

§3 Заключительный этап: индивидуальная часть

3.1 Задачи по информатике (9 класс)

Задача 3.1.1

Вова помогает отцу на складе деталей для производства летательных аппаратов. Для этого ему постоянно нужно запоминать числовые значения идентификаторов деталей. Где-то в Интернете он прочитал, что сильно проще запоминать те числа, в которых содержится наибольшее количество нулей, особенно, идущих подряд. Поэтому Вова придумал свою систему запоминания чисел, которые заканчиваются на последовательность нулей. Например, числа **1230000**, **940200000** он запоминает как **123-4**, **9402-5**. Узнав про системы счисления, нашему герою пришла идея представлять каждое число в виде произведения $X_{10} \cdot Y_Z$, где Y – это число 10 в наибольшей возможной степени N (10^N_Z). Если для нескольких различных Z возможно одинаковое максимальное N , то берется наибольшее из них. Обратите внимание, что число N записывается в десятичной системе счисления.

Таким образом, число **180** представляется тройкой чисел **5-2-6**. А число **108** – как **4-3-3**.

Подзадача 1. Вариант 1.

Запишите число **1547** в формате X-N-Z без пробелов, точек и иных знаков.

Ответ: 1-1-1547

Подзадача 1. Вариант 2.

Запишите число **1001** в формате X-N-Z без пробелов, точек и иных знаков.

Ответ: 1-1-1001

Подзадача 2. Вариант 1.

Запишите число **56000** в формате X-N-Z без пробелов, точек и иных знаков.

Ответ: 875-6-2

Подзадача 2. Вариант 2.

Запишите число **54000** в формате X-N-Z без пробелов, точек и иных знаков.

Ответ: 3375-4-2

Подзадача 3. Вариант 1.

Запишите число **1019** в формате X-N-Z без пробелов, точек и иных знаков.

Ответ: 1-1-1019

Подзадача 3. Вариант 2.

Запишите число **1009** в формате X-N-Z без пробелов, точек и иных знаков.

Ответ: 1-1-1009

Подзадача 4.

Напишите программу, которая для каждого входного вводимого числа в отдельной строке выводит его X-N-Z представление. На вход подается одно натуральное десятичное число не менее 2 и не превышающее 10000.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    int a, b, c;
    int tmpb, tmpn;
    a = 1;
    b = 1;
    c = n;
    for (int i = n / 2; i > 1; --i) {
        if (n % i == 0) {
            tmpb = 0;
            tmpn = n;
            while (tmpn % i == 0) {
                tmpb += 1;
                tmpn /= i;
            }
            if (tmpb > b) {
                a = tmpn;
                b = tmpb;
                c = i;
            }
        }
    }
    cout << a << '-' << b << '-' << c << endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.1.2

Есть квадратное клеточное поле белого цвета со стороной N, на котором с некоторой вероятностью нарисован закрашенный черным цветом клеточный квадрат со стороной M, границы которого параллельны границам поля. Робот-искатель умеет сканировать ячейки и определять их цвет. Изначально, робот находится в верхней левой ячейке. Его можно перемещать при помощи команд вида По горизонтали (величина и направление сдвига), по вертикали (величина и направление сдвига). Например, команда

«По горизонтали 5, по вертикали 2»

сдвигает робота на 5 клеток вправо и на 2 вниз, а команда

«По горизонтали -1, по вертикали 0»

сдвигает робота на 1 клетку влево. Для проверки ячейки робот использует команду «Проверить».

Подзадача 1. Вариант 1.

Для $N = 6$, $M = 3$ определите наименьшее количество команд, которые надо дать исполнителю, чтобы можно было гарантированно определить отсутствие на поле закрашенного квадрата заданного размера.

Ответ: 7

Подзадача 1. Вариант 2.

Для $N = 8$, $M = 4$ определите наименьшее количество команд, которые надо дать исполнителю, чтобы можно было гарантированно определить отсутствие на поле закрашенного квадрата заданного размера.

Ответ: 7

Подзадача 2. Вариант 1.

Для $M = 4$ определите наибольшее возможное значение N , такое что проверив **21** точку можно гарантированно указать на невозможность разместить на поле закрашенный квадрат заданного размера.

Ответ: 19

Подзадача 2. Вариант 2.

Для $M = 5$ определите наибольшее возможное значение N , такое что проверив **24** точку можно гарантированно указать на невозможность разместить на поле закрашенный квадрат заданного размера.

Ответ: 24

Подзадача 3.

Напишите эффективную по времени программу на любом языке программирования, определяющую наименьшее количество точек, которое надо проверить, чтобы гарантировать отсутствие закрашенного квадрата на поле. Программа принимает на вход два целых числа N и M ($1 \leq M \leq N \leq 10000000$), разделённые пробелом, и выводит целочисленный ответ в соответствии с заданием.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n, m;
    cin >> n >> m;
    long long pieces = n / m;
    cout << pieces * pieces << endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.1.3

Камера на дроне может снимать объекты в радиусе 100. На некоторой зоне на одинаковой высоте находятся два дрона. Каждый из них характеризуется двумя целочисленными координатами положения.

