3. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Предметный тур

6.1. Физика. 9 класс

Задача 6.1.1. Ориентация спутников (50 баллов)

Спутник движется по круговой орбите Земли, имеющей высоту $h = 500$ км над уровнем моря. Масса Земли $5.97 \cdot 10^{24}$ кг, а радиус 6370 км.

1. Найти линейную скорость движения спутника по орбите.
2. Найти скорость бега «тени спутника» на поверхности Земли (скорость подспутниковой точки) без учёта вращения Земли.
3. Для построения стереоскопических изображений небольших площадок спутник делает пару снимков местности. Первый снимок получается, когда камера смотрит вперёд с углом отклонения по тангажу $+\alpha$, то есть до пролёта над снимаемой площадкой. Второй снимок получается, когда камера смотрит назад с углом отклонения по тангажу $-\alpha$, то есть после пролёта над снимаемой площадкой. Отклонение от вертикали производится только в плоскости орбиты. В плоскости, перпендикулярной направлению полёта спутника, никаких поворотов не выполняется.
4. Известно, что ось камеры должна быть отклонена от вертикали по тангажу на $\alpha = 5.729$ градусов. Разрешение (проекция пикселя) каждого из снимков составляет $d = 1.5$ метра. На сколько пикселей будут сдвинуты изображения автомобиля, движущегося по прямой дороге перпендикулярно направлению полёта спутника со скоростью $u = 36$ км/ч?

   На спутнике размещена фотокамера, предназначенная для съёмки поверхности Земли. При съёмке в основном режиме съёмки оптическая ось объектива должна быть направлена вертикально вниз. Однако незадолго до подачи команды на съёмку в центре управления полётами обнаружили, что объектив камеры направлен перпендикулярно плоскости орбиты. Для возвращения спутника в исходное состояние необходимо повернуть его вокруг продольной оси. Сколько времени займет переориентация спутника, если система управления может обеспечить угловое ускорение $|\varepsilon| = 0.01571$ радиан/с^2 при перевороте спутника вокруг его продольной оси? Принять, что максимальная угловая скорость вращения спутника очень большая. Изначально спутник не вращается вокруг продольной оси, во время съёмки этого тоже не должно быть.
5. Орбита спутника полярная, то есть он движется с севера на юг. При подлёте к Москве по полярной орбите возникла срочная необходимость провести съёмку города Луховицы, находящегося в $d = 125$ км строго к юго-востоку от

центра Москвы (по прямой на поверхности Земли). Естественно, что осуществить это можно только при помощи наклона линии визирования (съёмка с креном и тангажом). Определите требуемые углы крена и тангажа, если первоначально оптическая ось камеры была направлена вертикально вниз. Принять, что спутник выполнил перенацеливание к моменту пролёта над центром Москвы.

При отклонении по крену имеет место вращение оси объектива в плоскости, перпендикулярной направлению полёта спутника. Угол крена отсчитывается от плоскости орбиты.

При отклонении по тангажу имеет место вращение оси объектива в плоскости орбиты. Угол тангажа отсчитывается от плоскости, перпендикулярной направлению полёта.

Решение

1. Составим уравнение на основе закона всемирного тяготения:

$$\frac{m \cdot V_{\text{орб}}^2}{R_{\text{зем}} + h} = \frac{GmM_{\text{зем}}}{(R_{\text{зем}} + h)^2}$$

Тогда для орбитальной скорости получаем

$$V_{\text{орб}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + h}} = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{(6370 + 500) \cdot 10^3}} = 7613.28\text{м/с}$$

Ответ: 7613.28 м/с

2. Угловая скорость спутника:

$$\omega_{\text{спутн}} = \frac{V_{\text{орб}}}{R_{\text{зем}} + h} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{(R_{\text{зем}} + h)^3}}$$

Из этого находим скорость тени спутника по поверхности Земли

$$V_{\text{тени}} = \omega_{\text{отн}} \cdot R_{\text{зем}} = \frac{V_{\text{орб}}}{R_{\text{зем}} + h} \cdot R_{\text{зем}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{(R_{\text{зем}} + h)^3}} \cdot R_{\text{зем}} =$$
$$= \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{(6370 + 500)^3 \cdot 10^9}} \cdot 6370 \cdot 10^3 = 7059.18 \text{ м/с}$$

Ответ: 7059.18 м/с

3. За время между съёмкой изображений спутник пролетит расстояние L и при этом

$$\frac{0.5 \cdot L}{h} = \text{tg}(\alpha)$$

Тогда для времени между снимками имеем:

$$T_{\text{между}} = \frac{L}{V_{\text{орб}}} = \frac{2 \cdot \text{tg}(\alpha) \cdot h}{V_{\text{орб}}}$$

При этом автомобиль пройдёт расстояние S:

$$S = u \cdot T_{\text{между}}$$

Количество пикселей, на которое сместился автомобиль, составит:

$$N = \frac{S}{d} = \frac{u \cdot T_{\text{между}}}{d} = \frac{u}{d} \cdot \frac{2 \cdot \operatorname{tg}(\alpha) \cdot h}{V_{\text{орб}}} = \frac{10}{1.5} \cdot \frac{2 \cdot 0.1 \cdot 500 \cdot 10^3}{7613.28} = 88 \text{ пикселей}$$

Ответ: 88 пикселей

4. Так как ограничения по угловой скорости вращения спутника нет, то считаем, что от угла 90 градусов до 45 градусов происходит разгон вращения, а от 45 градусов до 0 градусов - замедление вращения. Именно в таком режиме вращения врем поворота спутника минимально, угол в 45 градусов – половина от общего угла поворота. Здесь 0 градусам соответствует направление оптической оси камеры на Землю. Тогда:

$$T_{\text{разгон}} = T_{\text{замедл}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (\frac{\pi}{180} \cdot 45)}{\varepsilon}}$$

Общее время переориентации спутника

$$T_{\text{поворот}} = 2 \cdot T_{\text{разгон}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \frac{\pi}{4}}{\varepsilon}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{1.571}{0.01571}} = 20 \text{ с}$$

Ответ: 20 с

5. При заданных условиях Землю можно считать плоской.

Тогда для угла крена θ:

$$\theta = \operatorname{arctg}\left(\frac{d \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{h}\right) = \operatorname{arctg}\left(\frac{125 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{500}\right) = 10 \text{ градусов}$$

Угол тангажа равен углу крена, 10 градусов, так как по условию, город находится строго к юго-востоку от Москвы.

Ответ: 10 градусов

Задача 6.1.2. Спутниковая фотосъемка (50 баллов)

Спутник движется по круговой орбите Земли, имеющей высоту h=500 км над уровнем моря. Масса Земли $5.97 \cdot 10^{24}$ кг, а радиус 6370 км.

1. На спутнике размещена фотокамера с размером фотоприёмной матрицы 2000·2000 пикселей. Каким будет разрешение камеры, если она должна обеспечить съёмку города квадратной формы с населением $N = 180$ тысяч человек за 1 кадр? Плотность населения в городах принять $\sigma = 20$ тыс чел на км^2. Оптическая ось камеры направлена вертикально вниз.
2. Какое фокусное расстояние должен иметь объектив камеры, чтобы обеспечить разрешение, определённое в п.1. при высоте орбиты $h = 500$ км? Размер пикселя фотоприёмника $\delta = 7.5$ мкм.

3. Определите минимально допустимую частоту кадров для указанных выше условий съёмки, чтобы соседние изображения имели перекрытие друг с другом. Камера ориентирована вертикально вниз, причём две оси кадра расположена поперёк и вдоль направления полёта соответственно.
4. Какую длину может иметь изображение-полоса, составленное из соприкасающихся снимков, если запас памяти на спутнике составляет 10 миллиардов Байт? На хранение одного пикселя в памяти отводится 10 бит.
5. Оцените время, за которое спутник отснимет всю Московскую область. Считать, что орбита полярная (проходит над полюсами Земли), а съёмка интересующих объектов производится только на дневной стороне витка (при любых углах возвышения Солнца над горизонтом). Камера ориентирована вертикально вниз, причём две оси кадра расположена поперёк и вдоль направления полёта соответственно. Ширина Московской области в направлении запад-восток составляет $l = 320$ км.

