Олимпиада МИРЭА по математике для 9-11 классов 2015-2016

интернет тур

1.(9-11). Найти наименьшее натуральное число n, такое, что $n^3-4n^2-3n+18$ делится на 17.

2.(9-11). Какое наибольшее число членов может содержать конечная арифметическая прогрессия с разностью 8 при условии, что квадрат ее первого члена в сумме со всеми остальными членами не превосходит 200?

3.(9-11). Решить неравенство: $\sqrt[3]{x^3-7}+\dfrac{x^2-4-x}{x}>0$.

4.(9-11). В равнобедренной трапеции $ABCD$ $\left(AD \,||\, BC\right)$ угол при большем основании AD равен 80°. Длина диагонали равна сумме оснований трапеции. На стороне AB выбрана точка K так, что $AK=AD$. Найти угол KCB.

5. (9-11) . Решить уравнение: $5\cdot\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}-5=x+\sqrt{2x+2\cdot\sqrt{x^2-9}}$.

6.(9-10). На плоскости расположено 25 точек, причем из любых трех точек можно выбрать две, расстояние между которыми меньше 1 см. Доказать, что найдутся 13 точек, лежащих в круге радиуса 1 см.

7.(9-10). Доказать, что уравнение $x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4+x_5^4+x_6^4+x_7^4+x_8^4+x_9^4+x_{10}^4+x_{11}^4=6044$ не имеет решений в целых числах.

8.(9-10) Решить уравнение

$$\frac{4x-16}{x^2-8x+15}-\frac{5x-5}{x^2-25}-\frac{3x+24}{x^2-4x-32}+\frac{7x}{x^2-2x-48}-\frac{4x+18}{x^2+10x+24}=0.$$

9. (11). В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ точка K делит диагональ грани A_1B так, что $A_1K:KB=1:2$, а точка L делит диагональ параллелепипеда B_1D в отношении $1:2$, считая от вершины B_1. Докажите, что $KL \,||\, AC$.

10.(11). Доказать, что $\log_3 25+\left(3+\sin\dfrac{23}{6}\right)\cdot\log_{25}3<4$.

11.(11). Найти все значения параметра a, при которых уравнение $\cos^2\left(x+1\right)=\left(4a-2\right)^2$ имеет корни, а числа $\dfrac{1-4a}{27a^4}$ – целые.