Подзадача 1.

Напишите программу, которая, опираясь на координаты дронов, определяет расстояние между дронами.

Программе на вход подается две строки, каждая из которых содержит по 2 целых числа ($-1000000 \leq p_i \leq 1000000$): две координаты дрона, соответственно, для каждого из дронов. Программа должна вывести в отдельной строке вещественное число с точностью не менее 10^{-6} – ответ на задачу.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
{
    long long x0, y0, r0 = 100, x1, y1, r1 = 100;
    cin >> x0 >> y0 >> x1 >> y1;
    long long dx = x1 - x0, dy = y1 - y0;
    printf("%.6Lf\n", sqrtl(dx * dx + dy * dy));
    return 0;
}
```

Подзадача 2.

Напишите программу, которая, опираясь на координаты дронов, определяет есть ли зона, которую снимают оба дрона одновременно (нет зоны – 0, одна точка – 1, есть зона – 2).

Программе на вход подается две строки, каждая из которых содержит по 2 целых числа ($-1000000 \leq p_i \leq 1000000$): две координаты дрона, соответственно, для каждого из дронов. Программа должна вывести в отдельной строке целое число – ответ на задачу.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
{
    long long x0, y0, r0 = 100, x1, y1, r1 = 100;
    cin >> x0 >> y0 >> x1 >> y1;
    long long dx = x1 - x0, dy = y1 - y0;
    if (dx * dx + dy * dy > (r0 + r1) * (r0 + r1)) {
        cout << 0 << endl;
    } else if (dx * dx + dy * dy < (r0 + r1) * (r0 + r1)) {
        cout << 2 << endl;
    } else {
        cout << 1 << endl;
    }
}
```

```

    return 0;
}

```

Подзадача 3.

Напишите программу, которая, опираясь на координаты дронов, определяет наименьшее расстояние, на которое надо сместить одного из дронов так, чтобы зоны съемки пересекались в одной точке, а координаты положения дронов оставались целочисленными.

Программе на вход подается две строки, каждая из которых содержит по 2 целых числа ($-1000000 \leq p_i \leq 1000000$): две координаты дрона, соответственно, для каждого из дронов. Программа должна вывести в отдельной строке вещественное число с точностью не менее 10^{-6} – ответ на задачу.

Вариант верного решения:

```

#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
{
    long long x0, y0, r0 = 100, x1, y1, r1 = 100;
    cin >> x0 >> y0 >> x1 >> y1;
    long long dx = x1 - x0, dy = y1 - y0;
    long long r = r0 + r1;
    long long kata, katb;
    long long minmove_sq = 10000000000000000, tmpmove;
    dx = dx < 0 ? -dx : dx;
    dy = dy < 0 ? -dy : dy;
    for (int i = 0; i <= r; ++i) {
        kata = i;
        katb = (int)sqrt(r * r - i * i);
        if (kata * kata + katb * katb == r * r) {
            tmpmove = (dx - kata) * (dx - kata) + (dy - katb) * (dy - katb);
            if (tmpmove < minmove_sq) {
                minmove_sq = tmpmove;
            }
        }
    }
    printf("%.6Lf\n", sqrtl(minmove_sq));
    return 0;
}

```

Критерии оценивания выполнения задания

За задачи с числовым ответом начисляется $5/(N+1)$ баллов за верно введенное число, где N - количество неверных попыток решить задачу.

Если участник решает такую задачу с первого раза, он получает 5 баллов, со второго — 2,5 балла, с третьего — 1,66 баллов, и т.д.

За задачи на программирование начисляется $(15*x)/(N+1)$ баллов за программное решение, где N - количество неверных попыток решить задачу, x — процент тестов, на который программа участника выдала верный ответ.

Если участник решает такую задачу с первого раза полностью верно, он получает 15 баллов, со второго — 7,5 баллов, с третьего — 5 баллов, и т.д. Если задача решена частично, то если программа выдала верный ответ на 3 теста из 10, то участник получит за нее 4,5 балла, если 7 тестов из 15, то 7 баллов, и т.д. Частично верное решение не считается неверным, то есть N не увеличивается.

3.2 Задачи по информатике (10-11 класс)

Задача 3.2.1

Вова помогает отцу на складе деталей. Для этого ему постоянно нужно запоминать числовые значения идентификаторов деталей. Где-то в Интернете он прочитал, что сильно проще запоминать те числа, в которых содержится наибольшее количество нулей, особенно идущих подряд. Узнав про системы счисления, нашему герою пришла идея представлять каждое число в некоторой системе счисления, в которой запись числа имеет наибольшее количество подряд идущих значащих нулей. Например, число **731** имеет наибольшее количество подряд идущих нулей в троичной системе счисления: **1000002₃**.