Решение

1. Определим площадь города:

$$S = \frac{N}{\sigma} = \frac{180 \cdot 10^3}{20 \cdot 10^3} = 9 \text{ км}^2$$

Найдём размер кадра (сторону прямоугольника a):

$$a = \sqrt{S} = \sqrt{9 \cdot 10^6} = 3000 \text{ м}$$

Тогда разрешение камеры составляет

$$L = 3000 \text{ м } /2000 \text{ пикселей} = 1.5 \text{ метра}$$

Ответ: 1.5 метра

2. Из подобия треугольников имеем, что проекция пикселя L связана с размером пикселя фотоприёмника:

$$\frac{L}{\delta} = \frac{h}{f}$$

Тогда для фокусного расстояния f имеем:

$$f = \frac{\delta}{L} \cdot h = \frac{7.5 \cdot 10^{-6}}{1.5} \cdot 500 \cdot 10^3 = 2.5 \text{ м}$$

Ответ: 2.5 м

3. Для обеспечения перекрытия нужно, чтобы период съёмки не превышал время пролёта стороны снимка подспутниковой точкой («тенью» от спутника на поверхности Земли). Тогда:

$$\frac{1}{\nu_{\text{кадр}}} = \frac{2000 \cdot L}{V_{\text{пст}}}$$

Скорость подспутниковой точки (можно взять из ответа к задаче 9-1-2, высоты орбит одинаковы):

$$V_{\text{пст}} = V_{\text{орб}} \cdot \frac{R_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H} = \frac{R_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H}} =$$
$$= \frac{6370 \cdot 10^3}{6870 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{6870 \cdot 10^3}} = 7059.18 \text{ м/с}$$

Для кадровой частоты получаем:

$$\nu_{\text{кадр}} = \frac{V_{\text{пст}}}{2000 \cdot L} = \frac{7059.18}{2000 \cdot 1.5} = 2.353 \text{ Гц}$$

Ответ: 2.353 Гц

4. Общий объём памяти под один снимок будет:

$$I = 2000 \cdot 2000 \cdot 10 = 4 \cdot 10^7 \text{ бит}$$

Тогда общее количество снимков, которое можно записать в память спутника, составит с учётом того, что 1 Байт=8 бит:

$$n = \frac{N}{\frac{1}{8} \cdot I} = \frac{10 \cdot 10^9 \text{ Байт}}{\frac{1}{8} \cdot 4 \cdot 10^7} = 2 \cdot 10^3 \text{ снимков}$$

Длина полосы определяется как:

$$l = n \cdot a = 2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^3 = 6 \cdot 10^6 \text{ м} = 6 \cdot 10^3 \text{ км}$$

Ответ: $6 \cdot 10^3$ км

5. Полоса захвата спутника составляет $b = 3000 \cdot 1.5 = 4500$ метров Тогда статистически для покрытия всей Московской области нужно совершить N витков:

$$N = \frac{l}{b} = \frac{320 \cdot 10^3}{4500} = 71.1 \text{ витков} = 72 \text{ витка}$$

Здесь мы учли, что за один виток спутник дважды пересекает широту Москвы, но при этом одно пересечение бесполезно, так как происходит на ночной половине витка.
Период обращения спутника определяется как:

$$T_{sat} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (R_{\text{зем}} + h)}{V_{\text{орб}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot (R_{\text{зем}} + h)}{\sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + h}}} = 2 \cdot \pi \cdot (R_{\text{зем}} + h) \cdot \sqrt{\frac{R_{\text{зем}} + h}{G \cdot M_{\text{зем}}}} =$$
$$= 6.28 \cdot (6370 + 500) \cdot 1000 \cdot \sqrt{\frac{(6370 + 500) \cdot 1000}{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}} = 5667 \text{ с}$$

Тогда оцениваем общее время съёмки Московской области:

$$T_{all} = T_{sat} \cdot N = 5667 \cdot 72 = 408 \cdot 10^3 \text{ с} = 4.72 \text{ суток}$$

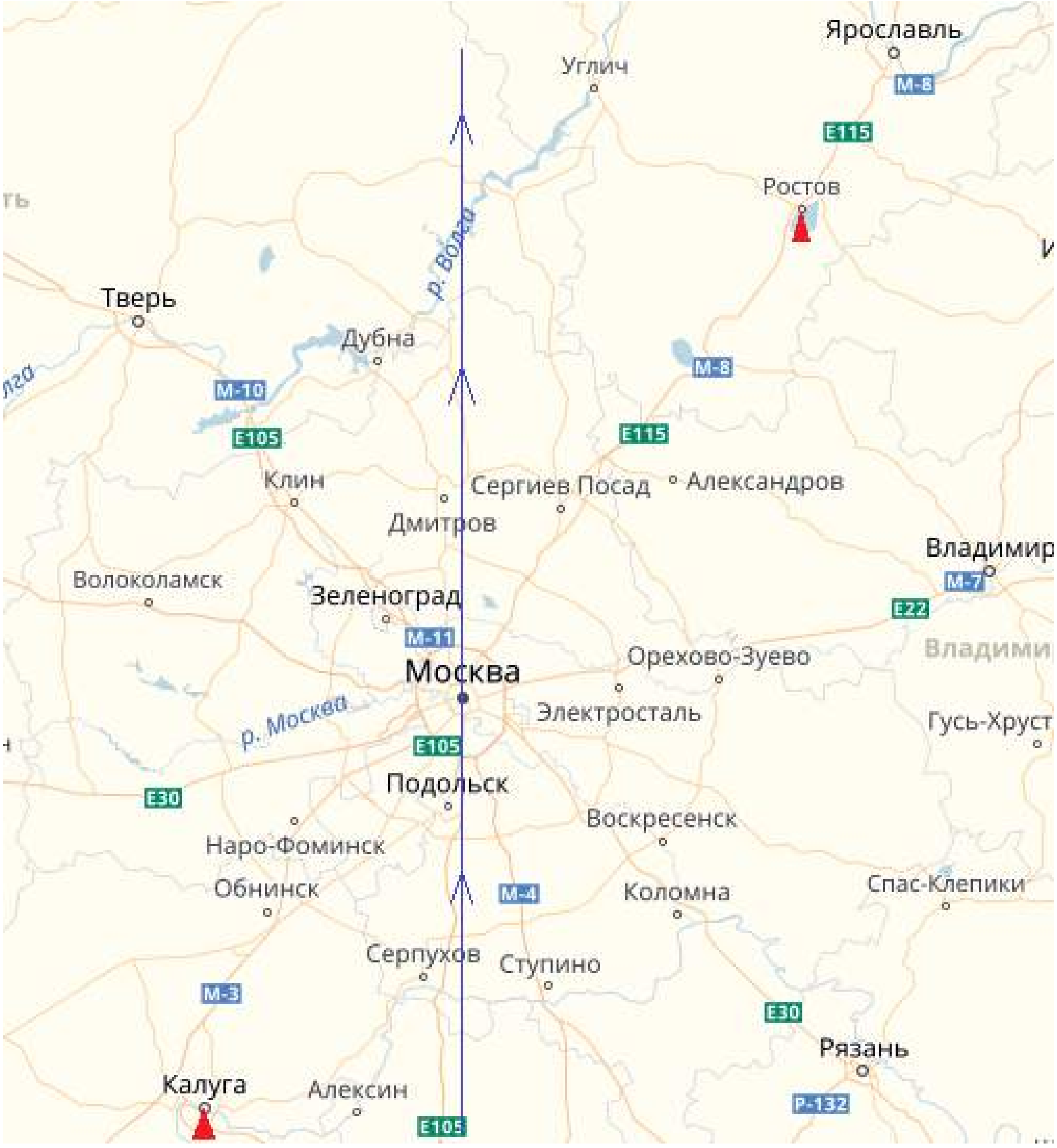
Ответ: 4.72 суток

6.2. Физика. 10-11 класс

Задача 6.2.1. Космическая фотосъемка (40 баллов)

