

**Олимпиада МИРЭА по математике
для 11 классов 2015-2016**

основной тур

1. Лейтенант занимается с новобранцами строевой подготовкой. Придя на плац, он увидел, что все новобранцы построены в несколько рядов, причем число бойцов в каждом ряду одинаково и на 5 больше, чем число рядов. После окончания занятий лейтенант решил опять построить новобранцев, но не мог вспомнить, сколько было рядов. Тогда он приказал строиться так, чтобы рядов было столько, сколько ему лет. Оказалось, что во всех рядах бойцов опять поровну, но в каждом ряду их на 4 больше, чем при первоначальном способе построения. Сколько лет лейтенанту?

2. Пусть I – центр вписанной в треугольник ABC окружности. Доказать, что центр окружности, описанной около треугольника AIC , лежит на окружности, описанной около треугольника ABC .

3. Среди всех шестизначных натуральных чисел, цифры которых расположены в порядке возрастания (слева – направо), рассматриваются числа, содержащие цифру 1 и не содержащие этой цифры. Каких чисел больше и на сколько?

4. Решить систему неравенств
$$\begin{cases} (49^{x+1} - 50 \cdot 7^x + 1) \cdot \log_{x+\frac{5}{2}} \left| x + \frac{1}{2} \right| \geq 0 \\ 49^{x+1} + \log_{x+\frac{5}{2}} \left| x + \frac{1}{2} \right| + 1 \leq 50 \cdot 7^x \end{cases}.$$

5. Дана трапеция, у которой отношение оснований равно 2. Если трапецию повернуть на 360° вокруг большего основания, то в результате такого поворота получается некоторая объемная фигура Φ_1 . Если же трапецию повернуть на 360° вокруг меньшего основания, то в результате такого поворота получается некоторая объемная фигура Φ_2 . Найти отношение объемов, получившихся в результате таких поворотов пространственных фигур Φ_1 и Φ_2 .

6. Найти наименьшее значение функции $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 25} + \sqrt{x^2 - 4x + 13}$.

7. При каких значениях параметра a минимальное значение функции

$$f(x) = |7x - 3a + 8| + |5x + 4a - 6| + |x - a - 8| - 24$$

будет наименьшим.

8. Решить уравнение $\log_5(3x - 4) \cdot \log_5(7x - 16) \cdot (3 - \log_5(21x^2 - 76x + 64)) = 1$.