Подзадача 1. Вариант 1.

Какое наибольшее число значащих нулей, записанных подряд, содержится в **троичной** записи числа **21250**?

Ответ: 2

Подзадача 1. Вариант 2.

Какое наибольшее число значащих нулей, записанных подряд, содержится в **троичной** записи числа **27403**?

Ответ: 1

Подзадача 2. Вариант 1.

Какое наибольшее число значащих нулей, записанных подряд, содержится в **27-ричной** записи числа **21250**?

Ответ: 0

Подзадача 2. Вариант 2.

Какое наибольшее число значащих нулей, записанных подряд, содержится в **27-ричной** записи числа **27403**?

Ответ: 0

Подзадача 3. Вариант 1.

В каких системах счисления десятичное число **21250** имеет в своей записи наибольшее количество подряд идущих нулей? Укажите основание наибольшей.

Ответ: 2

Подзадача 3. Вариант 2.

В каких системах счисления десятичное число **27403** имеет в своей записи наибольшее количество подряд идущих нулей? Укажите основание наибольшей.

Ответ: 2

Подзадача 4.

Напишите программу, которая для любого входного натурального числа, начиная с 2, не превосходящего 10000, выводит основание системы счисления, в которой количество подряд идущих нулей максимально.

Если таких оснований несколько, выведите наибольшее.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    int b, cnt;
    int tmp, tmpcnt;
    b = n;
    cnt = 1;
    for (int i = n - 1; i > 1; --i) {
        tmp = n;
        tmpcnt = 0;
        while (tmp) {
            if (tmp % i == 0) {
                tmpcnt += 1;
            } else {
                if (tmpcnt > cnt) {
                    cnt = tmpcnt;
                    b = i;
                }
                tmpcnt = 0;
            }
            tmp /= i;
        }
    }

    cout << b << endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.2.2

Есть прямоугольное клеточное поле белого цвета со сторонами А и В, на котором с некоторой вероятностью нарисован закрашенный черным цветом клеточный прямоугольник со сторонами С и D (С параллельна А, D параллельна В), границы которого параллельны границам поля. Робот-искатель умеет сканировать ячейки и определять их цвет. Изначально, робот находится в верхней левой ячейке. Его можно перемещать при помощи команд вида По горизонтали (величина и направление сдвига), по вертикали (величина и направление сдвига). Например, команда

«По горизонтали 5, по вертикали 2»

сдвигает робота на 5 клеток вправо и на 2 вниз, а команда

«По горизонтали -1, по вертикали 0»

сдвигает робота на 1 клетку влево. Для проверки ячейки робот использует команду «Проверить».

Подзадача 1. Вариант 1.

Для $A = 9$, $B = 10$, $C = 5$, $D = 4$ определите наименьшее количество команд, которые надо дать исполнителю, чтобы можно было гарантированно определить отсутствие на поле закрашенного прямоугольника заданного размера.

Ответ: 4

Подзадача 1. Вариант 2.

Для $A = 7$, $B = 8$, $C = 4$, $D = 3$ определите наименьшее количество команд, которые надо дать исполнителю, чтобы можно было гарантированно определить отсутствие на поле закрашенного прямоугольника заданного размера.

Ответ: 4

Подзадача 2. Вариант 1.

Для $B = 11$, $C = 2$, $D = 4$ определите наибольшее возможное значение A , такое что проверив 21 точку можно гарантированно указать на невозможность разместить на поле закрашенный прямоугольник заданного размера.

Ответ: 21

Подзадача 2. Вариант 2.

Для $B = 11$, $C = 3$, $D = 2$ определите наибольшее возможное значение A , такое что проверив 23 точки можно гарантированно указать на невозможность разместить на поле закрашенный квадрат заданного размера.

Ответ: 14

Подзадача 3.

Напишите эффективную по времени и по памяти программу на любом языке программирования, определяющую наименьшее количество точек, которое надо проверить, чтобы гарантировать отсутствие закрашенного прямоугольника на поле. Программа принимает на вход четыре целых числа A , B , C и D ($1 \leq C \leq A \leq 10000000$, $1 \leq D \leq B \leq 10000000$), разделённые пробелом, и выводит целочисленный ответ в соответствии с заданием.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
using namespace std;
int main()
{
    int a, b, c, d;
    cin >> a >> b >> c >> d;
    long long piecesx = a / c;
    long long piecesy = b / d;
    cout << piecesx * piecesy << endl;
    return 0;
}
```

Задача 3.2.3

Камера на дроне может снимать объекты в некотором радиусе. На некоторой зоне на одинаковой высоте находятся два дрона. Каждый из них характеризуется двумя целочисленными координатами положения и целочисленной величиной радиуса съёмки.

Подзадача 1.

Напишите программу, которая, опираясь на координаты дронов, определяет расстояние между дронами.

Программе на вход подается две строки, каждая из которых содержит по 3 целых числа ($-1000000 \leq p_{1,2} \leq 1000000, 1 \leq p_3 \leq 10000$): две координаты дрона и радиус съёмки, соответственно, для каждого из дронов. Программа должна вывести в отдельной строке вещественное число с точностью не менее 10^{-6} – ответ на задачу.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
{
    long long x0, y0, r0, x1, y1, r1;
    cin >> x0 >> y0 >> r0 >> x1 >> y1 >> r1;
    long long dx = x1 - x0, dy = y1 - y0;
    printf("%.6Lf\n", sqrtl(dx * dx + dy * dy));
    return 0;
}
```