Спутник вращается по круговой орбите высотой $H = 500$ км. Съёмка Земли выполняется с помощью оптико-электронной камеры. Фотоприёмник представляет собой матрицу размером 3000·1800 пикселей, широкая сторона матрицы расположена поперёк направления полёта. Размер пикселя матрицы составляет $\delta = 12$ мкм. Радиус Земли 6370 км, постоянная Планка $6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

1. Определить скорость подспутниковой точки («тени» спутника на поверхности Земли).
2. Какое максимальное время выдержки можно установить для камеры (при съёмке вертикально вниз), чтобы смаз изображения, имеющего разрешение $L = 3$ метра, был не более 1 пикселя? Разрешением изображения принят размер проекции пикселя на поверхность Земли.
3. Для обеспечения съёмки объектов, расположенных не под трассой полёта, спутник имеет возможность отклоняться по крену. В этом случае оптическая ось объектива расположена не вертикально, а под некоторым углом к вертикали. Отклонение производится только в плоскости, перпендикулярной направлению полёта спутника (объектив смотрит немного «в бок»). Во сколько раз будет больше разрешение снимков при съёмке с креном (отклонением оси объектива от вертикали) до $\theta = 20$ градусов? Принять, что разрешение снимка определяется как поперечный (по направлению поперёк полета) размер проекции пикселя, соответствующего центру кадра. Учесть, что проекцией пикселя в этом случае является не квадрат, а равнобедренная трапеция.
4. Полярная орбита спутника такова, что она проходит над Москвой с юга на север. Центр Москвы имеет координаты 55.75° с.ш. и 37.6° в.д Изначальн спутни производил съёмку (с креном) города Калуги, имеющего координаты 54.5° с.ш. и 36.3° в.д. Съёмка Калуги производилась в момент, когда спутник находился на широте Калуги и долготе Москвы. Какое угловое ускорение должен развивать спутник при перенацеливании по крену, чтобы успеть после съёмки Калуги навестись по углу крена на город Ростов Ярославской области, имеющий координаты 57.2° с.ш. и 39.4° в.д ? Съёмка Ростова производилась в момент, когда спутник находился на широте Ростова и долготе Москвы. Отклонения оси объектива по тангажу нет, то есть ось объектива всегда находится в плоскости, перпендикулярной направлению полёта. Предельная угловая скорость спутника при перенацеливании очень большая. Замедление спутника при остановке вращения по модулю равно угловому ускорению при разгоне.



Решение

1. Орбитальная скорость спутника $V_{\text{орб}}$

$$V_{\text{орб}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H}}$$

Тогда скорость подспутниковой точки с учётом круглости Земли можно определить как:

$$V_{\text{пст}} = V_{\text{орб}} \cdot \frac{R_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H} = \frac{R_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H}} =$$

$$= \frac{6370 \cdot 10^3}{6870 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.97 \cdot 10^{24}}{6870 \cdot 10^3}} = 7059.18 \text{ м/с}$$

Ответ: 7059.18 м/с.

2. Сдвигу изображения на 1 пиксель соответствует перемещение подспутниковой точки на величину проекции пикселя. Тогда:

$$V_{\text{пст}} \cdot T = L$$

Отсюда находим время выдержки T:

$$T = \frac{L}{V_{\text{пст}}} = \frac{3}{7059.18} = 0.425 \text{ мс}$$

Ответ: 0.425 мс.

3. Для обеспечения перекрытия нужно, чтобы период съёмки не превышал время пролёта подспутниковой точкой короткой стороны снимка (именно она расположена вдоль вектора скорости). Тогда:

$$\frac{1}{\nu_{\text{кадр}}} = \frac{1800 \cdot L}{V_{\text{пст}}}$$

Для кадровой частоты получаем:

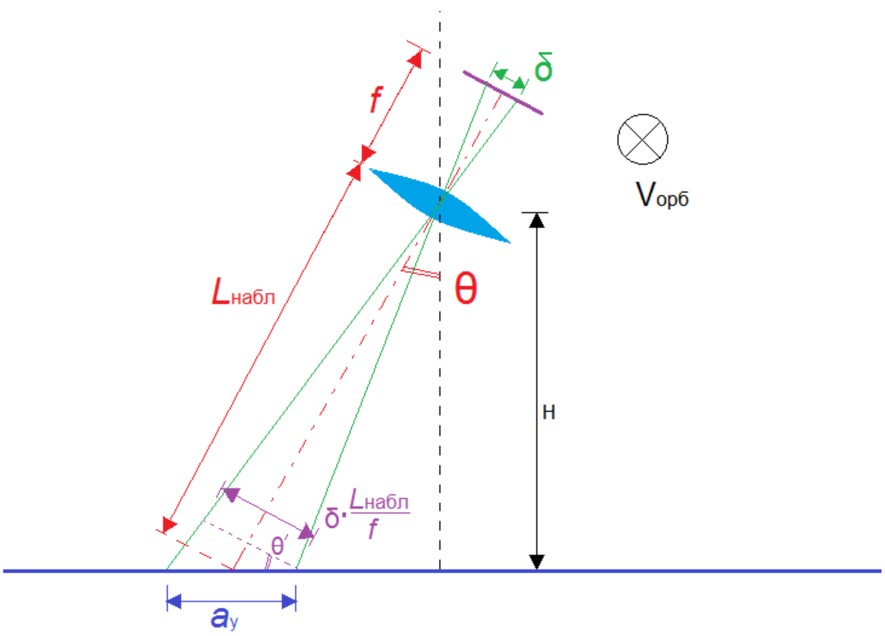
$$\nu_{\text{кадр}} = \frac{V_{\text{пст}}}{1800 \cdot L} = \frac{7059.18}{1800 \cdot 3} = 1.31 \text{ Гц}$$

Ответ: 1.31 Гц.

4. Так как высота орбиты $H \ll R_{\text{зем}}$, а угол 20 градусов достаточно мал, то поверхность Земли можно считать плоской.
Очевидно, что в случае съёмки с креном квадратному пикселю матрицы соответствует его трапециевидная проекция на поверхность Земли. Пусть X – направление вдоль полёта, а У – поперёк полёта. Тогда для центра поля зрения размеры трапеции (средняя линия a_x и высота a_y) определяются через дальность наблюдения $L_{\text{набл}}$ как:

$$a_x = \frac{L_{\text{набл}}}{f} \cdot \delta$$

$$a_y = \frac{L_{\text{набл}}}{f} \cdot \delta \cdot \frac{1}{\cos\theta}$$



Поперечный разрез, спутник летит ОТ наблюдателя рисунка.

Так как размер пикселя $\delta \ll f$ (фокусное расстояние), то выполняется примерное равенство углов $\theta' = \theta$ (так как угловой размер пикселя очень мал, треугольники с зелёными сторонами в сильной степени остроугольные).
Тогда

$$a_y = \frac{L_{\text{набл}}}{f} \cdot \delta \cdot \frac{1}{\cos\theta'} \sim \frac{L_{\text{набл}}}{f} \cdot \delta \cdot \frac{1}{\cos\theta} = \frac{H}{f} \cdot \delta \cdot \frac{1}{(\cos\theta)^2}$$

Интерес представляет a_y , так как она больше a_x. Учтём, что разрешение снимка L при наблюдении в надир известно.

$$a_y = \frac{L_{\text{набл}}}{f} \cdot \delta \cdot \frac{1}{\cos\theta} = \frac{H}{f} \cdot \delta \cdot \frac{1}{(\cos\theta)^2} = L \cdot \frac{1}{(\cos\theta)^2}$$

Тогда отношение проекций пикселя для двух случаев (съёмка с креном и вертикально вниз)

$$k = \frac{L \cdot \frac{1}{(\cos\theta)^2}}{L} = \frac{1}{(\cos\theta)^2} = \frac{1}{(0.9397)^2} = 1.13$$

Ответ: в 1.13 раза.

Задача 6.2.2. Энергосистемы спутника (50 баллов)

Спутник вращается по круговой орбите высотой $H = 500$ км. Съёмка Земли выполняется с помощью оптико-электронной камеры. Фотоприёмник представляет собой матрицу размером 3000·1800 пикселей, широкая сторона матрицы расположена поперёк направления полёта спутника. Размер пикселя матрицы составляет $\delta = 12$ мкм. Для хранения одного пикселя изображения требуется 10 бит памяти. Радиус Земли 6370 км.

