ТЕХНОЛОГИИ БЕСПРОВОДНОЙ СВЯЗИ

Профиль «Технологии беспроводной связи» посвящен решению задачи построения сетей и обеспечения связи в условиях, когда одновременно с ростом числа подключаемых устройств и количества трафика повышаются требования к надежности и производительности систем.

Для успешного выполнения задач, нужно понимать принципы взаимодействия операционной системы с подключаемыми устройствами и применять математические подходы и навыки программирования для обработки данных.
Участники смогут пройти онлайн-курсы и изучить материалы по технологиям беспроводных сетей, интернету вещей и др.

Профиль включает в себя задачи по двум школьным предметам: **математика** и **информатика**.

§1 Первый отборочный этап

Первый отборочный тур проводится индивидуально в сети интернет, работы оцениваются автоматически средствами системы онлайн-тестирования. Для каждой из параллелей (9 класс или 10-11 класс) предлагается свой набор задач по математике и информатике. На решение задач учащимся отводилось 2 суток. Первый этап состоял из двух независимых попыток с разными задачами, участник мог решать только одну попытку (в случае, если он решал обе, в зачет шла лучшая). Решение каждой задачи дает определенное количество баллов. Баллы зачисляются в полном объеме за правильное решение задачи. Участники получают оценку за решение задач в совокупности по всем предметам данного профиля (математика и информатика) - суммарно от 0 до 20 баллов.

1.1 Первая попытка
Задачи по математике (9 класс)

Задача 1.1.1 (2 балла)

Условие:

Вычислить $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}$

Решение:

Обозначим $x=\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}$, $x>0$.
Возводим обе части равенства в квадрат:
$x^2=6+\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots}}}=6+x$, $\Rightarrow$ получаем квадратное уравнение относительно x:
$x^2-x-6=0$, решая которое находим $x_{1,2}=\frac{1\pm 5}{2}$.
$x_2=-2$ - посторонний корень.

Ответ: 3.

Задача 1.1.2 (3 балла)

Условие:

Группа школьников, состоящая из 25 человек, на экзамене по математике набрала 91 балл (причем каждый из школьников получил одну из оценок: 5, 4, 3, 2). Число школьников, получивших оценку 4, делится на 6; число школьников, получивших оценку

3, делится на 4. Оценку 2 получили меньше 10 % сдававших экзамен. Найдите число школьников, получивших оценку 5.

Решение:

Пусть оценку 5 получили x школьников, оценку 4 – y школьников, оценку 3 – z школьников. Оценку 2 могли получить 2 или 1 или 0 школьников.
Если двойку получили 2 школьника, то справедлива система:

$$\begin{cases} x + y + z = 23, \\ 5x + 4y + 3z = 87. \end{cases}$$

Исключая x из этой системы, получим равенство $y = 28 - 2z, \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{6} = \frac{28 - 2z}{6}.$

Так как число $\frac{y}{6}$ по условию целое, то $\frac{28 - 2z}{6}$ - тоже целое число. А так как z по условию кратно 4-м, то оно может принимать значения: 4, 8, 12. Подбором находим, что единственное значение z, при котором y – целое число, равно 8. При этом $y = 12$, и тогда $x = 23 - 12 - 8 = 3.$

Проводя аналогичные рассуждения, убеждаемся в том, что, если двойку получили 1 или 0 школьников, то решения не существует.

Ответ: 3

Задача 1.1.3 (2 балла)
Условие:

На испытательном полигоне работают 100 сотрудников. Известно, что среди любых четырех сотрудников найдется по меньшей мере один, знакомый с остальными тремя. Докажите, что найдется сотрудник, знакомый со всеми 99 остальными. Каково минимальное число сотрудников, знакомых со всеми остальными 99 сотрудниками?

Решение:

Пусть не все 100 сотрудников знакомы между собой. Следовательно, найдутся двое A и B, которые незнакомы друг с другом. Рассмотрим произвольную четверку сотрудников, в которую входят A и B, например, A, B, X и У. По условию один из четырех знаком с тремя остальными. Это может быть или X или У (так как A и B незнакомы). Пусть, например, X знаком с A,B,У.

Применим теперь то же рассуждение к любой группе A, B, X, Z, в которую входят A, B и Z. Видно, что либо X знаком с A, B и Z, либо Z знаком с A, B и X, те X и Z знакомы.

Итак, X знаком со всеми сотрудниками полигона. Следовательно, в любой четверке, в которую входят A и B, есть сотрудник, знакомый со всеми сотрудниками полигона. Отсюда можно сделать вывод, что кроме A и B найдется самое большее один сотрудник, знакомый не со всеми остальными сотрудниками. Поэтому есть по крайней мере 97 сотрудников, каждый из которых знаком с 99 остальными сотрудниками полигона.

Ответ: 97 сотрудников.

Задача 1.1.4 (3 балла)
Условие:

При каких значениях параметра a система $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2(1+a^2), \\ (x+y)^2 = 20 \end{cases}$ имеет два решения?

Решение:

Заметим, что в силу симметрии переменных, если пара (x, y) будет решением системы, то пары (y,x), $(-x,-y)$, $(-y,-x)$ тоже будут являться решениями. Чтобы существовали только два решения, необходимо, чтобы $x = y$.
Тогда получаем

$$\begin{cases} 2x^2 = 2(1+a^2), \\ 4x^2 = 20, \end{cases} \Rightarrow \quad x^2 = 1 + a^2 = 5 \text{ и } a = \pm 2.$$

Ответ: $a = \pm 2$.

1.2 Первая попытка
Задачи по математике (10-11 класс)

Задача 1.2.1 (2 балла)
Условие:
Решить систему уравнений

$$\begin{cases} xy - yz = 15, \\ zx - yz = 8, \\ zx + xy = 3. \end{cases}$$

Решение:

Складываем все три уравнения системы: $xy + zx - yz = 13.$

Вычитаем из полученного уравнения сначала первое, затем второе и третье уравнения системы. Получим

$$zx = -2, \quad xy = 5, \quad yz = -10. \qquad (*)$$

Тогда $(xyz)^2 = 100$, $\Rightarrow$ $xyz = \pm 10$.
Рассмотрим два случая.
1) $xyz = 10$. Последовательно делим это равенство на уравнения (*).
Находим $x = -1, \quad y = -5, \quad z = 2$.
Аналогично, при $xyz = -10$ получим $x = 1, \quad y = 5, \quad z = -2$.

Ответ: $(-1,-5,2)$ *и* $(1,5,2)$.

Задача 1.2.2 (2 балла)
Условие:

При каких значениях параметра a уравнение $\sin^2 3x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\sin 3x + \frac{a}{2} = 0$ имеет ровно три корня, принадлежащих отрезку $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$?

Решение:

Решаем уравнение как квадратное относительно $y = \sin 3x$.

$$y_{1,2} = \frac{a + 1/2 \pm (a - 1/2)}{2}, \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\sin 3x = 1/2,\\ \sin 3x = a.\end{array}\right.$$

Решение уравнения $\sin 3x = 1/2$: $x = (-1)^n \frac{\pi}{18} + \frac{n\pi}{3}, \quad n \in Z$.

На отрезке $\left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$ уравнение имеет 2 корня: $x_1 = \frac{13\pi}{18}, \; x_2 = \frac{17\pi}{18}$.

Следовательно, параметр a должен быть таким, чтобы уравнение $\sin 3x = a$ на заданном отрезке имело один корень.

Функция $y = \sin 3x$ при $\frac{2\pi}{3} \le x \le \pi$ принимает положительные значения от 0 до 1, причем каждое из этих значений дважды (!), за исключением 1 (при $x = \frac{5\pi}{6}$ $\sin 3x = 1$). Поэтому уравнение $\sin 3x = a$ имеет только один корень, если $a = 1$.

Ответ: $a = 1$.