Подзадача 2.

Напишите программу, которая, опираясь на координаты дронов, определяет есть ли зона, которую снимают оба дрона одновременно (нет зоны – 0, одна точка – 1, есть зона – 2).

Программе на вход подается две строки, каждая из которых содержит по 3 целых числа ($-1000000 \leq p_{1,2} \leq 1000000, 1 \leq p_3 \leq 10000$): две координаты дрона и радиус съёмки, соответственно, для каждого из дронов. Программа должна вывести в отдельной строке целое число – ответ на задачу.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
{
    long long x0, y0, r0, x1, y1, r1;
    cin >> x0 >> y0 >> r0 >> x1 >> y1 >> r1;
    long long dx = x1 - x0, dy = y1 - y0;
    if (dx * dx + dy * dy > (r0 + r1) * (r0 + r1)) {
        cout << 0 << endl;
    } else if (dx * dx + dy * dy < (r0 + r1) * (r0 + r1)) {
        cout << 2 << endl;
    } else {
        cout << 1 << endl;
    }
    return 0;
}
```

Подзадача 3.

Напишите программу, которая, опираясь на координаты дронов, определяет наименьшее расстояние, на которое надо сместить одного из дронов так, чтобы зоны съемки пересекались в одной точке, а координаты положения дронов оставались целочисленными.

Программе на вход подается две строки, каждая из которых содержит по 3 целых числа ($-1000000 \leq p_{1,2} \leq 1000000, 1 \leq p_3 \leq 10000$): две координаты дрона и радиус съемки, соответственно, для каждого из дронов. Программа должна вывести в отдельной строке вещественное число с точностью не менее 10^{-6} – ответ на задачу.

Вариант верного решения:

