

## §3 Заключительный этап: индивидуальная часть.

Заключительный этап олимпиады состоит из двух частей: индивидуальное решение задач по предметам (химия, физика, информатика) и командное решение инженерной задачи. На индивидуальное решение задач дается по 2 часа на один предмет. Для каждого из параллелей (9 класс или 10-11 класс) предлагается свой набор задач по физике и химии, задачи по информатике общие для всех участников. Решение каждой задачи дает определенное количество баллов (см. критерии оценки). По математике и физике за каждую задачу можно получить от 0 до указанного количества баллов. Решение задач по информатике предполагало написание программ, допускалось использовать один из языков программирования: Python, C++. Баллы по информатике зачисляются в полном объеме за правильное решение задачи. Участники получают оценку за решение задач в совокупности по всем предметам данного профиля (химия, физика и информатика) — суммарно от 0 до 300 баллов.

### 3.1 Задачи по информатике

#### Задача 3.1.1

*Условия:*

*Ограничение по времени:* 1 секунда

*Ограничение по памяти:* 32 мегабайта

При управлении сложными системами центральному серверу постоянно приходится отслеживать состояние множества компонент – будь то датчики, исполнительные устройства или другое оборудование. Рассмотрим систему, состоящую из  $N$  различных устройств.

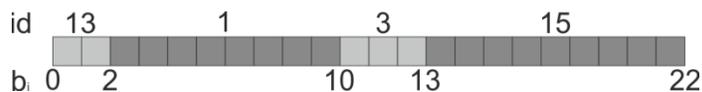
Каждое из этих устройств имеет свой уникальный целочисленный идентификатор  $id$ . Для хранения информации об  $i$ -ом устройстве в памяти центрального сервера выделяется  $w_i$  байт. Память под все эти устройства выделяется одним целым блоком, размера

$$W = \sum_i w_i.$$

В любой момент времени серверу известен адрес в памяти на начало этого блока. Отступом  $i$ -го устройства будем называть количество байт  $b_i$ , которое нужно прибавить к адресу начала блока, чтобы получить адрес  $i$ -го устройства. Отступ первого устройства  $b_1$  всегда равен 0. Отступ каждого последующего устройства рассчитывается по формуле:

$$b_i = b_{i-1} + w_{i-1}.$$

Каждый раз, когда серверу необходимо обратиться к устройству с определенным  $id$ , ему необходимо определить место в памяти, где хранится информация об этом устройстве. Ваша задача написать программу, которая будет рассчитывать отступ для устройств по запрашиваемым  $id$ .



#### Формат входных данных:

В первой строке даны два целых числа:  $N$  – количество различных устройств, и  $K$  – количество запросов ( $2 \leq N \leq 10^3$ ,  $1 \leq K \leq 10^3$ ).

В следующих  $N$  строках заданы по два целых числа:  $id_i$  и  $w_i$  – идентификатор и объём выделяемой памяти для  $i$ -го устройства соответственно ( $1 \leq id_i \leq 10^5, 1 \leq w_i \leq 10^5$ ). Устройства даны в том порядке, в котором они хранятся в выделенном блоке памяти.

Следующие  $K$  строк содержат по единственному целому числу  $id_k$  – идентификатор устройства, для которого необходимо посчитать отступ  $b_k$ .

### Формат выходных данных:

Для каждого из  $K$  запросов выведите число  $b_k$  в отдельной строке.

### Пример

Входные данные	Выходные данные
4 6	2
13 2	0
1 8	10
3 3	0
15 9	2
1	13
13	
3	
13	
1	
15	

### Решение:

Для заданных ограничений задачу можно решить, выделив массив  $A$  размером  $10^5+1$  элементов, где индексом будет являться номер  $id_i$  устройства, а значением –

накопленная сумма  $w_i = \sum_{j=1}^{i-1} w_j$ . Тогда для каждого  $id_k$  ответом будет являться значение  $A[id_k]$ .

### Код решения (C++):

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
#include <ctime>
#include <set>
using namespace std;
```

```

typedef struct {
    int id;
    long long w_cum;
} Device;

bool cml(Device &a, Device &b)
{
    return a.id > b.id;
}

int main()
{
    int n, k;
    scanf("%d%d\n", &n, &k);
    vector <Device> devs(n);

    int w_cum = 0;
    int max_id = -1;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        devs[i].w_cum = w_cum;
        if (i)
        {
            devs[i].w_cum += devs[i - 1].w_cum;
        }
        scanf("%d%d\n", &devs[i].id, &w_cum);
        max_id = max(devs[i].id, max_id);
    }

    vector <int> id_map(max_id + 1);