1. Сколько снимков может сделать камера, если ёмкость её памяти, где хранятся снимки перед передачей на Землю по радиоканалу, составляет $N = 67.5$ миллиардов байт.
2. Какую максимальную площадь между сеансами передачи снимков на Землю может отснять спутник, если фокусное расстояние объектива составляет $f = 5$ м и оптическая ось направлена вертикально вниз?
3. Наземная антенная станция может обеспечить приём полученных снимков, если спутник виден под углом не менее $\theta = 20$ градусов к горизонту. Станция находится под орбитой спутника и способна принимать информацию со скоростью $p = 51.5$ Мбит/с. Какой объём информации и сколько снимков может передать спутник на Землю за один сеанс связи?
4. Какую площадь должны иметь солнечные батареи спутника, чтобы камера могла снять не менее 100 изображений на одном витке? Общая потребляемая мощность в режиме съёмки и последующей обработки составляет 100 Вт, обработка изображения занимает 0,5 секунд. Учесть, что за 1 виток спутник производит до 10 перенацеливаний, каждое из которых требует энергозатрат 169,507 кДж. КПД солнечных батарей $\eta = 15\%$, потерями в заряжаемом ими аккумуляторами пренебречь. В диапазоне длин волн, к которым чувствительны солнечные батареи, поток света от солнца составляет $\Phi = 400$ Вт/м^2.

Принять, что солнечные батареи поворачиваются на дневной стороне витка так, что ориентированы перпендикулярно солнечным лучам.

5. Оценить, на сколько градусов нагреются кремниевые солнечные батареи спутника за время пролёта по дневной стороне витка? Принять, что для всех длин волн они поглощают $\epsilon = 80\%$ солнечного света и являются серым телом, для которого применим закон Стефана-Больцмана. При этом серость тела также составляет 0,8 . Поток света от Солнца составляет $\phi = 1300$ Вт/м^2 интегрально для всех длин волн. Начальная температура 327 K, удельная теплоёмкость кремния 678 Дж/(кг·K), поверхностная плотность батареи $\rho = 1.5$ кг/м^2. Принять, что солнечные батареи поворачиваются на дневной стороне витка так, что ориентированы перпендикулярно солнечным лучам. Теплоотдача излучением осуществляется одинаково с обеих сторон батареи. Поглощением света от Земли и Луны пренебречь. Постоянная Стефана-Больцмана составляет 5,67·10^{-8} Вт/(м^2·K^4). Принять, что изменение температуры намного меньше начальной температуры батареи.

Решение

1. Общий объём памяти под один снимок будет:

$$I = 1800 \cdot 3000 \cdot 10 = 5.4 \cdot 10^7 \text{ бит/снимок}$$

Тогда общее количество снимков, которое можно записать в память спутника, составит с учётом того, 1 Байт=8 бит:

$$n = \frac{N}{\frac{1}{8} \cdot I} = \frac{67.5 \cdot 10^9 \text{ Байт}}{\frac{1}{8}\frac{\text{Байт}}{\text{бит}} \cdot 5.4 \cdot 10^7 \frac{\text{бит}}{\text{снимок}}} = 10^4 \text{ снимков}$$

Ответ: 10^4 снимков.

2. Пусть разрешение (проекция пикселя) обозначена L . При условии, что соседние снимки не перекрываются, общая площадь, отснятая спутником между сеансами связи, составляет:

$$S_{\text{общ}} = n \cdot 1800 \cdot 3000 \cdot L^2 = n \cdot 1800 \cdot 3000 \cdot \left(\frac{H}{f} \cdot \delta\right)^2 =$$

$$= 10^4 \cdot 1800 \cdot 3000 \cdot \left(\frac{5 \cdot 10^5}{5} \cdot 12 \cdot 10^{-6}\right)^2 = 10^4 \cdot 1800 \cdot 3000 \cdot 1.44$$

$$= 77760 \cdot 10^6 \text{ м}^2 = 77760 \text{ км}^2$$

Ответ: 77760км^2.

3. Так как угол визирования мал, то принять Землю плоской здесь уже нельзя. Обозначим α – угол между направлением из центра Земли на станцию и направлением из центра Земли на спутник. Запишем теоремы синусов и косинусов для треугольника, обозначив дальность до спутника d. сеансами связи, составляет:

$$\begin{cases} \frac{R_{\text{зем}}+H}{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)} = \frac{d}{\sin\alpha} \\ d^2 = (R_{\text{зем}} + H)^2 + R_{\text{зем}}^2 - 2 \cdot R_{\text{зем}} \cdot (R_{\text{зем}} + H) \cdot \cos\alpha \end{cases}$$

Избавимся от ненужной нам дальности d :

$$d = \frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)} \cdot \sin\alpha$$

И составим уравнение относительно угла α :

$$\left(\frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2 \cdot \sin^2\alpha = (R_{\text{зем}} + H)^2 + R_{\text{зем}}^2 - 2 \cdot R_{\text{зем}} \cdot (R_{\text{зем}} + H) \cdot \cos\alpha$$

Сделаем замену $x = \cos\alpha$:

$$\left(\frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2 \cdot (1 - x^2) = (R_{\text{зем}} + H)^2 + R_{\text{зем}}^2 - 2 \cdot R_{\text{зем}} \cdot (R_{\text{зем}} + H) \cdot x$$

В результате получаем квадратное уравнение относительно $x = \cos\alpha$

$$\left(\frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2 \cdot x^2 - 2 \cdot R_{\text{зем}} \cdot (R_{\text{зем}} + H) \cdot x +$$

$$+ \left[(R_{\text{зем}} + H)^2 + R_{\text{зем}}^2 - \left(\frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2\right] = 0$$

Вычислим отдельно коэффициенты a,b,c:

$$a = \left(\frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2 = \left(\frac{6870 \cdot 10^3}{0.9848}\right)^2 = 5.344 \cdot 10^{13}$$

$$b = -2 \cdot R_{\text{зем}} \cdot (R_{\text{зем}} + H) = -2 \cdot 6370 \cdot 10^3 \cdot 6870 \cdot 10^3 = -87.5238 \cdot 10^{12}$$

$$c = \left[(R_{\text{зем}} + H)^2 + R_{\text{зем}}^2 - \left(\frac{R_{\text{зем}} + H}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2\right] =$$

$$= (R_{\text{зем}} + H)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)}\right)^2\right) + R_{\text{зем}}^2 =$$

$$= (6870 \cdot 10^3)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{1}{0.9848}\right)^2\right) + (6370 \cdot 10^3)^2 = 3.432 \cdot 10^{13}$$

Получаем два корня $\alpha_1 = \arccos(0.9866) = 9.38^\circ$ и $\alpha_2 = \arccos(0.65) = 49.39^\circ$. Из рисунка очевидно, что вследствие малой высоты спутника

$$\alpha_2 = \arccos(0.65) = 49.39^\circ$$

нереализуем, так как линия визирования проходит через толщу Земли. Следовательно, нужен первый корень.

Угловая скорость спутника находится как:

$$\omega = \frac{1}{(R_{\text{зем}} + H)} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}} + H}}$$

Следовательно, время длительности сеанса связи можно определить как (с учётом того, что радиус-вектор спутника за время связи повернётся на угол $2\alpha°$:

$$t_{\text{связи}} = \frac{2\cdot\alpha}{\omega} = \frac{2\cdot\alpha}{\frac{1}{(R_{\text{зем}}+H)}\cdot\sqrt{\frac{G\cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}}+H}}} = \frac{2\cdot\frac{9.38}{57.29}}{\frac{1}{6870\cdot 10^3}\cdot\sqrt{\frac{6.67\cdot 10^{-11}\cdot 5.97\cdot 10^{24}}{6870\cdot 10^3}}} = 296 \text{ секунд}$$

Тогда объём переданной информации:

$$N = t_{\text{связи}}\cdot p = 5.4\cdot 10^7\cdot 296 = 15.98\cdot 10^9 \text{ бит} = 15 \text{ Гбит} = 1.9 \text{ ГБайт}$$

Количество переданных снимков m

$$m = \frac{t_{\text{связи}}}{\frac{I}{p}} = \frac{296}{\frac{5.4\cdot 10^7}{5.4\cdot 10^7}} = 296 \text{ снимков}$$

Ответ: 296 снимков.

