальный вольтметр) – разность потенциалов $\varphi_1 = \varphi_1 = \varphi_2$ между обкладками сохраняется. Т.о. вольтметр изначально оказывается подцеплен через конденсатор ко второму выводу резистора.

Сопоставление полярностей на вариантах (*а*) и (*б*) с исходным графиком *U*(*t*) приводит к варианту (*б*). Возможен вариант, аналогичный (б), но с соответствующим переобозначением выводов (1-2, 3-4). При этом диод д.б. включён в обратном направлении.

Критерии:	**Баллы**
Предположение о заряде RC и RL	5
Обоснование выбора RL	4
Определение перезаряда L->C	4
Определение диода	4
Предположение $\varphi_1 = \varphi_2$	5
Обоснование полярности вывода 3	3
Верный вариант схемы	5