```
#include <iostream>
#include <cmath>
#include <cstdio>
using namespace std;
int main()
{
    long long x0, y0, r0, x1, y1, r1;
    cin >> x0 >> y0 >> r0 >> x1 >> y1 >> r1;
    long long dx = x1 - x0, dy = y1 - y0;
    long long r = r0 + r1;
    long long kata, katb;
    long long minmove_sq = 1000000000000000, tmpmove;
    dx = dx < 0 ? -dx : dx;
    dy = dy < 0 ? -dy : dy;
    for (int i = 0; i <= r; ++i) {
        kata = i;
        katb = (int)sqrt(r * r - i * i);
        if (kata * kata + katb * katb == r * r) {
            tmpmove = (dx - kata) * (dx - kata) + (dy - katb) * (dy - katb);
            if (tmpmove < minmove_sq) {
                minmove_sq = tmpmove;
            }
        }
    }
    printf("%.6Lf\n", sqrtl(minmove_sq));
    return 0;
}
```

Критерии оценивания выполнения задания

За задачи с числовым ответом начисляется $5/(N+1)$ баллов за верно введенное число, где N - количество неверных попыток решить задачу.

Если участник решает такую задачу с первого раза, он получает 5 баллов, со второго — 2,5 балла, с третьего — 1,66 баллов, и т.д.

За задачи на программирование начисляется $(15*x)/(N+1)$ баллов за программное решение, где N - количество неверных попыток решить задачу, x — процент тестов, на который программа участника выдала верный ответ.

Если участник решает такую задачу с первого раза полностью верно, он получает 15 баллов, со второго — 7,5 баллов, с третьего — 5 баллов, и т.д. Если задача решена частично, то если программа выдала верный ответ на 3 теста из 10, то участник получит за нее 4,5 балла, если 7 тестов из 15, то 7 баллов, и т.д. Частично верное решение не считается неверным, то есть N не увеличивается.

3.3 Задачи по физике (9 класс)

Вариант №1

№1. 5 баллов. Условие. На длинном горизонтальном участке полигона испытываются ракетные и авиационные реактивные двигатели. Однажды тележка с ракетным двигателем, стартуя с места, двигалась с постоянным ускорением, пока не выгорело все горючее, затем она продолжала двигаться с постоянной скоростью. Горючее, как оказалось, закончилось ровно посередине отмеренного расстояния. Затем из той же начальной точки начала разгоняться тележка с авиационным двигателем, которая прошла с постоянным ускорением все расстояние. Оказалось, что обе тележки прошли это расстояние за одинаковое время. Чему равно отношение ускорений, развиваемых ракетным и авиационным двигателями.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2) описаны вновь вводимые в решение величины; 3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4) представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5) Приведены разумные рассуждения	5 от 0,2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

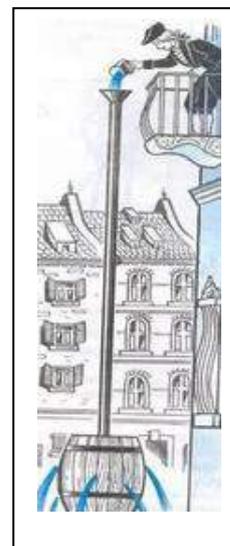
$$\frac{L}{2} = a_1 t_1^2; \frac{L}{2} = (a_1 t_1) t_2; t_1 + t_2 = 3t_2$$

$$t_1 = 2t / 3; L = 4a_1 t^2 / 9; L = a_2 t^2 / 2$$

$$\Rightarrow a_1 / a_2 = 9 / 8$$

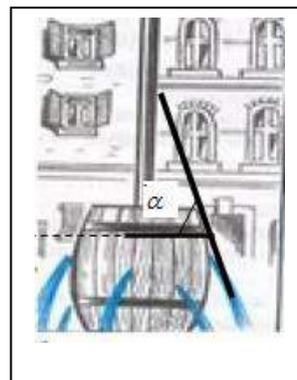
Ответ: 9 / 8.

№2. 5 баллов. Условие. В 1648 г. Блез Паскаль продемонстрировал следующий опыт. Он вставил в закрытую бочку, наполненную водой, узкую трубку и, поднявшись на балкон, влил в эту трубку воду. Из-за малой толщины трубки вода в ней поднялась до большой высоты, и давление в бочке увеличилось настолько, что крепления бочки не выдержали, обода заскользили по деревянным доскам и бочка треснула.



Известно, что для разрыва бочки между стальными кольцами и деревянной поверхностью бочки должна возникнуть сила трения скольжения около 3,5 кН.

Определите, хватит ли одного ведра воды для заполнения трубы диаметром 4 см, так, чтобы произошло разрушение бочки. Ширина каждого металлического обода бочки 5 см, диаметр насаженных ободов около 80 см. Считать, что плоскость доски находится под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту.



Атмосферное давление принять равным 105 Па, плотность жидкости 1000 кг/м³, коэффициент трения дерево-сталь равен 0,2. Гидростатическое давление между двумя насаженными кольцами бочки изменяется незначительно.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы:	5
1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом;	от 0,2 до 2
2) описаны вновь вводимые в решение величины;	от 0,1 до 0,5
3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты;	от 0,1 до 0,5
4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	от 0,25 до 0,5
5) Приведены разумные рассуждения	от 0,5 до 1,5

Решение.

$$p = \frac{F}{S}; F_{\text{тр}} = \frac{1}{2} \mu F \cos \alpha; S = 2\pi da$$

$$p = p_A + \rho gh;$$

$$F = pS;$$

$$h = 6,1 \text{ м};$$

$$V = sh = \frac{\pi d^2}{4} h;$$

$$V = sh = \frac{\pi d^2}{4} h;$$

$$V = 7,6 \text{ л}$$

Ответ: $V = 7,6 \text{ л}$, достаточно одного ведра.