4. С учётом малости времени выдержки снимка общие энергозатраты за 1 виток можно определить как:

$$W_{\text{виток}} = 100\cdot W_{\text{съёмки}}\cdot t_{\text{обработки}} + 10\cdot W_{\text{пер}}$$

Общая энергия, поступившая от солнечных батарей площадью S за время нахождения спутника на солнечной половине витка, составляет:

$$E_{\text{виток}} = \eta\cdot\Phi\cdot S\cdot\frac{T_{\text{обращения}}}{2} = \frac{1}{2}\cdot\eta\cdot\Phi\cdot S\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot(R_{\text{зем}}+H)}{\sqrt{\frac{G\cdot M_{\text{зем}}}{R_{\text{зем}}+H}}}$$

Получаем уравнение с одной переменной: площадью батарей S

$$100\cdot W_{\text{съёмки}}\cdot t_{\text{обработки}} + 10\cdot W_{\text{пер}} = \frac{1}{2}\cdot\eta\cdot\Phi\cdot S\cdot\frac{2\cdot\pi\cdot(R_{\text{зем}}+H)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G\cdot M_{\text{зем}}}}$$

Тогда

$$S = \frac{100\cdot W_{\text{съёмки}}\cdot t_{\text{обработки}} + 10\cdot W_{\text{пер}}}{\eta\cdot\Phi\cdot\frac{\pi\cdot(R_{\text{зем}}+H)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G\cdot M_{\text{зем}}}}} = \frac{100\cdot W_{\text{съёмки}}\cdot t_{\text{обработки}} + 10\cdot W_{\text{пер}}}{0.15\cdot 400\cdot 2833.444} =$$

$$= \frac{100\cdot W_{\text{съёмки}}\cdot t_{\text{обработки}} + 10\cdot W_{\text{пер}}}{170006.64} = \frac{100\cdot 100\cdot 0.5 + 10\cdot 169.507\cdot 10^3}{170006.64} = 10\text{м}^2$$

Ответ: 10м^2.

5. Общий тепловой баланс за время пролёта дневной стороны витка определяется как:

$$\varphi\cdot\frac{T_{\text{обращения}}}{2}\cdot\varepsilon\cdot S = c\cdot m\cdot\Delta t + \varepsilon\cdot\sigma\cdot t^4\cdot\frac{T_{\text{обращения}}}{2}\cdot 2\cdot S$$

Здесь учтено, что излучают обе поверхности батареи, значит, площадь в слагаемом с законом Стефана-Больцмана должна быть удвоенной. Кроме того, $\Delta t \ll t$. Тогда

$$\Delta t = \frac{\varphi\cdot\frac{T_{\text{обращения}}}{2}\cdot\varepsilon\cdot S - \varepsilon\cdot\sigma\cdot t^4\cdot\frac{T_{\text{обращения}}}{2}\cdot 2\cdot S}{c\cdot m} =$$

$$= \frac{\frac{T_{\text{обращения}}}{2} \cdot \varepsilon \cdot (\varphi \cdot S - \varepsilon \cdot \sigma \cdot t^4 \cdot 2 \cdot S)}{c \cdot m} = \frac{\frac{\pi \cdot (R_{\text{зем}}+H)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{G \cdot M_{\text{зем}}}} \cdot \varepsilon \cdot S \cdot (\varphi - \cdot \sigma \cdot t^4 \cdot 2)}{c \cdot \rho \cdot S} =$$

$$= \frac{2833.444 \cdot 0.8 \cdot (1300 - 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 327^4 \cdot 2)}{678 \cdot 1.5} = \frac{(2833.444 \cdot 0.8 \cdot 3.4058}{678 \cdot 1.5} = 7.6\text{K}$$

Ответ: на 7.6 К.

6.3. Информатика

Вспомогательный материал

В системах цифровой связи используются различные алгоритмы кодирования передаваемых сообщений. При передаче данных, какими бы ни были совершенным устройства приема/передачи, изредка появляются ошибки. Поэтому очень часто последовательности передаваемых битов дополняют хитро сгенерированными битами таким образом, чтобы можно было обнаружить ошибку и даже исправить.

Одним из простейших кодов, позволяющих обнаруживать и исправлять единичные ошибки, является Код Хэмминга. Построение кода опирается на принцип четности суммы подпоследовательности битов конечного кода.

Рассмотрим классический Код Хэмминга. Для того, чтобы иметь возможность определить и исправить ошибку в одном из битов четырёхбитного двоичного слова $a_1a_2a_3a_4$, необходимо последовательно приписать после него 3 бита $b_1b_2b_3$, вычисленных по следующему принципу:

$$b_1 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3$$

$$b_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4$$

$$b_3 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4$$

Знак $\oplus$ означает исключающее "или"(строгая дизъюнкция) и вычисляется как сложение битов по модулю 2.

Таким образом, при безошибочной передаче данных:

$$S_1 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus b_1 = 0$$

$$S_2 = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus b_2 = 0$$

$$S_3 = a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 \oplus b_3 = 0$$

Если S_1, S_2, S_3 не нули, то из этого можно сделать следующие выводы:

0	0	1	b_3
0	1	0	b_2
0	1	1	a_4
1	0	0	b_1
1	0	1	a_1
1	1	0	a_3
1	1	1	a_2

Задача 6.3.1. (10 баллов)

Вы получили следующую последовательность бит (для удобства разделена на семёрки):

1011101 1001011 0101010 0011001 1101011 0111011

Вам известно, что эта последовательность кодирует некоторое сообщение длиной 24 бит классическим кодом Хэмминга. Введите поле для ответа биты исходного сообщения (последовательно без разделителей). Учтите, что при передаче данных иногда возникают единичные ошибки.

Решение

Для каждых 7 бит достаточно вычислить S_1, S_2, S_3 и определить возможную ошибку, исправить её и выделить первые 4 бита в ответ.

Или можно решить следующую задачу, и при помощи программы для нее посчитать ответ.

Ответ: 001100010111001111010111

Задача 6.3.2. (15 баллов)

Заниматься кодированием/декодированием вручную в век компьютерных технологий дело неблагодарное. Помогите себе и всем, кто вынуждены осуществлять данные процессы вручную: автоматизируйте их!

Напишите программу-переводчика, который умеет как кодировать сообщения, так и декодировать их с использованием классического кода Хэмминга.

Формат входных данных

В первой строке содержится количество запросов $n (1 \leqslant n \leqslant 10^5)$

Затем в n строках через пробел записываются два слова $command_i$ (code или decode) — команда (кодировать и декодировать соответственно) и $bitcode_i (1 \leqslant len(bitcode_i) \leqslant 100)$.

Формат выходных данных

Для каждого запроса в отдельной строке выведите последовательность битов с ведущими нулями — результат выполнения команды.

Пояснения к ответу

Длина кодируемого сообщения всегда кратна 4, декодируемого — 7.

Система оценки

Баллы за задачу будут начислены, если все тесты будут пройдены успешно.

Пример №1

Стандартный ввод
2 decode 0101011 code 0001

Стандартный вывод
0001 0001011

Решение

Для каждого входного фрагмента в зависимости от того, требуется провести кодирование или декодирование, необходимо аккуратно для каждого бита проделать цепочку вычислений и вывести соответствующий результат. В тесты были включены все различные последовательности из 4 и из 7 бит для кодирования и декодирования соответственно.