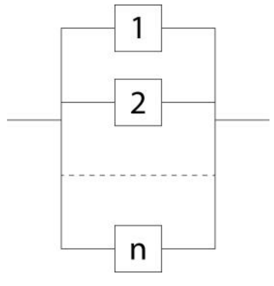
Задача 1.2.3 (3 балла)

Условие:

Прибор, состоящий из n узлов, должен отработать заданное время с вероятностью $P_0 = 0{,}99$. Прибор перестает работать лишь при отказе всех узлов. В приборе могут быть установлены узлы $У_1$, имеющие каждый надежность (вероятность безотказной работы) $p_1 = 0{,}6$, или узлы типа $У_2$, вероятность безотказной работы каждого из которых $p_2 = 0{,}44$. Применение каждого узла типа $У_1$ обойдется в $Д_1$ рублей, а $У_2$ - в $Д_2 = 0{,}75 Д_1$ рублей. Какие узлы целесообразно выбрать и сколько их надо поставить в приборе, если можно применить узлы только одного типа?

Решение:

Прибор должен быть выполнен по схеме параллельного соединения всех узлов (см. рис.).



Только тогда отказ прибора произойдет при одновременном отказе всех n узлов. Вероятность отказа узла первого типа $q_1 = 1 - p_1$, второго типа - $q_2 = 1 - p_2$. Вероятность отказа всех узлов 1-го типа $Q_1 = q_1^{n_1} = (1 - p_1)^{n_1}$, а вероятность противоположного события – работы прибора с узлами первого типа

$$P = 1 - Q_1 = 1 - (1 - p_1)^{n_1} = P_0.$$

Логарифмируя это равенство по основанию 10, находим потребное число узлов первого типа:

$$n_1 = \frac{\lg(1 - P_0)}{\lg(1 - p_1)}.$$

Аналогично для узлов второго типа получим

$$n_2 = \frac{\lg(1 - P_0)}{\lg(1 - p_2)}.$$

Поэтому применение улов первого типа обойдется в сумму $S_1 = Д_1 n_1$, а узлов второго типа в - $S_2 = Д_2 n_2$.

При $P_0 = 0{,}99, \quad p_1 = 0{,}6, \quad p_2 = 0{,}44$ находим $n_1 = 5, \quad n_2 \approx 8$. Поэтому $S_1 < S_2$.

Ответ: 5 узлов первого типа.

Задача 1.2.4 (3 балла)

Условие:

В однокруговом волейбольном турнире участвовало n команд. После окончания турнира оказалось, что очки, набранные командами, образуют арифметическую прогрессию. Сколько очков набрала команда, занявшая последнее место, если за победу в каждой встрече команде начислялось 2 очка, за поражение очки не засчитывались, а ничьих в волейболе нет?

Решение:

Пусть команд n, а x - количество очков, набранных командой, занявшей последнее место. Одна из команд сыграет с остальными соперниками (n-1) игру, вторая – (n-2) и т.д. Следовательно, общее количество игр в турнире равно $\frac{(n-1)n}{2}$. Поэтому количество очков, набранных в турнире, будет $(n-1)n$.

Пусть d – разность арифметической прогрессии. Заметим, что по условию $a_1 = x$. Тогда $a_n = a_1 + d(n-1) = x + d(n-1)$. Сумма очков, набранных n командами, равна

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2x + d(n-1)}{2} n = \frac{(n-1)n}{2}.$$

Из равенства $2x + d(n-1) = (n-1)n$ находим

$$x = \frac{(2-d)(n-1)}{2}.$$

Так как по условию $n \geq 1$, $d \geq 2$, то равенство для x возможно, если $x = 0$.

Ответ: команда, занявшая последнее место, набрала 0 очков.

1.3 Первая попытка
Задачи по информатике (9 класс)

Задача 1.3.1 (2 балла)

Условие:

Перед инженерами связи стоит задача расчета пропускной способности канала связи организованного внутри одной из крупных транспортных компаний между движущимися фурами этой компании и диспетчерами-координаторами. Определите среднюю скорость передачи данных канала (кб/с), если два файла, один размером 3 Мб и второй – 9 Мб, скачивались одновременно в течение 4 минут. В ответе укажите только безразмерное число, округлите до целых по правилам математики.

Решение:

Всего предавалась информация объемом 12Мб = 12*1024 кб. Это происходило в течение 4 минут = 240 секунд. Поделив первое значение на второе, получим 51,2кб/с. Ответы принимались с погрешностью 10%, так как требовалась средняя скорость передачи.

Ответ: 50 кб/с

Задача 1.3.2 (3 балла)

Условие:

Для передачи сигнала от борта транспортного судна на спутник используют способ шифрования чисел, записанных в восьмеричной системе счисления. Берут некоторую последовательность X из восьми нулей и единиц, счет которых зациклен, то есть если двигаться по элементам 3 последовательности слева направо, то после восьмого элемента счет элементов продолжится с начала последовательности. Каждой комбинации из трех идущих подряд элементов этой последовательности, считая слева направо от начала последовательности и сдвигаясь каждый раз на один элемент, ставят в соответствие цифру от 0 до 7: комбинации из первых трех элементов последовательности – цифру 0, комбинации, из второго, третьего и четвертого элемента – цифру 1 и т.д. Таким образом, цифра 7 соответствует комбинации из последнего, первого и второго элементов последовательности соответственно. Последовательность X такова, что никакой паре цифр не сопоставлены одинаковые комбинации элементов последовательности.

Шифрование проводят следующим образом:

1. Берут исходное число в восьмеричной системе счисления.
2. Находят по последовательности X трехразрядную двоичную комбинацию, соответствующую каждой цифре этого числа, и заменял цифру этой комбинацией.
3. Получившуюся после замен последовательность из нулей и единиц рассматривают как целое число, записанное в двоичной системе счисления, и переводил его в восьмеричную систему счисления.

Известно, что в результате шифрования исходного числа 728 можно получить 438. Определите, какую последовательность X используют для шифрования. В ответе укажите подряд без пробелов восемь нулей или единиц, соответствующих последовательности X.

Решение:

Переведем 438 в двоичную систему счисления. Для этого воспользуемся правилом, что каждый разряд восьмеричного числа можно независимо перевести в три двоичных разряда. В результате получим 1000112. Следовательно, цифре 7 исходного числа соответствовала комбинация 100, а цифре 2 – комбинация 011. При этом из условия следует, что цифре 2 соответствует комбинация из третьего, четвертого и пятого элементов последовательности X, а цифре 7 – комбинация из последнего, первого и второго элементов последовательности X. Теперь мы знаем 6 из 8 элементов последовательности:

0 0 0 1 1 _ _ 1

Необходимо найти оставшиеся два элемента. Для этого воспользуемся условием из задания, согласно которому двум различным цифрам не могут быть поставлены в соответствие одинаковые комбинации, а, следовательно, в последовательности X не может быть двух одинаковых комбинаций из идущих подряд трех элементов, начинающихся с разных позиций в последовательности.

Подставить на оставшиеся неизвестные позиции пару «0 0» нельзя, поскольку в последовательности 0 0 0 1 1 0 0 1 будет две комбинации 001. Нельзя также и подставить пару «0 1», поскольку в последовательности 0 0 0 1 1 0 1 1 будет две комбинации 011. Аналогично нельзя подставить пару «1 1», поскольку в последовательности 0 0 0 1 1 1 1 1 будет две комбинации 111. Остается только вариант подставить «1 0». Тогда получится последовательность 0 0 0 1 1 1 0 1, не содержащая повторяющихся комбинаций из трех идущих подряд разрядов. Она и будет правильным ответом на задание.

Ответ: 00011101

Задача 1.3.3 (3 балла)

Условие:

Строки, состоящие из последовательностей цифр, формируются следующим образом. Первая строка состоит из четырех единиц. Каждая из последующих строк создается следующим действием: берется предыдущая строка и после каждой ее цифры вставляется цифра на единицу большая. Вот первые 3 строки, созданные по этому правилу:

(1) 1111
(2) 12121212
(3) 1223122312231223

Сколько цифр 5 и сколько цифр 7 будет в строке с номером (9)? В ответе укажите через пробел два целых числа: сначала количество цифр 5 в девятой строке, а затем количество цифр 7 в девятой строке.