№3. 5 баллов. Условие. У Вас есть калориметр с некоторым количеством льда температура которого -10°C и емкость с водой температура которой 20°C . Установите, какое максимальное количество воды нужно добавить в калориметр со льдом, чтобы он полностью растаял, если известно, что температура 0°C установилась, когда в калориметр добавили 100 г воды. Удельная теплота плавления льда 333 кДж/кг ; удельная теплоемкость льда $2100 \text{ Дж} / (\text{кг}^{\circ}\text{C})$; удельная теплоемкость воды $4200 \text{ Дж} / (\text{кг}^{\circ}\text{C})$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1)записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2)описаны вновь вводимые в решение величины; 3)проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4)Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5) Приведены разумные рассуждения	5 от 0, 2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

Ситуация 1 : $Q_{\text{в}} = c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t_{\text{см}}) + \lambda m_{\text{в}}$; $Q_{\text{л}} = c_{\text{л}}m_{\text{л}}(t_{\text{см}} - t_{\text{см}})$, $m_{\text{л}} = 1,63$
кг

Ситуация 2: $Q_{\text{в}} = c_{\text{в}}m_{\text{в}}(t_{\text{в}} - t_{\text{см}})$; $Q_{\text{л}} = c_{\text{л}}m_{\text{л}}(t_{\text{л}} - t_{\text{см}}) + \lambda m_{\text{л}}$
 $m_{\text{в}} \approx 6,9 \text{ кг}$

Ответ: $m_{\text{в}} \approx 6,9 \text{ кг}$.

Вариант №2

№1. 5 баллов. Условие. Определите скорость, с которой движется тень Луны по земной поверхности во время полного солнечного затмения на экваторе в полдень, не учитывая поправки на орбитальное движение Земли. Земная ось перпендикулярна плоскости лунной орбиты. Направления вращения Земли вокруг своей оси и движения Луны по орбите совпадают. Радиус лунной орбиты $R_{\text{л}} = 3,84 \cdot 10^5 \text{ км}$; радиус Земли $R_{\text{з}} = 6,37 \cdot 10^3 \text{ км}$; продолжительность лунного месяца $T_{\text{л}} = 27,3$ дня. При решении задачи учесть, что расстояние от Земли до Солнца ($1,49 \cdot 10^9 \text{ км}$) много больше расстояния от Земли до Луны.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2) описаны вновь вводимые в решение величины; 3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5) Приведены разумные рассуждения	5 от 0, 2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

За время t Луна переместится на расстояние $S = v_L t = \frac{2\pi R_L}{T_L} t$. Точки земного экватора при суточном вращении пройдут $S' = v_3 t = \frac{2\pi R_3}{T_3} t$. Перемещение тени $S - S'$, а скорость

$$v = v_L - v_3 = 2\pi \left(\frac{R_L}{T_L} - \frac{R_3}{T_3} \right)$$

$$v = 2\pi \left(\frac{3,84 \cdot 10^8}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600} - \frac{6,37 \cdot 10^6}{24 \cdot 3600} \right) = 560 \text{ м/с}$$

Ответ: $v = 560 \text{ м/с}$.

№2. 5 баллов. Условие. Для определения плотности неизвестного вещества использовали толстостенный цилиндрический стакан. Сначала его опустили в воду дном вниз. Отметили, что он погрузился на четверть своей высоты. Когда же его водой заполнили полностью, то он погрузился до самой верхней кромки. Затем в пустой стакан поместили само вещество, заполнив стакан наполовину и заметили, что глубина погружения стакана в воду оказалась равной $5/6$ его высоты. Зная плотность воды $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, определите оцените плотность неизвестного вещества.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2) описаны вновь вводимые в решение величины; 3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	5 от 0, 2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5

5) Приведены разумные рассуждения

от 0,5 до 1,5

Решение

1. Условие плавания пустого стакана : $m_c g = \rho_g g (\alpha V)$,

где V – внешний объем стакана.

2. Условие плавания стакана с водой : $(m_c + \rho V_0) g = \rho_g g V$,

где V_0 – внутренний объем стакана.

3. Условие плавания стакана с веществом : $(m_c + \rho V_0 / 2) g = \rho_g g (\beta V)$.

Масса стакана: $m_c = \rho_g \alpha V_0$, подставляем, получаем:

$$\rho = 1560 \text{ кг} / \text{м}^3$$

Ответ: $\rho = 1560 \text{ кг} / \text{м}^3$.

№3. 5 баллов. Условие. Для измерения массы космонавта на орбитальной станции используется подвижная плоскость известной массы ($m_0 = 10 \text{ кг}$), прикрепленная к пружине. При некоторой начальной деформации (сжатии) пружины плоскость возвращается в положение равновесия через $t_0 = 1,5 \text{ с}$, если же на плоскости находится космонавт, то – через $t_1 = 4,5 \text{ с}$. Какова масса космонавта? Сиденье отпускается без толчка.



Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы:	5
1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом;	от 0,2 до 2
2) описаны вновь вводимые в решение величины;	от 0,1 до 0,5