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3

```
def code(word):
    n = 4
    parts = [word[i:i+n] for i in range(0, len(word), n)]
    res = ''
    for p in parts:
        a = [int(digit) for digit in p]
        b = [(a[0] + a[1] + a[2]) % 2, (a[1] + a[2] + a[3]) % 2,
            (a[0] + a[1] + a[3]) % 2]
        res += ''.join(str(x) for x in a + b)

    return res

def decode(word):
    n = 7
    parts = [word[i:i+n] for i in range(0, len(word), n)]
    res = ''
    for p in parts:
        a = [int(digit) for digit in p]
        b = a[4:]
        a = a[:4]

        s = [(a[0] + a[1] + a[2] + b[0]) % 2, (a[1] + a[2] + a[3] + b[1]) % 2,
            (a[0] + a[1] + a[3] + b[2]) % 2]
```

```python

        if s == [0, 1, 1]:
            a[3] = (a[3] + 1) % 2
        elif s == [1, 0, 1]:
            a[0] = (a[0] + 1) % 2
        elif s == [1, 1, 0]:
            a[2] = (a[2] + 1) % 2
        elif s == [1, 1, 1]:
            a[1] = (a[1] + 1) % 2

        res += ''.join(str(x) for x in a)

    return res

def make_command(data):
    command, word = data[0], data[1]
    if (command == 'code'):
        return code(word)
    elif (command == 'decode'):
        return decode(word)
    return ''

n = int(input())

ans = ''

for i in range(n):
    line = input()
    ans += make_command(line.split()) + '\n'

print(ans)
```

Вспомогательный материал

Геостационарный искусственный спутник Земли — искусственный спутник Земли, постоянно находящийся на геостационарной орбите (круговая орбита, расположенная в плоскости экватора Земли). Геостационарная орбита имеет радиус 42164 км с центром, совпадающим с центром Земли, что соответствует высоте над уровнем моря 35786 км. Период обращения спутника на данной орбите равен звёздным суткам (23 ч 56 мин 4 с), движется он в восточном направлении. Таким образом, спутник занимает постоянное положение относительно земной поверхности.

С геостационарного спутника Земля видна под углом 17°, что позволяет видеть с него примерно треть площади земной поверхности. Геостационарные спутники широко используются для ретрансляции радио- и телевизионных передач и радиосвязи между наземными станциями, расположенными за пределами прямой видимости друг друга. Они обеспечивают возможность ретрансляции сразу нескольких телевизионных программ и связи по нескольким тысячам телефонных каналов.

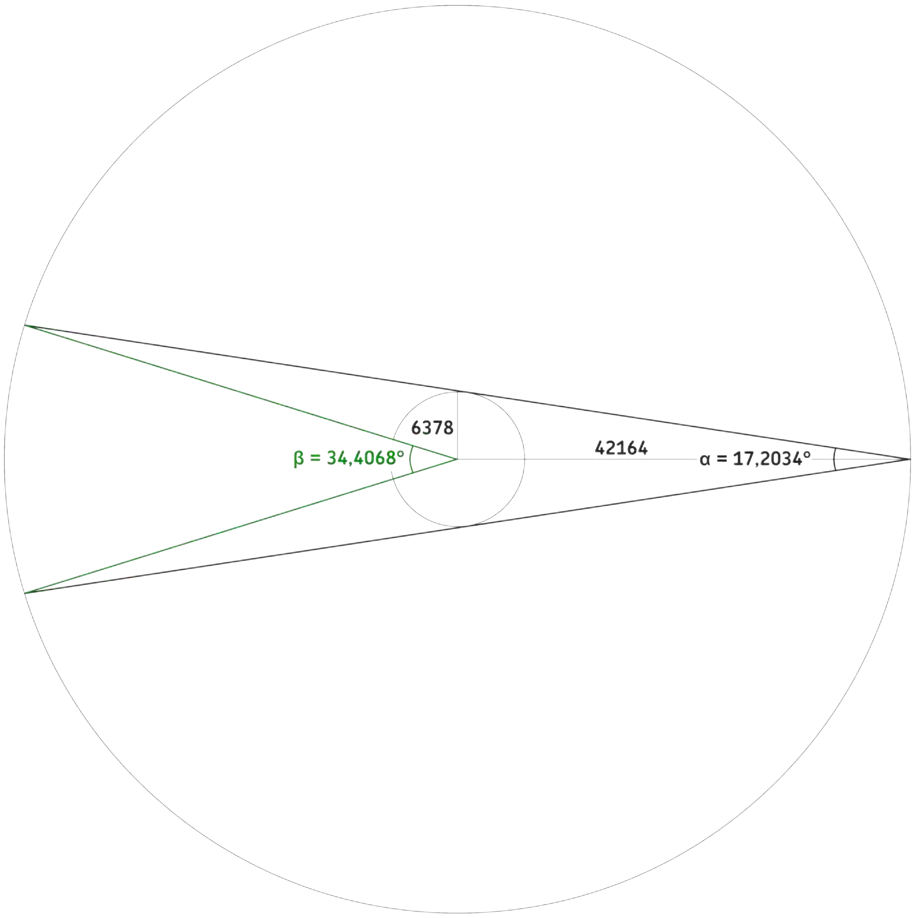
Каждый такой спутник находится над некоторой точкой, характеризующейся долготой (по широте она равна 0).

Например, 11.0°W Экспресс-АМ44 (Express) находится в западном полушарии по координатам 0°с.ш. 11°з.д.

Задача 6.3.3. (15 баллов)

Изучите расстановку группы геостационарных спутников некоторой компании. Напишите программу, которая по заданному списку координат геостационарных спутников определяет для каждого количество спутников в зоне видимости. Под зоной видимости понимается возможность прохождения сигнала между спутниками по прямолинейной траектории.

Если геостационарная орбита имеет радиус 42164км с центром, совпадающим с центром Земли, что соответствует высоте над уровнем моря 35786 км. То, радиус Земли равен 6378 км. Таким образом, Земля закрывает $\angle\alpha \approx 17.2034°$ градусов обзора.



При этом у Земли есть толстые слои атмосферы, которые сильно искажают сигналы. В связи с этим, $\angle\alpha = 20°$,$\angle\alpha = 40°$. Обратите внимание, что границы угла позволяют осуществлять передачу данных.

Формат входных данных

В первой строке подается число $n(1 \leqslant n \leqslant 100)$ — количество спутников у компании.

Далее в n строках через пробел подаются $s_i(1 \leqslant s_i \leqslant 50)$ и $c_i(-180 < (c_i) \leqslant 180)$ — латинские названия спутников без разделителей и их целочисленные координаты (положительные — восточное полушарие, отрицательные — западное полушарие). В одной координате не располагается более одного спутника.

Формат выходных данных

Единственное число — ответ на задачу.

Система оценки

Баллы за задачу будут начислены, если все тесты будут пройдены успешно.

Пример №1

Стандартный ввод

```
9
NewStar-1 0
NewStar-2 -40
NewStar-3 160
NewStar-4 80
NewStar-5 40
NewStar-6 -120
NewStar-7 -160
NewStar-8 120
NewStar-9 -80
```

Стандартный вывод

```
NewStar-7 -160 8
NewStar-6 -120 8
NewStar-9 -80 8
NewStar-2 -40 8
NewStar-1 0 8
NewStar-5 40 8
NewStar-4 80 8
NewStar-8 120 8
NewStar-3 160 8
```

Пример №2

Стандартный ввод
18 TVPoint-1 100 TVPoint-2 -90 TVPoint-3 80 TVPoint-4 -80 TVPoint-5 -110 TVPoint-6 -115 TVPoint-7 110 TVPoint-8 120 TVPoint-9 -100 TVPoint-10 -105 TVPoint-11 -120 TVPoint-12 95 TVPoint-13 -85 TVPoint-14 90 TVPoint-15 115 TVPoint-16 85 TVPoint-17 -95 TVPoint-18 105
Стандартный вывод
TVPoint-11 -120 17 TVPoint-6 -115 16 TVPoint-5 -110 15 TVPoint-10 -105 14 TVPoint-9 -100 13 TVPoint-17 -95 12 TVPoint-2 -90 11 TVPoint-13 -85 10 TVPoint-4 -80 10 TVPoint-3 80 10 TVPoint-16 85 10 TVPoint-14 90 11 TVPoint-12 95 12 TVPoint-1 100 13 TVPoint-18 105 14 TVPoint-7 110 15 TVPoint-15 115 16 TVPoint-8 120 17

Решение

Ограничение в 100 точек позволяет решать задачу перебором: сравнить все пары координат и подсчитать для каждой точки количество видимых с нее.