Решение:

Если проанализировать условие, то можно сделать вывод, что количество тех или иных цифр в каждой строке равняется сумме количества таких цифр в предыдущей строке и количества цифр на единицу меньших в предыдущей строке. Следствием из этого является то, что каждая новая цифра впервые появляется в строке с совпадающим номером: цифра 3 впервые появится в третьей строке, цифра 4 – в четвертой и т.д., причем впервые появляющихся цифр в соответствующей строке всегда будет ровно 4. Тогда можно построить таблицу, в которой будет видно, как изменяется количество тех или иных цифр в каждой строке:

	Количество цифр								
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Строка 1	4	-	-	-	-	-	-	-	-
Строка 2	4	4	-	-	-	-	-	-	-
Строка 3	4	8	4	-	-	-	-	-	-
Строка 4	4	12	12	4	-	-	-	-	-
Строка 5	4	16	24	16	4	-	-	-	-
Строка 6	4	20	40	40	20	4	-	-	-
Строка 7	4	24	60	80	60	24	4	-	-
Строка 8	4	28	84	140	140	84	28	4	-
Строка 9	4	32	112	224	280	224	112	32	4

Значение каждой ячейки под главной диагональю равняется сумме двух чисел в предыдущей строке: числа в ячейке над данной и числа в ячейке по диагонали влево-вверх от данной.

Из таблицы сразу становится видно, сколько цифр 5 и сколько цифр 7 будет в строке 9. Цифр 5 будет 280, а цифр 7 – 112.

Ответ: 280 112

Задача 1.3.4 (2 балла)

Условие:

Упростите логическое выражение или укажите его значение (при его однозначности). Результат упрощения может содержать только логические операции отрицания, конъюнкции и дизъюнкции.

$$\overline{\overline{\overline{A\wedge B\to\overline{B}\wedge C}\to\overline{\overline{B}\wedge C\to\overline{C}\wedge D}}\to\overline{\overline{\overline{B}\wedge C\to\overline{C}\wedge D}\to\overline{\overline{C}\wedge D\to\overline{D}\wedge E}}}$$

В приведенном выражении знак $\wedge$ означает операцию конъюнкции, знак $\to$ означает операцию импликации, а черта над операндом или логическим выражением – операцию отрицания.

Комментарий по вводу ответа: операнды вводятся большими латинскими буквами; логические операции обозначаются, соответственно как not, and и or.

Скобки используются только для изменения порядка выполнения операций. Если порядок выполнения операций очевиден из их приоритетов – дополнительное использование скобок считается ошибкой.

При однозначном ответе – истинный ответ обозначается как 1, а ложный как 0.

Пример записи ответа: (A or not B) and C

Решение:

Рассмотрим фрагмент логического выражения $\overline{A\wedge B\to\overline{B}\wedge C}$ и упростим его.

Заметим, что упрощение такого выражения в результате дает левую часть импликации из исходного выражения.

Заметим, что исходное выражение имеет еще 3 фрагмента по структуре повторяющих упрощенный выше. Следовательно, даже не проводя последовательные преобразования, можно сделать вывод, что:

$$\overline{\overline{B}\wedge C\to\overline{C}\wedge D}=\overline{B}\wedge C$$

$$\overline{\overline{C}\wedge D\to\overline{D}\wedge E}=\overline{C}\wedge D$$

Подставим результаты упрощения фрагментов в исходное выражение и получим:

$$\overline{\overline{A\wedge B\to\overline{B}\wedge C}\to\overline{\overline{B}\wedge C\to\overline{C}\wedge D}}$$

Легко заметить, что оно опять состоит из фрагментов, для которых мы уже знаем упрощенную запись. Подставим результаты их упрощения и получим:

$$\overline{A\wedge B\to\overline{B}\wedge C}$$

Это опять уже известный нам фрагмент и его упрощение приведет к ответу: $A\wedge B$

Или в соответствии с требованиями к записи ответа, приведенными в комментарии к условию: A and B

Ответ: A and B || B and A

1.4 Первая попытка

Задачи по информатике (10-11 класс)

Задача 1.4.1 (2 балла)

Условие:

Посчитайте количество натуральных чисел, не превосходящих 70, которые содержат одинаковое количество единиц при их записи в двоичной и восьмеричной системах счисления? В ответе укажите целое число.

Решение:

Переведя число 70 в восьмеричную систему счисления, мы получим 1068. Таким образом, можно сделать вывод, что все допустимые в данной задаче числа, записанные в восьмеричной системе, могут содержать ноль, одну или две единицы. Числа, содержащие 0 единиц, нас не интересуют, так как любое натуральное число, записанное в двоичной системе, содержит хотя бы одну единицу. Числа, содержащие в восьмеричной записи цифры, отличные от нуля или единицы также не могут войти в подсчитываемое количество. Так как каждой цифре в восьмеричной записи числа соответствует триада в двоичной записи этого числа, являющаяся результатом перевода этой цифры в двоичную запись, а любое число большее единицы, очевидно, будет содержать как минимум одну единицу в двоичной записи, все числа, содержащие в восьмеричной записи цифры, отличные от нуля и единицы, не могут иметь равное количество единиц с их двоичной записью. Остается рассмотреть числа, восьмеричная запись которых содержит только единицы и нули. В рассматриваемом диапазоне таких чисел – пять: 18, 108, 118, 1008, 1018. Переведя эти числа в двоичную систему счисления убедимся, что все они имеют равное количество единиц в двоичной и восьмеричной записи и запишем ответ.

Ответ: 5

Задача 1.4.2 (4 балла)

Условие:

Студенты Михаил и Николай изучают сетевые технологии и в частности, технологию трансляции адресов (NAT – Network Address Translation) стека TCP/IP. Эта технология обеспечивает доступ с множества компьютеров из одной сети в другую (внешнюю) сеть через шлюз, который имеет IP-адрес как в первой сети, так и во внешней сети. При взаимодействии через стек TCP/IP компьютеры идентифицируются по IP-адресу - адресу протокола сетевого уровня.

При взаимодействии через стек TCP/IP приложения на компьютере идентифицируются по номеру порта протокола транспортного уровня (у каждого запущенного на одном компьютере приложения номер порта уникальный). Программы могут быть программами-серверами, и тогда номер порта по умолчанию известен заранее для каждого прикладного протокола, или программами-клиентами, которые занимают свободный порт. На компьютере может быть запущено несколько программ-клиентов, и работать они будут с портов с разными номерами.

Устанавливает сеанс работы между приложением-сервером и приложением-клиентом, как раз программа-клиент. И сеанс идентифицируется адресом компьютера клиента, номером порта программы-клиента, адресом компьютера сервера, номером порта сервера.

Принцип работы NAT следующий: сообщения от компьютера-клиента к компьютеру–серверу, расположенному во внешней сети, попадают в шлюз, где в сообщении адрес отправителя (компьютера-клиента) и порт программы-клиента подменяются на внешний адрес шлюза и свободный порт шлюза. Таким образом, запрос к компьютеру-серверу идет как бы от самого шлюза. Запись о замене (запись трансляции) заносится в специальную таблицу и используется при обратной замене адреса и порта на исходные при поступлении ответа от внешнего компьютера. За счет использования разных внешних портов можно устанавливать связи с одной программой-сервером множеству программ-клиентов с разных локальных компьютеров.

Михаил и Николай построили в среде моделирования сеть с NAT. Модель сети включает:

1. Внешнюю сеть с 2 компьютерами-серверами с адресами 10.0.0.1 и 10.0.0.2, на каждом из которых запущена программа–сервер S-File, которая работает по порту с номером 456.

2. Внутреннюю сеть с двумя компьютерами – одним для Николая и одним для Михаила с адресами 192.168.0.1 и 192.168.0.2 соответственно. На этих компьютерах студенты могут запускать программы-клиенты C-File по одному экземпляру для скачивания одного файла. Каждый экземпляр C-File занимает отдельный порт. При скачивании каждого файла запускается программа-клиент C-File и пытается установить сеанс с соответствующим сервером. Если сеанс удалось установить, программа-клиент незамедлительно начинает скачивать файл. Как только файл скачан целиком, программа-клиент завершает сеанс и завершает свою работу.