3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты;	от 0,1 до 0,5
4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	от 0,25 до 0,5
5) Приведены разумные рассуждения	от 0,5 до 1,5

Решение

1. $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{k}}$ $t_0 = \frac{T_0}{4}$

$$2. T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m + m_0}{k}}, \quad t_1 = \frac{T_1}{4}$$

$$m = m_0 \left[\left(\frac{t_1}{t_0} \right)^2 - 1 \right] = 80 \text{ кг}; \quad m=80 \text{ кг}$$

Ответ: m=80 кг

3.4 Задачи по физике (10-11 класс)

Вариант №1

№1. 5 баллов. Условие. Какова максимальная масса груза M , который может сдвинуть очень сильный человек массой $m = 70 \text{ кг}$, оставаясь в покое на горизонтальной поверхности, если он прикладывает силу вверх под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту?. Коэффициент трения между грузом и полом $\mu_1 = 0,2$, между подошвами обуви человека и поверхности $\mu_2 = 0,4$. Груз какой массы M_1 он смог бы приподнять, если бы ту же силу приложил в вертикальном направлении?

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2) описаны вновь вводимые в решение величины; 3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5) Приведены разумные рассуждения, включающие рисунок	5 от 0,2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

Сдвигаем груз. Из второго закона Ньютона: $\mu_1(Mg - F \sin \alpha) - F \cos \alpha = 0$
 $\Rightarrow F(\cos \alpha + \mu_1 \sin \alpha) = \mu_1 Mg$ (1)

Условие покоя человека. Из второго и третьего законов Ньютона:

$$\mu_2(mg + F \sin \alpha) - F \cos \alpha = 0 \Rightarrow F(\cos \alpha - \mu_2 \sin \alpha) = \mu_2 mg$$
 (2)

Получаем: $M=614 \text{ кг}$.

Поднимаем груз. $F - M_1 g = 0$ Из (2): $F = \frac{\mu_2 mg}{\cos \alpha - \mu_2 \sin \alpha}$

Получаем: $M_1=182 \text{ кг}$.

Ответ: $M_1=182 \text{ кг}$.

№2. 5 баллов. Условие. Конус плавает вершиной вниз в цилиндрическом сосуде практически такого же радиуса, что и радиус основания конуса, заполненном раствором некоторой соли в воде. При этом вершина конуса касается дна сосуда, а уровень раствора совпадает с основанием конуса. После испарения части воды конус оказался погруженным в

раствор наполовину своей высоты, а сила давления конуса на дно составила $\eta = 0,87$ его силы тяжести. Сколько килограмм соли изначально содержалось в одном кубическом метре раствора? Изменением объема воды, связанным с растворением в ней соли, пренебречь. Соль не испаряется и не выпадает в осадок. Ось конуса все время остается вертикальной. Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$. (Объем конуса $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$; объем цилиндра $V = \pi r^2 h$).

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2) описаны вновь вводимые в решение величины; 3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5) Приведены разумные рассуждения	5 от 0,2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

Из второго закона Ньютона: $mg = (\rho + \Delta\rho_1)gV_1$, объем конуса $V_1 = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 \frac{h}{2} = \frac{V_1}{8};$$

Объем воды :

$$V_{e1} = \pi R^2 h - V_1 = \frac{2}{3} (\pi R^2) h = 2V_1$$

$$V_{e2} = \pi R^2 \frac{h}{2} V_2 = \frac{3}{2} V_1 - \frac{V_1}{8} = \frac{11}{8} V_1.$$

Так как осадка нет: $\Delta\rho_1 2V_1 = \Delta\rho_2 \frac{11}{8} V_1 \Rightarrow \Delta\rho_2 = \frac{16}{11} \Delta\rho_1$

Из второго закона Ньютона:

$$mg - F_{A2} = \eta mg \Rightarrow (1 - \eta)mg = F_{A2};$$

$$(1 - \eta)(\rho + \Delta\rho_1)gV_1 = (\rho + \frac{16}{11} \Delta\rho_1)g \frac{V_1}{8}.$$

$$\Delta\rho_1 = 96 \text{ кг} / \text{м}^3$$

Ответ: $\Delta\rho_1 = 96 \text{ кг} / \text{м}^3$.

№3. 5 баллов. Условие. Циклический процесс состоит из изобарного расширения 1-2, изохорного охлаждения 2-3 и процесса 3-1 с линейной зависимостью давления от объема. Известно, что в процессе 3-1 рабочее вещество, одноатомный идеальный газ, тепло получает. Найдите КПД цикла, если КПД цикла Карно, работающего в диапазоне температур, соответствующих изобарному процессу 1-2, $\eta_k = 60\%$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2) описаны вновь вводимые в решение величины; 3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5) Приведены разумные рассуждения, нарисован цикл на диаграмме pV;	5 от 0,2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

$$\eta = \frac{A}{A + Q_{32}}; Q_{32} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_3),$$

$$A = \frac{1}{2} (p_1 - p_2)(V_2 - V_1),$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_2}{T_3}, \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, p_2 V_2 = \nu R T_3$$

$$\eta_k = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$$A = \frac{1}{2} \nu R T_3 \left(\frac{T_2}{T_3} - 1 \right) \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = \frac{1}{2} \nu R (T_2 - T_3) \eta_k$$