Пример программы-решения

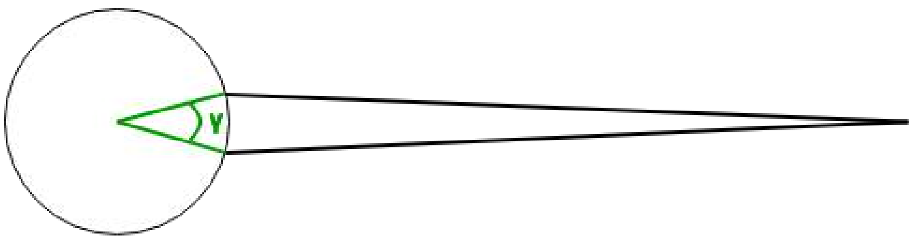
Ниже представлено решение на языке Python3

```
def count(pairs, x):
    cnt = -1

```

```
    for p in pairs:
        if abs(p[1] - x[1]) <= 160 or abs(p[1] - x[1]) >= 200:
            cnt += 1

    return cnt


n = int(input())

lines = [input().split() for _ in range(n)]

pairs = [(x[0], int(x[1])) for x in lines]

pairs.sort(key=lambda tup: tup[1])

print('\n'.join(' '.join(str(item) for item in x) + ' ' +
    str(count(pairs, x)) for x in pairs)  + '\n')
```

Задача 6.3.4. (15 баллов)

После определения возможных направлений коммуникации между спутниками вспомним об их задачах. Предположим, назначением рассматриваемых спутников является трансляция телепередач (спутниковое телевидение). При коммуникации с Землей есть ряд ограничений, связанных с тем, что у планеты есть атмосфера, из-за которой, сигнал под углами, наиболее близкими к прямому, доходят с меньшим количеством помех. Из-за этого, каждый спутник может обслуживать только ближайшие сектора Земного шара определенного размера.



Зная размеры секторов, определите, какое наименьшее количество спутников некоторой модели необходимо дополнительно вывести на орбиту, чтобы обеспечить максимально возможное покрытие. Обратите внимание, что не обязательно координата запускамого спутника должна быть целочисленной.

Формат входных данных

В первой строке подается число $n (1 \leqslant n \leqslant 10^5)$, $\theta (1 \leqslant \theta \leqslant 100)$ — количество спутников у компании и целочисленный размер сектора в градусах, доступный для обслуживания моделью спутников, планируемых к запуску.

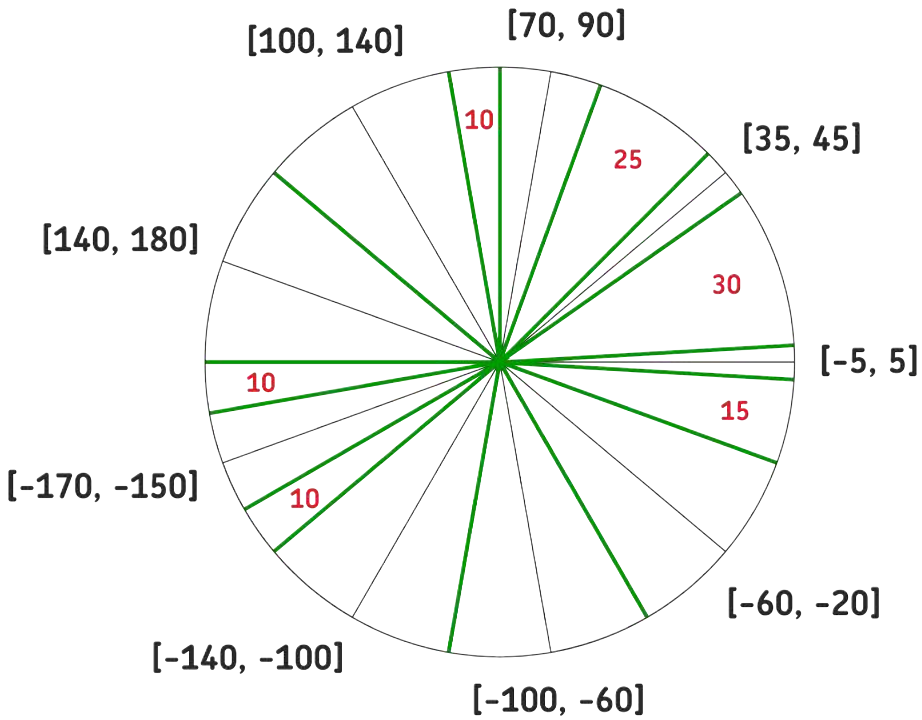
Далее в n строках через пробел подаются $s_i (1 \leqslant len(s_i) \leqslant 50)$, $c_i (-180 < c_i \leqslant 180)$ и $\gamma_i (1 \leqslant \gamma_i \leqslant 100)$ — латинские названия спутников на орбите без разделителей, их целочисленные координаты (положительные восточное полушарие, отрицательные — западное полушарие) и целочисленный размер их зоны обслуживания в градусах.

Формат выходных данных

Единственное число — ответ на задачу.

Пояснения к ответу

Зоны покрытия обозначены отрезками на следующем изображении, красным указаны размеры непокрытых отрезков.



Система оценки

Баллы за задачу будут начислены, если все тесты будут пройдены успешно.

Пример №1

Стандартный ввод

`9 20`
`HelloWorld-1 -120 40`
`HelloWorld-2 160 40`
`HelloWorld-3 -160 20`
`HelloWorld-4 40 10`
`HelloWorld-5 0 10`
`HelloWorld-6 -80 40`
`HelloWorld-7 -40 40`
`HelloWorld-8 80 20`
`HelloWorld-9 120 40`

Стандартный вывод
`8`

Решение

Данную задачу надо решать в несколько этапов:

1. Увеличить масштаб градусов вдвое, так как если размер покрываемого сектора нечетный, то при вычислениях возникнут половинки градусов (использовать вещественные числа нецелесообразно).

2. Выделить отрезки покрытия и преобразовать их к отрезкам в диапазоне $[-360, 360]$.
3. Отсортировать отрезки по левому краю.
4. Пройти по отрезкам и "склеить"их, если левый край следующего отрезка принадлежит склеенному отрезку.
5. Если обнаруживается "пробел"в покрытии, измерить его длину, вычислить необходимое количество спутников, чтобы его закрыть.
6. Отдельно проверить отрезок между левым краем самого первого отрезка с правым краем последнего склеенного

Пример программы-решения

Ниже представлено решение на языке Python3

```python
def renew(pairs):
    res = []
    for p in pairs:
        if p[0] < -360:
            res.append((-360, p[1]))
            res.append((720 + p[0], 360))
        elif p[1] > 360:
            res.append((-360, p[1] - 720))
            res.append((p[0], 360))
        else:
            res.append(p)

    pairs = []


    return res


n, gamma = map(int, input().split())
gamma *= 2

lines = [input().split() for _ in range(n)]

pairs = [(2 * int(x[1]) - int(x[2]), 2 * int(x[1]) + int(x[2])) for x in lines]

pairs = renew(pairs)
pairs.sort(key=lambda tup: tup[0])

log = ''
cnt = 0
l, r = pairs[0]

for p in pairs[1:]:
    if p[0] <= r:
        if p[1] > r:
            r = p[1]
    else:
        cnt += (p[0] - r + gamma - 1) // gamma
        r = p[1]

cnt += (720 + l - r + gamma - 1) // gamma

print(cnt)
```

Вспомогательный материал

Вы руководите миссией по исследованию поверхности плонеты X. В вашем распоряжении суперсовременная ракета X-Mission, которая на борту имеет полный набор датчиков для измерения различных показателей, а также модуль для исследования грунта и осуществления других околоповерхностных измерений.

Спустя несколько долгожданных лет полета X-Mission достигла орбиты планеты. Ракета провела ряд измерений: в том числе, серии снимков поверхности планеты. Ваша задача на основе снимков составить карту высот, а затем спланировать посадку модуля для взятия проб грунта.

Задача 6.3.5. (20 баллов)

На основании измерений, произведенных с орбиты планеты X вы выявили некоторый прямоугольный участок:

- на котором минимальна вероятность бури и иных негативных погодных явлений,
- обладают признаками наличия интересующих типов почв.