3. Шлюз с транслятором адресов, с таблицей трансляции, которая может в один момент времени хранить записи не более чем о 6 сеансах. При установлении сеанса, когда в таблице есть свободные места, в нее добавляется запись о трансляции. По завершении сеанса, относящаяся к нему запись трансляции мгновенно удаляется. Если таблица полна, то приложению, запросившему связь через шлюз, отправляется сообщение о невозможности установить соединение в текущий момент. Внутренний интерфейс шлюза имеет адрес 192.168.0.100, внешний – 10.0.0.100.

В модели передача данных по сети между программами-серверами и программами-клиентами осуществляется с постоянной скоростью 10 КБайт в секунду независимо от количества одновременных потоков передачи данных. Установление сеанса происходит мгновенно.

Используемые протоколы прикладного, транспортного и сетевого уровней совместно добавляют к каждому КБайту данных 256 байт служебных данных.

Если программа C-File не может установить соединение с программой S-File, она автоматически повторяет попытку через 5 секунд.

Быстродействие сетевых интерфейсов компьютеров и шлюза, размер и скорость работы их буферов, и скорость линий связи в модели позволяют не учитывать их влияние при оценке времени передачи данных.

Также при расчетах следует пренебречь вкладом всех остальных (кроме описанных) процедур сетевого взаимодействия в общий объем переданных данных и всеми другими (кроме описанных) задержками на устройствах и программном обеспечении.

Время в модели считается кратно 1 секунде.

Через какое время в секундах от начала работы модели Михаил и Николай закончат скачивать файлы на свои компьютеры при условии что:

1. Одновременно с началом работы модели Михаил начал скачивать файл f1 объемом 112 КБайт с сервера 10.0.0.1 .

2. Спустя 4 секунды после начала работы Николай начал скачивать файл f2 объемом 128 КБайт с сервера 10.0.0.2 .

3. Спустя 8 секунд после начала работы Михаил начал скачивать файл f3 объемом 64 КБайт с сервера 10.0.0.1 .

4. Спустя 6 секунд после начала работы Николай начал скачивать файл f4 объемом 64 КБайт с сервера 10.0.0.2 .

5. Спустя 9 секунд после начала работы Николай начал скачивать файл f5 объемом 48 КБайт с сервера 10.0.0.1 .

6. Спустя 8 секунд после начала работы Николай начал скачивать файл f6

объемом 32 КБайт с сервера 10.0.0.1 .

7. Спустя 10 секунд после начала работы Михаил начал скачивать файл f7 объемом 96 КБайт с сервера 10.0.0.2 .

8. Спустя 12 секунд после начала работы Михаил начал скачивать файл f8 объемом 80 КБайт с сервера 10.0.0.1 .

В ответе укажите целое число.

Решение:

Проанализируем условие задачи и заметим, что если удается установить соединение, то скачивание какого-либо файла осуществляется с одной и той же постоянной скоростью и, соответственно, время его скачивание будет определяться только объемом скачиваемых данных. Единственное ограничение, которое может повлиять на время завершения скачивание файла – это размер таблицы трансляции, равный 6, то есть одновременно может реализовываться не более 6 потоков передачи данных. Построим модель, демонстрирующую описанные в условии процессы передачи

Имя файла	Размер файла, КБайт	Объем переда-ваемых данных, КБайт	Время, требуемое на передачу данных, с	Момент первой попытки установить соединение, с	Время, с																										
					1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
f1	112	140	14	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1													
f2	128	160	16	5					1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1							
f3	64	80	8	9									1	1	1	1	1	1	1	1											
f4	64	80	8	7							1	1	1	1	1	1	1	1													
f5	48	60	6	10										1	1	1	1	1	1												
f6	32	40	4	9									1	1	1	1															
f7	96	120	12	11											0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
f8	80	100	10	13													1	1	1	1	1	1	1	1	1	1					
Количество записей в таблице трансляции:					1	1	1	1	2	2	3	3	5	6	6	6	6	6	4	4	3	3	3	3	2	2	1	1	1	1	1

данных:

Столбцы «Имя файла» и «Размер файла» берутся из условия задания. Столбец «Объем передаваемых данных» вычисляется как «Размер файла * 1,25», поскольку по условию задания к каждому КБайту передаваемых данных добавляется еще 256 байт служебных. Столбец «Время, требуемое на передачу данных» вычисляется как «Объем передаваемых данных / 10», поскольку по условию задания передача данных происходит с постоянной скоростью 10 КБайт в секунду. В столбце «Момент первой попытки установить соединение» указывается номер секунды, в которую будет происходить первая попытка установить соединение для скачивание соответствующего файла. Эти данные берутся из условия задания. Дальше следуют столбцы, соответствующие секундам передачи данных. Если файл передается в эту секунду, то в соответствующей ячейке указана 1. Если была неуспешная попытка установить соединение – в ячейке указан 0. Ячейка, выделенная красным цветом, показывает секунду, в которую произошла попытка установить соединение для скачивание файла f7, которая оказалась неудачной из-за того, что таблица трансляции в этот момент полностью занята. Следующая попытка установить соединение по условию задания осуществляется через 5 секунд.

Ответ: 27

Задача 1.4.3 (3 балла)

Условие:

Для сетей Ethernet, построенных на коммутаторах в общем случае запрещены топологии с наличием нескольких путей. То есть между любыми двумя узлами сети должен существовать единственный маршрут. Однако из соображений надежности наличие альтернативных маршрутов может быть целесообразно, но в этом случае используется специальный протокол – STP (Spanning Tree Protocol), работая по которому коммутаторы в физической сети, имеющей альтернативные маршруты, выделят логическую сеть с единственным маршрутом между любыми двумя узлами (при этом лишние связи автоматически отключаются).

Сведем для упрощения алгоритм работы протокола к следующей последовательности шагов:

1. Выбирается один коммутатор, который назначается корневым.

2. Каждый коммутатор, отличный от корневого, просчитывает кратчайший путь к корневому. Порт коммутатора, через который он связывается по кратчайшему маршруту с корневым коммутатором, называется корневым портом. У любого некорневого коммутатора может быть только один корневой порт.

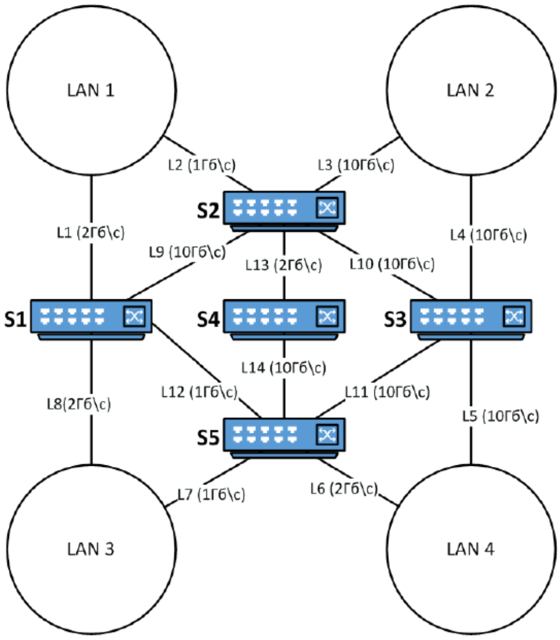
3. Для каждой локальной сети, которая подключена более чем через один коммутатор, просчитывается кратчайший путь к корневому коммутатору. Коммутатор, через который проходит этот кратчайший путь, называется назначенным для этой сети, а соответствующий порт этого коммутатора — назначенным портом. Назначенный коммутатор может оказаться корневым.

4. Все коммутаторы отключают те соединения, в которых не используется ни одного корневого или назначенного порта. В итоге исключаются «лишние» соединения, и получается древовидная сеть с вершиной в виде корневого коммутатора. После удаления лишних соединений в сети могут остаться подключенными коммутаторы, к которым непосредственно не подключены локальные сети.

Для расчета кратчайшего пути сеть рассматривается как граф, в узлах которого расположены коммутаторы или локальные сети, а ребра – сетевые соединения – имеют вес, определяемый скоростью конкретной сети. Веса, соответствующие разным скоростям передачи, приведены в таблице. Длина пути рассчитывается как сумма весов всех составляющих его соединений. Кратчайший путь – тот, у которого сумма минимальна.