Тогда:

$$\eta = \frac{\eta_k}{\eta_k + 3}$$

$$\eta = 16,7\%$$

Ответ: $\eta = 16,7\%$

Вариант №2

№1. 5 баллов. Условие. В открытом космосе происходит стыковка космической станции и корабля-грузовика. Масса станции в $\alpha = 10$ раз больше массы грузовика ($M = \alpha m$). Модуль скорости грузовика (u) превышает модуль скорости станции (v) на βv , где $\beta = 0,0001$, т.е. $u = (1 + \beta)v$. Под каким углом к направлению движения станции подошел грузовик, если после стыковки модуль скорости станции не изменился? На какой угол отклонится корабль от своего курса, если его маневровые двигатели не произведут коррекцию?

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы:	5
1) записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом;	от 0,2 до 2
2) описаны вновь вводимые в решение величины;	от 0,1 до 0,5
3) проведены необходимые математические преобразования и расчеты;	от 0,1 до 0,5
4) Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины.	от 0,25 до 0,5
5) Приведены разумные рассуждения, включая поясняющий рисунок;	от 0,5 до 1,5

Решение

По закону сохранения импульса:

$$[(M + m)v]^2 = (Mv)^2 + (mu)^2 + 2(Mv)(mu) \cos \gamma$$

$$[(\alpha + 1)mv]^2 = (\alpha mv)^2 + [m(1 + \beta)v]^2 + 2(\alpha mv)[m(1 + \beta)v] \cos \gamma$$

$$(\alpha + 1)^2 = \alpha^2 + (1 + \beta)^2 + 2\alpha(1 + \beta) \cos \gamma$$

$$\cos \gamma = \frac{(\alpha + 1)^2 - \alpha^2 - (1 + \beta)^2}{2\alpha(1 + \beta)} = \frac{2\alpha - 2\beta - \beta^2}{2\alpha(1 + \beta)} = 0,99989$$

$$\gamma = 0,85^\circ$$

Угол отклонения станции найдем по теореме синусов:

$$\frac{\sin \delta}{\sin \gamma} = \frac{mu}{(M + m)v} = \frac{1 + \beta}{1 + \alpha}$$

$$\delta = 0,077^\circ$$

Ответ: $\delta = 0,077^\circ$.

№2. 5 баллов. Условие. При маневрировании космического корабля в околоземном пространстве он оказался движущимся по круговой орбите некоторого радиуса R со скоростью $k=2$ раза превышающей скорость корабля на околоземной орбите. При этом коэффициент перегрузки, испытываемый космонавтами был равен $n=1,75$. Во сколько раз радиус орбиты превышал радиус Земли? Коэффициент перегрузки равен отношению веса космонавта к силе тяжести вблизи поверхности Земли $n = P / (mg_0)$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1)записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2)описаны вновь вводимые в решение величины; 3)проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4)Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5)Приведены разумные рассуждения	5 от 0, 2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

Ускорение свободного падения на указанной орбите

$$g = g_0 (R_3 / R)^2 = g_0 x^2$$

Первая космическая скорость: $v_0 = \sqrt{g_0 R_3}$.

$v = kv_0$ (скорость на орбите данного радиуса обеспечивается дополнительно работой двигателей).

Из второго закона Ньютона: $mg + N = \frac{mv^2}{R}$,

$$mk^2 g_0 \left(\frac{R_3}{R}\right) = mg_0 x^2 + nmg_0,$$

$$k^2 x = x^2 + n$$

Получили квадратное уравнение:

$$x^2 - 4x + 1,75 = 0; x = 0,5; \frac{R}{R_3} = \frac{1}{x} = 2.$$

Ответ: $R/R_3 = 2$.

№3. 5 баллов. Условие. Цилиндр плавает в сосуде, заполненном раствором некоторой соли в воде, погрузившись в него на $n_1 = 0,85$ своей высоты. Через некоторое время из-за испарения воды количество жидкости в сосуде уменьшилось в полтора раза, а цилиндр стал плавать, погрузившись в раствор на $n_2 = 0,8$ своей высоты. Чему равна первоначальная плотность раствора? Изменением объема воды, связанным с растворением в ней соли пренебречь. При испарении воды соль не испаряется и не выпадает в осадок. Плотность воды $\rho = 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$; объем цилиндра $V = \pi r^2 h$.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Приведено полное решение, включающее следующие элементы: 1)записаны положения и физические законы, закономерности, применение которых необходимо для решения задачи выбранным способом; 2)описаны вновь вводимые в решение величины; 3)проведены необходимые математические преобразования и расчеты; 4)Представлен правильный ответ с указанием единиц измерения искомой величины. 5)Приведены разумные рассуждения	5 от 0, 2 до 2 от 0,1 до 0,5 от 0,1 до 0,5 от 0,25 до 0,5 от 0,5 до 1,5

Решение

Из второго закона Ньютона: $mg = (\rho + \Delta\rho_1)g(n_1V)$, так как объем жидкости уменьшается в полтора раза, концентрация соли увеличивается в полтора раза:

$$\Delta\rho_2 = 1,5\Delta\rho_1$$

$$(\rho + \Delta\rho_1)n_1 = (\rho + 1,5\Delta\rho_1)n_2,$$

$$\Delta\rho_1 = \frac{n_1 - n_2}{1,5n_2 - n_1} = \frac{1}{7} \rho$$

$$\rho_1 = \frac{8}{7} \rho$$

$$\rho_1 = 1140 \text{ кг} / \text{м}^3$$

Ответ: $\rho_1 = 1140 \text{ кг} / \text{м}^3$.