У вас есть серия снимков поверхности, для каждого участка которого вы можете при помощи специализированного программного обеспечения определить высоту. Однако, не в каждый момент времени все объекты на снимках хорошо видны: на планете X, как и на Земле, образуются облака. Ваша задача вопреки всем сложностям составить подробную карту высот на интересующем участке с целью дальнейшего использования для определения места посадки модуля-анализатора на поверхность планеты и построения для него маршрута.

Формат входных данных

В первой строчке через пробел подаются целые числа a_x, a_y ($-10^7 \leqslant a_x$, $a_y \leqslant 10^7$), s_x, s_y ($1 \leqslant s_x, s_y \leqslant 10^3$) и l_x, l_y ($1 \leqslant l_x, l_y \leqslant 10^3$)— координаты левого верхнего интересующего прямоугольника, размеры интересующего прямоугольника и размеры снимков (x — строки, y — столбцы, угол съемки не меняется).

В следующей строке подается целое число $n (1 \leqslant n \leqslant 10^3)$ — количество отснятых снимков.

Далее будут описания снимков в формате:

- $b_x(a_x - l_x + 1 \leqslant b_x \leqslant a_x + s_x - 1), b_y(a_y - l_y + 1 \leqslant b_y \leqslant a_y + s_y - 1),$ — координаты верхнего левого угла снимка.
- l_x строк по l_y значений, записанных через табуляцию, $f_{ij}(-10^4 \leqslant f_{ij} \leqslant 10^4)$ — определенные значения высоты или латинская буква "x если область закрыта облаками.

Формат выходных данных

s_x строк по s_y значений, записанных через табуляцию — карта высот интересующей местности. Укажите латинскую буква "x если по указанному участку данные о высоте отсутствуют.

Система оценки

Баллы за задачу будут начисляться пропорционально количеству успешно пройденных тестов.

Результат за успешное прохождение только первого теста (методом распечатки верного ответа или иным эквивалентным образом) засчитан не будет.

Пример №1

Стандартный ввод

```
-2 -4 6 4 2 3
5
-2 -5
-5834 -4887 x
3248 -8439 -8849
3 -3
8608 -7907 x
6086 -206 7279
1 -4
628 9560 8310
7148 1339 -7771
-2 -1
6546 7660 6677
8941 8667 6376
-3 -1
-53 4960 -8522
6546 7660 6677
```

Стандартный вывод

```
-4887 x x 6546
-8439 -8849 x 8941
x x x x
628 9560 8310 x
7148 1339 -7771 x
x 8608 -7907 x
```

Решение

Создадим пустое поле, полностью помеченное знаком ’x’. Ограничения таковы, что достаточно аккуратно вычислять индексы элементов поля и по заданным индексам помещать в поле значения.

Пример программы-решения

Ниже представлена вспомогательная программа на языке Python3

```python
ax, ay, sx, sy, lx, ly = list(map(int, input().split()))
n = int(input())

smap = [['x' for _ in range(sy)] for _ in range(sx)]

```

```
for _ in range(n):
    bx, by = list(map(int, input().split()))

    for x in range(lx):
        line = input().split()

        if bx + x >= ax and bx + x < ax + sx:
            for y in range(ly):
                if by + y >= ay and by + y < ay + sy:
                    if smap[bx - ax + x][by - ay + y] == 'x':
                        smap[bx - ax + x][by - ay + y] = line[y]

for x in smap:
    for y in x:
        print('{}\t'.format(y))
    print('\n')

```

Задача 6.3.6. (25 баллов)

Итак, вы получили снимок поверхности планеты, куда территориально планируется запустить модуль для взятия проб грунта. Увидев полученные данные, вы обратили внимание на то, что на планете преобладают сильно и глубоко расчленённые участки земной коры со складчатой или складчато-глыбовой структурой. Это означает, что поверхность характеризуется сильными перепадами высот. С одной стороны, это хорошо, так как можно попробовать оценит различные слои пород, не только поверхностный на глубине несколько метров. Однако, это создает ряд технических сложностей. Так, например, технические характеристики модуля:

- позволяют высадиться в любой точке планеты,
- позволяют перемещаться по поверхности планеты только на соседние координаты (по горизонтали, вертикали и диагоналям),
- не позволяют осуществлять резкие спуски и подъемы (не более некоторого значения),
- позволяют отправить собранные образцы до ракеты из любой точки планеты.

Проведите ваши исследования наиболее эффективно!

Ваша задача опустить модуль на поверхность планеты таким образом, чтобы можно было собрать образцы грунта с наибольшей возможной площади. Оцените наибольшую площадь, которую сможет обойти модуль, если его маршрут ограничен исключительно перепадами высот.

Формат входных данных

В первой строке через пробел подаются три целых числа $x, y (1 \leqslant x \cdot \ y \leqslant 10^7)$, $p (0 \leqslant p \leqslant 10^8)$ — размеры карты и предельная величина преодолимого перепада высот.

Далее в x строках подаются y значений, записанных через табуляцию, $f_{ij} (-10^8 \leqslant f_{ij} \leqslant 10^8)$ — определенные значения высоты на поверхности платнеты X.

Формат выходных данных

Единственное число — ответ на задачу.

Система оценки

Баллы за задачу будут начисляться пропорционально количеству успешно пройденных тестов.

Результат за успешное прохождение только первого теста (методом распечатки верного ответа или иным эквивалентным образом) засчитан не будет.

Пример №1

Стандартный ввод
6 8 7 -10 0 0 3 -7 -3 -9 -2 -5 -5 6 0 -8 -10 -9 9 5 9 -6 3 1 -8 -2 9 -7 -4 -6 7 -2 4 9 -4 -3 -7 4 8 5 0 6 -3 -1 -8 -7 -2 6 -7 -5 -5

Стандартный вывод
47

Решение

Представим нашу карту в виде графа, в котором вершины — пиксели изображения, ребра — возможность пройти от точки к точке напрямую с учётом перепада высот. Тогда из каждой непройденной вершины мы запускаем обход графа, в процессе которого считаем количество посещенных вершин. Размер наибольшего графа — ответ на задачу.

Пример программы-решения

Ниже представлена вспомогательная программа на языке Python3

```python
def get_square(picture, i, j, p, visited):

    nodes = [(i, j)]

    x = len(picture)
    y = len(picture[0])

    square = 0

    while nodes:
        i, j = nodes[0]
        nodes = nodes[1:]
        if i < 0 or i >= x or j < 0 or j >= y:
            continue
        if visited[i][j]:
            continue
        visited[i][j] = True
```

```
        square += 1

        if i > 0 and j > 0:
            if abs(picture[i][j] - picture[i - 1][j - 1]) < p:
                nodes.append((i - 1, j - 1))
        if i < x - 1 and j > 0:
            if abs(picture[i][j] - picture[i + 1][j - 1]) < p:
                nodes.append((i + 1, j - 1))
        if i > 0 and j < y - 1:
            if abs(picture[i][j] - picture[i - 1][j + 1]) < p:
                nodes.append((i - 1, j + 1))
        if i < x - 1 and j < y - 1:
            if abs(picture[i][j] - picture[i + 1][j + 1]) < p:
                nodes.append((i + 1, j + 1))
        if i > 0:
            if abs(picture[i][j] - picture[i - 1][j]) < p:
                nodes.append((i - 1, j))
        if i < x - 1:
            if abs(picture[i][j] - picture[i + 1][j]) < p:
                nodes.append((i + 1, j))
        if j > 0:
            if abs(picture[i][j] - picture[i][j - 1]) < p:
                nodes.append((i, j - 1))
        if j < y - 1:
            if abs(picture[i][j] - picture[i][j + 1]) < p:
                nodes.append((i, j + 1))

    return square


def solve_test(x, y, p, picture):
    max_square = 0
    visited = [[False for _ in range(y)] for _ in range(x)]
    for i in range(x):
        for j in range(y):
            if visited[i][j] == 0:
                cur_square = get_square(picture, i, j, p, visited)
                max_square = max(cur_square, max_square)

    return max_square

x, y, p = map(int, input().split())

d = [input() for _ in range(x)]

print(solve_test(x, y, p, [list(map(int, line.split())) for line in d]))
```