Скорость передачи данных	Вес
4 Мбит/с	250
10 Мбит/с	100
16 Мбит/с	62
100 Мбит/с	19
1 Гбит/с	4
2 Гбит/с	3
10 Гбит/с	2

На схеме показана структура сети, в которой четыре локальные сети (LAN1 – LAN4) соединены через пять коммутаторов (S1 – S5) через сетевые соединения (L1 – L14). На схеме указаны скорости сегментов.



Пусть в качестве корневого коммутатора выбран S1.

Определите, какие соединения будут исключены. В ответ укажите через пробел в порядке возрастания целые числа – номера соединений, которые будут исключены.

Ответ: 2 4 6 7 11 14

Задача 1.4.4 (1 балл)

Условие:

Для передачи сообщений между различными транспортными узлами по спутниковой связи используются различные варианты кодирования. Рассморим одну из моделей кодирования:

Для кодирования натуральных чисел с помощью буквенных последовательностей был предложен следующий принцип шифрования:

Числам 1, 2, 3 и 4 ставятся в соответствие буквы A, B, C и D. Последующим 16 числам ставятся в соответствие двухбуквенные коды в следующем порядке: 5=AA, 6=AB, 7=AC, 8=AD, 9=BA, 10=BB, …, 18=DB, 19=DC, 20=DD. Аналогично для последующих чисел используются трехбуквенные коды (от 21=AAA до 84=DDD), четырехбуквенные и т.д.

Укажите буквенный код числа 295?

Решение:

Обратим внимание, что четырехбуквенные коды будут использоваться для кодирования чисел, начиная с числа 85 и заканчивая числом 340. Таким образом, указанное в задании число будет иметь четырехбуквенный код. Легко заметить, что кодирование 256 чисел (с 85 по 340) по предложенному алгоритму эквивалентно их переводу в четверичную систему счисления с заменой цифр (0, 1, 2, 3) на цифры (A, B, C, D). Вычтем из числа 295 число 85. Сделаем вывод, что число 295 – это 210-е число в ряду чисел, кодируемых с помощью четырехбуквенных кодов. Переведем число 210 в четверичную систему счисления и получим запись 3102₈. Заменим цифры в этой записи на буквенные коды и получим код DBAC.

Ответ: DBAC

1.5 Вторая попытка

Задачи по математике (9 класс)

Задача 1.5.1 (1 балл)

Условие:

В классе 27 человек. К указанной дате домашнее задание по математике сделали 10 человек, по физике - 9 человек. Шесть человек сделали задания и по математике, и по информатике, но не по физике. Четыре человека выполнили задания и по физике, и по информатике, но не по математике. Одновременно математику и физику, но не информатику, не делал никто. Сколько человек выполнили строго по одному предмету, если известно, что один человек сделал все задания, а ничего не делали двое?

Решение:

Всего хоть что-то делали 25 человек. 10 делали математику, физику - 9. Следовательно, информатику сделали 25 - 10 - 9 = 6 человек. Известно, что 6 человек из 10 делали кроме математики еще и информатику. Значит, 4 делали только математику. По аналогии, только физику сделало 5 человек.
3+5+6+14

Ответ: 14 человек

Задача 1.5.2 (4 балла)

Условие:

Найти все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$12x^2 + 12y^2 = 25xy$$
$$(x-a)^2 + (y-a)^2 = 25a^4$$

имеет ровно 2 решения?

Решение:

Первое уравнение системы раскладывается на множители $(3x - 4y)(3y - 4x) = 0$. Следовательно, уравнение задает пару прямых $3x - 4y = 0$ и $3y - 4x = 0$.

Второе уравнение при каждом $a \neq 0$- уравнение окружности с центром (a,a) и радиусом $5a^2$

Если $a = 0$, то система имеет единственное решение и поэтому не удовлетворяет условию задачи.

Пусть $a \neq 0$, тогда условие задачи выполняется тогда и только тогда, когда окружность касается каждой из прямых. То есть расстояние от центра до каждой из прямых равно радиусу окружности.

Можно воспользоваться геометрическим способом или использовать формулу расстояния от точки до прямой

$\frac{|3a-4a|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|-4a+3a|}{\sqrt{16+9}} = 5a^2$, $a = \pm 0.04$

Ответ: -0.04, 0.04

Задача 1.5.3 (3 балла)

Условие:

В команде есть искренние и лжецы. Искренние всегда говорят правду, а лжецы - только ложь. Все члены команды родились в разные дни и в течение сезона одержали разное число побед. В конце сезона каждый член команды сделал два заявления: а) в команде не найдется и 30-ти человек, которые было бы старше меня; б) больше меня побед одержали, по крайней мере, 20 человек. Сколько человек были в команде в этом сезоне?

Решение:

а) 1) Возьмем старшего по возрасту лжеца. Он говорит, что не найдется и 30 человек, которые его старше, он лжет. Следовательно, найдется, по крайней мере, 30 человек старше его, и, поскольку он самый старший из лжецов, все эти 30 человек искренние. Следовательно, искренних не меньше 30-ти человек.

2)Рассмотрим самого молодого искреннего. Он говорит, что не найдется и 30-ти человек: которые его старше, и он говорит правду. Следовательно, старше него может быть максимум 29 человек. Плюс сам он искренний. Следовательно, искренних не может быть более 30-ти человек.

Из пунктов 1) и 2) следует, что искренних ровно 30 человек.

б) 3) Среди искренних возьмем того, который одержал больше всех побед. Он сказал, что по крайней мере, 20 человек одержали побед больше чем он. Так как он искренний, то это правда. Причем все 20 человек - лжецы. Следовательно, лжецов не менее 20-ти человек.

4) Среди лжецов возьмем того, который одержал больше всех побед. Он сказал, что, по крайней мере, 20 человек одержали побед больше чем он. Но он лжет, следовательно, больше него побед одержали не больше 19-ти человек. Плюс он сам лжец. Следовательно, лжецы не может быть больше 20-ти человек.

Из пунктов 3) и 4) следует, что лжецов ровно 20 человек.

Вывод: в команде в этом сезон было 30 искренних и 20 лжецов, всего 50 человек.

Ответ: 50 человек

Задача 1.5.4 (2 балла)

Условие:

В классе 20% учеников, решивших сдавать физику, будут сдавать и информатику, 25% учеников, которые будут сдавать информатику, будут сдавать и физику. А 20% не будут сдавать ни физику, ни информатику. Сколько процентов всего класса будут сдавать и физику, и информатику?

Решение:

Пусть в классе x учеников, y будут сдавать физику, z - информатику. Тогда, по условию задачи имеем 0,2y=0,25z и y+z-0,25z+0,2x=x, откуда z=0,4x, значит, 0,25z=0,1x.

Ответ: 10

1.6 Вторая попытка
Задачи по математике (10-11 класс)

Задача 1.6.1 (1 балл)

Условие:

Один автомат за 2 часа штампует на 5 деталей больше чем другой, соответственно на изготовление 100 деталей он тратит на 2 часа меньше. Какое время потребуется каждому автомата для изготовления 400 деталей?

Решение:

За x часов второй автомат производит 100 деталей, за x-2 - первый.

$\frac{100}{x-2}-\frac{100}{x}=\frac{5}{2}; \frac{40}{x-2}-\frac{40}{x}=1; x^2-2x-80=0$;x=10, x-2=8.

Для производства 400 деталей 4x=40, 4(x-2)=32

Ответ: 40, 32 часа

Задача 1.6.2 (2 балла)
Условие:
Чему равен x_1 в системе уравнений

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4$$
$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_5 = 7$$
$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 + 5x_5 = 9$$
$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 7x_5 = 10$$
$$x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 6x_4 + 8x_5 = 10$$

Решение:
Запишем сначала первое уравнение, потом второе, из которого вычтено первое, потом третье, из которого вычтено второе, и т.д.:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4$$
$$x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 3$$
$$x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 2$$
$$x_4 + 2x_5 = 1$$
$$x_5 = 0$$

Последовательно решая уравнения, получаем:

$$x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 0, x_4 = 1, x_5 = 0$$

Ответ: 2

Задача 1.6.3 (4 балла)
Условие:
В Вестеросе короля выбирают так: если в очередном сражении в войске одного из кандидатов меньше воинов чем половина сражающихся, то происходит следующая битва с участием всех кандидатов, кроме участника с самым малочисленным войском. У кандидатов не может быть одинакового числа воинов. Если кто-то из кандидатов собрал в своем войске больше половины всех воинов, то он становится королем. Каждый воин в каждой битве сражается за одного из кандидатов. Если это кандидат участвует в следующей битве, то воин снова сражается за него. Если же кандидат выбыл, то все его воины сражаются за одного и того же кандидата из числа оставшихся.

В игре престолов участвовало 2002 дома. Правителем стал Король Ночи, занявший в первой битве k-е место по числу воинов. Определите наибольшее возможное значение k, если Король Ночи одержал победу в 1002-й битве.

Решение:
Король Ночи не мог занять последнее, 2002-е место в первом туре, поскольку иначе он сразу же выбыл бы из числа кандидатов. Поэтому $k \leq 2001$.

Пусть все кандидаты в первом туре набрали почти поровну, Король Ночи занял предпоследнее место и в каждом следующей битве получал всех воинов выбывшего кандидата. Тогда Король Ночи одержит победу в тот момент, когда количество выбывших кандидатов достигнет половины. Это случится как раз в 1002-й битве.

Выполним точный подсчёт в случае, когда кандидаты в первой битве набрали 10^6, 10^6+1, ..., 10^6+2001 воинов. Тогда в 1001-м туре у Короля Ночи ещё меньше половины воинов, а именно: воины всех кандидатов, занявших последние 1001 место в первой битве. Однако в 1002-м туре у него уже более половины всех воинов. Действительно, у Короля Ночи

$10^6+(10^6+1)+...+(10^6+1001)=$
$=1002*10^6+(1001*1002)/2=$

$=1002*10^6+1001*501=1002501501$
голосов, а всего избирателей
$10^6+(10^6+1)+...+(10^6+2001)=$
$=2002*10^6+(2001*2002)/2=$
$=2002*10^6+2001*1001=2004003001.$

Нетрудно проверить, что это меньше удвоенного числа воинов Короля Ночи.

Ответ: 2001

Задача 1.6.4 (3 балла)

Условие:

Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$x^2 + y^2 = a$$
$$2xy = a - 1$$

имеет ровно два решения.

Решение:

Вычтем из первого уравнения второе, получаем $(x-y)^2 = 1$. Тогда $x - y = 1$ или $x - y = -1 \Rightarrow x = y + 1$ или $x = y - 1$. Подставляя полученные выражения во второе уравнение системы, получаем два квадратных уравнения:

$$2y^2 + 2y - a + 1 = 0$$
$$2y^2 - 2y - a + 1 = 0$$

Дискриминант каждого уравнения равен $D = 8a - 4$.
Чтобы у исходной системы было ровно два решения, дискриминант должен быть равен 0.
$8a = 4$; $a = 0.5$

Ответ: 0.5

1.7 Вторая попытка
Задачи по информатике (9 класс)

Задача 1.7.1 (1 балл)

Условие:

Автомат получает трехзначное число, записанное в десятичной системе счисления, находит сумму цифр. Полученную сумму переводит в двоичную систему, умножает на 7 и возвращает полученный результат.
Какое максимальное число может сгенерировать автомат? (Ответ в двоичной системе счисления)

Решение:

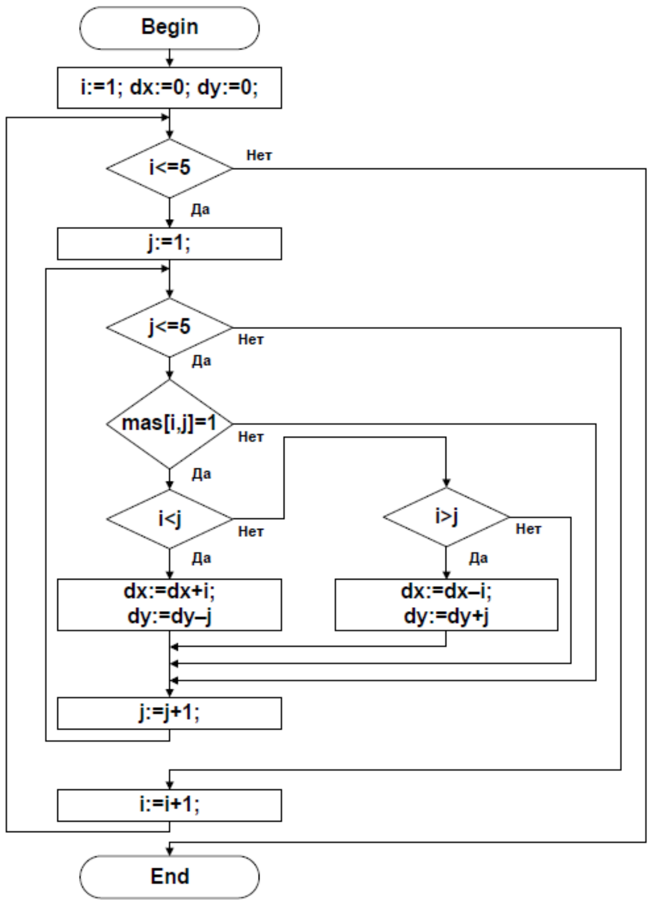
Максимальное трехзначное число в десятичной системе счисления - 999. Сумма цифр 27_{10}. Переводим 27_{10}в двоичную систему, получаем 11011_2. Умножаем на 7
$11011_2 \cdot 7_{10} = 11011_2 \cdot 111_2 = 10111101_2$

Ответ: 10111101

Задача 1.7.2 (4 балла)

Условие:

Дана блок-схема алгоритма. На вход алгоритма можно подать только двумерный массив **mas**, размером 5 на 5 элементов, каждый из которых может быть 0 или 1.



Сколько существует различных двумерных массивов, которые можно подать на вход алгоритма таких, что после его завершения получатся значения **dx=–1** и **dy=–1**? В ответе укажите целое число.

Примечания. Нумерация обоих индексов двумерного массива начинается с 1. Двумерные массивы будем считать различными, если они различаются значением хотя бы одного своего элемента.

Решение:

Проанализируем блок-схему и отметим следующие особенности алгоритма:

1. Элементы, которые находятся на главной диагонали, то есть элементы, у которых i=j не могут привести к изменению значения переменных dx и dy.

2. Каждый равный 1 элемент не находящийся на главной диагонали меняет значение переменных dx и dy, причем это изменение различно, в зависимости от того, находится ли такой единичный элемент выше или ниже главной диагонали. При этом заметим, что любая единица, встреченная выше главной диагонали, приведет к увеличению значения переменной dx на величину меньшую, чем та на которую уменьшится значение переменной dy. Аналогично, любая единица, встреченная ниже главной диагонали, приведет к увеличению значения переменной dy на величину меньшую, чем та на которую уменьшится значение переменной dx.

Тогда существует только 4 комбинации значений элементов, не лежащих на главной диагонали, которые приводят к тому, что значения переменных dx и dy становятся одновременно равны -1 после завершения алгоритма. Это комбинации, содержащие ровно две единицы, причем расположенные симметрично непосредственно над и под главной диагональю:

$\begin{bmatrix} ? & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ? \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ? & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ? \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ? & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ? \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ? & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & ? \end{bmatrix}$

Знаки вопроса на главной диагонали означают, что значения этих элементов могут быть любыми, так как они не влияют на изменения значений целевых переменных. Следовательно, для каждой из приведенных выше комбинаций значений элементов вне главной диагонали существует 2^5 комбинаций значений элементов главной диагонали. Значит, общее количество различных массивов, удовлетворяющих условию, будет 4*(2^5) = 128.

Ответ: 128

Задача 1.7.3 (2 балла)

Условие:

Беспилотный летательный аппарат (БПЛА) запрограммирован исследовать некоторую территорию в поиске подходящих для строительства мест. Вся территория разделена на квадратные сектора. В сумме все сектора составляют квадратное клетчатому поле, размером 6 на 6 клеток.

Часть клеток поля соответствуют годной для строительства территории. Числа в клетках указывают, что на соответствующей территории можно построить количество стандартных объектов равных этому числу.

	10		**1**		**B**
3		**4**		**1**	
7			**4**		
		3			**5**
	6		**2**		
A		**3**		**9**	**6**

БПЛА ищет территории, руководствуясь следующими правилами:

1. За один ход БПЛА может перемещаться на одну клетку вправо, влево, вверх или вниз, не выходя за пределы поля.
2. На каждый ход БПЛА тратит одну единицу энергии.
3. Если БПЛА попадает в клетку с числом, он передает информацию в штаб, где она запоминается.
4. Батарейка БПЛА содержит ровно 16 единиц энергии.
5. Перед началом движения БПЛА находится в клетке «A». В ней нет числа.
6. Если БПЛА попадает в клетку «B», он завершает движение, даже если у него осталась энергия. В клетке «B» нет числа.
7. Миссия БПЛА считается успешной, только если он попал в клетку «B».

Определите, какое максимальное количество возможных мест под стандартные объекты строительства может передать в штаб БПЛА в случае успешной миссии. В ответе укажите целое число.

Решение:

Анализировать возможные пути БПЛА вручную при заданных условиях представляется, во-первых, трудоемким процессом, а во-вторых, не гарантирует, что найденный путь действительно позволит достигнуть максимума. Поэтому одним из вариантов решения задания является программная реализация алгоритма, перебирающего возможные траектории движения БПЛА. Пример реализации рекурсивного алгоритма приведен ниже:

```
Type
arr = array[1..6, 1..6] of integer;
const
map: arr =
((0,10,0,1,0,0),
(3,0,4,0,1,0),
(7,0,0,4,0,0),
(0,0,3,0,0,5),
(0,6,0,2,0,0),
(0,0,3,0,9,6));
fuel : integer = 16;
var
prize, max_prize, tr_length : integer;
current_map : arr;
trajectory : array[1..2,1..16] of integer; //1=X, 2=Y
procedure move(X:integer; Y:integer);
var
i : integer;
begin
inc (tr_length);
trajectory[1,tr_length]:=X;
trajectory[2,tr_length]:=Y;
if (X=1) and (Y=6) then
begin
prize:=0;
current_map:=map;
for i := 1 to tr_length do
begin
prize:=prize+current_map[trajectory[1,i],trajectory[2,i]];
current_map[trajectory[1,i],trajectory[2,i]]:=0;
end;
if prize>=max_prize then max_prize:=prize;
dec(tr_length);
exit;
end;
if tr_length=fuel then
begin
dec(tr_length);
exit;
end;
if Y<6 then move(X,Y+1);
if X<6 then move(X+1,Y);
if X>1 then move(X-1,Y);
if Y>1 then move(X,Y-1);
dec(tr_length);
end;
begin
max_prize:=0;
tr_length:=0;
move(5,1);
tr_length:=0;
move(6,2);
writeln(max_prize);
end.
```

Выполнив программу получаем, что максимальное количество мест под объекты, колличество которых можно передать в штаб. Оно равно 36. Существует несколько траекторий, которые могут привести к максимуму, например:

5,1 | 4,1 | 3,1 | 4,1 | 5,1 | 5,2 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 | 5,6 | 4,6 | 3,6 | 2,6 | 1,6

Указаны адреса клеток, которые посещает БПЛА.

Ответ: 36

Задача 1.7.4 (3 балла)

Условие:

Растровое изображение имеет отношение количества пикселей по вертикали к количеству пикселей по горизонтали как 4 к 3. Цветовая палитра изображения состоит из 16777216 цветов. Изображение записывается в память без сжатия так, что хранятся только коды цветов каждого пикселя, причем для их записи используется минимально возможное одинаковое количество бит. Фотограф обрезал изображение до квадрата со стороной, равной количеству пикселей по горизонтали в исходном изображении и обнаружил, что кадрированное изображение занимает на 324 КБайт меньше памяти. Определите, какое количество пикселей по вертикали было в исходном изображении. В ответе укажите целое число.

Примечание: 1 КБайт = 1024 байт.

Решение:

Обозначим количество пикселей по горизонтали за X, а количество пикселей по вертикали за Y. Обрезанная область будет иметь размер X на (Y-X) пикселей. Поскольку цвет каждого пикселя выбирается из палитры из 16777216 цветов, минимальное одинаковое количество бит, необходимое на хранение каждого символа равно log2(16777216)=24 бит. Следовательно, обрезанная часть изображения будет занимать информационный объем, равный X*(Y-X)*24 бит. Значит X*(Y-X)*24=324*1024*8. При этом 3*Y=4*X. Выразим X через Y и подставим в первое уравнение:

$$\frac{3Y}{4}(Y-\frac{3Y}{4})24 = 324 \cdot 1024 \cdot 8$$
$$\frac{3Y^2}{4}(1-\frac{3}{4})24 = 324 \cdot 1024 \cdot 8$$
$$4{,}5Y^2 = 324 \cdot 1024 \cdot 8$$
$$Y^2 = 589824$$
$$Y - 768$$

Ответ: 768

1.8 Вторая попытка
Задачи по информатике (10-11 класс)

Задача 1.8.1 (1 балл)

Условие:

Автомат получает четырехзначное число, записанное в десятичной системе счисления, находит сумму крайних цифр. К полученной сумме прибавляет 2 и возводит в квадрат. Полученный результат переводит в шестнадцатеричную систему счисления.

Какое максимальное число может сгенерировать автомат? (Ответ в шестнадцатеричной системе счисления)

Решение:

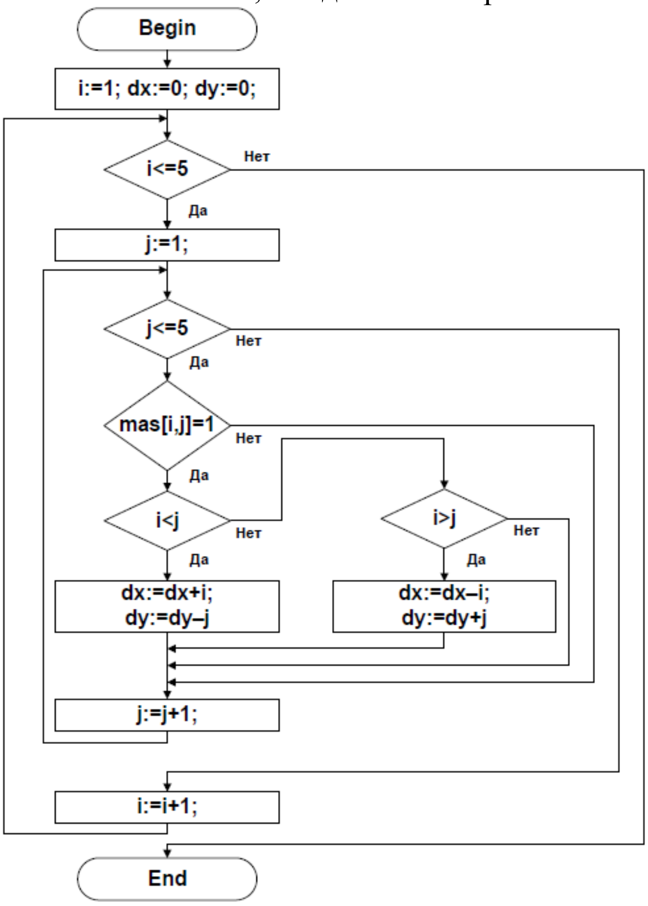
Максимальная сумма крайних цифр 9+9=18. Прибавляем 2, получаем 18+2=20. Возводим в квадрат, получаем 400. Переводим в шестнадцатеричную систему – 190

Ответ: 190

Задача 1.8.2 (2 балла)

Условие:

Дана блок-схема алгоритма. На вход алгоритма можно подать только двумерный массив **mas**, размером 5 на 5 элементов, каждый из которых может быть 0 или 1.



Сколько существует различных двумерных массивов, которые можно подать на вход алгоритма таких, что после его завершения получатся значения **dx=–1** и **dy=–1**? В ответе укажите целое число.

Примечания. Нумерация обоих индексов двумерного массива начинается с 1. Двумерные массивы будем считать различными, если они различаются значением хотя бы одного своего элемента.

Решение:

Проанализируем блок-схему и отметим следующие особенности алгоритма:

1. Элементы, которые находятся на главной диагонали, то есть элементы, у которых i=j не могут привести к изменению значения переменных dx и dy.

2. Каждый равный 1 элемент не находящийся на главной диагонали меняет значение переменных dx и dy, причем это изменение различно, в зависимости от того, находится ли такой единичный элемент выше или ниже главной диагонали. При этом заметим, что любая единица, встреченная выше главной диагонали, приведет к увеличению значения переменной dx на величину меньшую, чем та на которую уменьшится значение переменной dy. Аналогично, любая единица, встреченная ниже главной диагонали, приведет к увеличению значения переменной dy на величину меньшую, чем та на которую уменьшится значение переменной dx.

Тогда существует только 4 комбинации значений элементов, не лежащих на главной диагонали, которые приводят к тому, что значения переменных dx и dy становятся одновременно равны -1 после завершения алгоритма. Это комбинации, содержащие ровно две единицы, причем расположенные симметрично непосредственно над и под главной диагональю:

$\begin{bmatrix} ? & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ? \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ? & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ? \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ? & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & ? & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & ? \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} ? & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & ? & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & ? & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & ? & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & ? \end{bmatrix}$

Знаки вопроса на главной диагонали означают, что значения этих элементов могут быть любыми, так как они не влияют на изменения значений целевых переменных. Следовательно, для каждой из приведенных выше комбинаций значений элементов вне главной диагонали существует 2^5 комбинаций значений элементов главной диагонали. Значит, общее количество различных массивов, удовлетворяющих условию, будет 4*(2^5) = 128.

Ответ: 128

Задача 1.8.3 (3 балла)

Условие:

Беспилотный летательный аппарат (БПЛА) запрограммирован исследовать некоторую территорию в поиске подходящих для строительства мест. Вся территория разделена на квадратные сектора. В сумме все сектора составляют квадратное клетчатому поле, размером 6 на 6 клеток.

Часть клеток поля соответствуют годной для строительства территории. Числа в клетках указывают, что на соответствующей территории можно построить количество стандартных объектов равных этому числу.

	10		**1**		**B**
3		**4**		**1**	
7			**4**		
		3			**5**
	6		**2**		
A		**3**		**9**	**6**

БПЛА ищет территории, руководствуясь следующими правилами:

1. За один ход БПЛА может перемещаться на одну клетку вправо, влево, вверх или вниз, не выходя за пределы поля.
2. На каждый ход БПЛА тратит одну единицу энергии.
3. Если БПЛА попадает в клетку с числом, он передает информацию в штаб, где она запоминается.
4. Батарейка БПЛА содержит ровно 16 единиц энергии.
5. Перед началом движения БПЛА находится в клетке «А». В ней нет числа.
6. Если БПЛА попадает в клетку «В», он завершает движение, даже если у него осталась энергия. В клетке «В» нет числа.

7. Миссия БПЛА считается успешной, только если он попал в клетку «В».

Определите, какое максимальное количество возможных мест под стандартные объекты строительства может передать в штаб БПЛА в случае успешной миссии. В ответе укажите целое число.

Решение:

Анализировать возможные пути БПЛА вручную при заданных условиях представляется, во-первых, трудоемким процессом, а во-вторых, не гарантирует, что найденный путь действительно позволит достигнуть максимума. Поэтому одним из вариантов решения задания является программная реализация алгоритма, перебирающего возможные траектории движения БПЛА. Пример реализации рекурсивного алгоритма приведен ниже:

```
Type
arr = array[1..6, 1..6] of integer;
const
map: arr =
((0,10,0,1,0,0),
(3,0,4,0,1,0),
(7,0,0,4,0,0),
(0,0,3,0,0,5),
(0,6,0,2,0,0),
(0,0,3,0,9,6));
fuel : integer = 16;
var
prize, max_prize, tr_length : integer;
current_map : arr;
trajectory : array[1..2,1..16] of integer; //1=X, 2=Y
procedure move(X:integer; Y:integer);
var
i : integer;
begin
inc (tr_length);
trajectory[1,tr_length]:=X;
trajectory[2,tr_length]:=Y;
if (X=1) and (Y=6) then
begin
prize:=0;
current_map:=map;
for i := 1 to tr_length do
begin
prize:=prize+current_map[trajectory[1,i],trajectory[2,i]];
current_map[trajectory[1,i],trajectory[2,i]]:=0;
end;
if prize>=max_prize then max_prize:=prize;
dec(tr_length);
exit;
end;
if tr_length=fuel then
begin
dec(tr_length);
exit;
end;
if Y<6 then move(X,Y+1);
if X<6 then move(X+1,Y);
if X>1 then move(X-1,Y);
```

```
if Y>1 then move(X,Y-1);
dec(tr_length);
end;
begin
max_prize:=0;
tr_length:=0;
move(5,1);
tr_length:=0;
move(6,2);
writeln(max_prize);
end.
```

Выполнив программу получаем, что максимальное количество мест под объекты, количество которых можно передать в штаб. Оно равно 36. Существует несколько траекторий, которые могут привести к максимуму, например:

5,1 | 4,1 | 3,1 | 4,1 | 5,1 | 5,2 | 6,2 | 6,3 | 6,4 | 6,5 | 6,6 | 5,6 | 4,6 | 3,6 | 2,6 | 1,6

Указаны адреса клеток, которые посещает БПЛА.

Ответ: 36

Задача 1.8.4 (3 балла)

Условие:

Видеоняня настроена таким образом, что записывает изображение как набор отдельных видеороликов длительностью 30 секунд. Запись роликов зациклена: если для записи не хватает места, то стирается самый старый из записанных роликов, на освободившееся место записывается новое видео.

Если микрофон фиксирует громкий звук, то видеоняня ставит пометку «не стирать» на три ролика, один до срабатывания микрофона, один после и один во время. Такие записи в дальнейшем не удаляются, чтобы очистить память устройства.

Определите минимальный размер носителя информации в ГБайтах для того, чтобы гарантированно выполнились следующие условия:

1. Камера имеет разрешение 1280 на 1024 точек, с глубиной цвета 24 бита на точку, видео записывается как последовательность несжатых растровых изображений с частотой 24 кадра в секунду.
2. В течение ночи ребенок плакал 5 раз.
3. Под утро, между началом записи очередного ролика и его стиранием, в связи с нехваткой места на очередной ролик, стало проходить ровно 15 минут.
4. Вся служебная информация, необходимая для работы видеорегистратора на носителе информации, занимает ровно 300 МБайт, и этот объем не зависит от количества записанных роликов.

В ответе запишите целое число ГБайт.

Примечание: 1 ГБайт=1024 МБайт; 1 МБайт=1024 КБайт; 1КБайт=1024 байта.

Решение:

Один ролик имеет размер: количество точек * количество бит на точку * количество кадров в секунду * количество секунд, то есть 1280*1024*24*24*30=22649241600 бит. Переведем число в МБайты: 22649241600 / (8*1024*1024) = 2700 МБайт.

Ребенок плакал 5 раз, следовательно, максимальное количество роликов, помеченных «не стирать», может быть равно 15.

За 15 минут будет записано (15*60) / 30 = 30 роликов.

Значит, объем памяти, необходимый для записи, должен быть не менее, чем: (30 + 15) * 2700 =121500 МБайт.

К этому объему необходимо добавить 300 МБайт для служебной информации и перевести полученный объем в ГБайты: (121500 + 300) / 1024 = 118,95 ГБайт.

В ответе необходимо указать целое число ГБайт, поэтому проводим округление результата в большую сторону. Минимальный размер носителя информации 119 ГБайт.

Ответ: 119