    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        id_map[devs[i].id] = i;
    }

    for (int i = 0; i < k; i++)
    {
        int tmp;
        scanf("%d\n", &tmp);
        printf("%d\n", devs[id_map[tmp]].w_cum);
    }

    return 0;
}

```

*Решение:*

Для заданных ограничений задачу можно решить, используя любой алгоритм поиска со сложностью  $O(\log N)$ , где  $N$  – количество различных устройств. Например, метод дихотомии. Данный метод находит элементы в отсортированном массиве, поэтому необходимо предварительно отсортировать элементы по возрастанию величины  $id$  любым алгоритмом сортировки со сложностью  $O(N \log N)$ . Таким образом, общая сложность решения  $O((K+N) \log N)$ , что укладывается в лимит по времени для заданных ограничений.

*Код решения (C++):*

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
#include <ctime>
#include <set>

using namespace std;

typedef struct {
    int id;
    long long w_cum;
} Device;

int cmp1(Device &a, Device &b)
{
    return a.id < b.id;
}

int bin_search(vector <Device> &ar, int x)
{
    int l = 0;
    int r = ar.size() - 1;
    while (l <= r)
    {
        int m = (l + r) >> 1;
        if (ar[m].id == x)
        {
            return m;
        }
        else if (ar[m].id < x)
        {
            l = m + 1;
        }
        else // if(ar[m].id > x)
        {
```

```

        r = m - 1;
    }
}

return -1;
}

int main()
{
    FILE *f_in = stdin;
    FILE *f_out = stdout;

    int n, k;
    fscanf(f_in, "%d%d\n", &n, &k);

    vector <Device> devs(n);
    int w_cum = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        devs[i].w_cum = w_cum;
        if (i)
        {
            devs[i].w_cum += devs[i - 1].w_cum;
        }

        fscanf(f_in, "%d%d\n", &devs[i].id, &w_cum);
    }

    sort(devs.begin(), devs.end(), cmp1);
    for (int i = 0; i < k; i++)
    {
        int id;
        fscanf(f_in, "%d\n", &id);
        int idx = bin_search(devs, id);
        fprintf(f_out, "%lld\n", devs[idx].w_cum);
    }

    return 0;
}

```

### **Задача 3.1.2**

*Условия:*

*Ограничение по времени:* 1 секунда

*Ограничение по памяти:* 32 мегабайта

В системе управления иногда возникают простои, когда никаких важных задач выполнять не надо. Это свободное время используется для выполнения некоторых второстепенных задач. Время, которое система гарантировано может потратить на второстепенные задачи, всегда известно и равно  $T$ . Всего возможных второстепенных задач  $N$ . Для каждой из них известно время выполнения  $t$  и некоторая целочисленная величина  $b$ , характеризующая пользу, которую несет с собой выполнение этой задачи.

Вам необходимо по известному списку задач определить, какую максимальную суммарную пользу может принести система, оптимальным образом выбрав задачи, которые можно выполнить за суммарное время, не превосходящее  $T$ .

Польза от выполнения задачи засчитывается только для полностью завершенных задач. Задачи выполняются последовательно, после завершения одной – сразу начинается выполнение второй. Каждая задача может быть выполнена только один раз.

**Формат входных данных:**

В первой строке даны два целых числа:  $N$  и  $T$  – количество доступных задач и время на выполнение второстепенных задач ( $1 \leq N \leq 20, 1 \leq T \leq 10^3$ ).

В следующих  $N$  строках заданы по два целых числа:  $t_i$  и  $b_i$  – время выполнения и характеристика пользы  $i$ -ой задачи ( $1 \leq t_i \leq 10^3, 1 \leq b_i \leq 10^5$ ).

**Формат выходных данных:**

В ответ выведите единственное число  $B$  – максимальную возможную суммарную пользу, которую можно получить, выполнив оптимальный набор задач из списка за суммарное время, не превосходящее  $T$ .

*Пример:*

Входные данные	Выходные данные
5 7	18
2 8	
3 10	
3 8	
5 5	
3 7	

*Решение:*

Учитывая, что количество доступных задач  $N$  не превосходит 20, различных комбинаций задач, которые можно выполнить без учёта ограничения времени  $T$ , равно  $2^{20} = 1048576 \cdot 10^6$ . Такое количество комбинаций можно полностью перебрать за отведенное время (1 секунду). В процессе перебора среди всех наборов задач, суммарное время на выполнение которых не превышает  $T$ , необходимо выбрать тот, который даёт наибольшую среди всех величину суммарной пользы  $B$ . Это и будет ответом.

*Код решения (C++):*

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
```

```

#include <ctime>
#include <set>

using namespace std;

int main()
{
    int n, t;
    scanf("%d%d\n", &n, &t);
    vector<pair<int, int> > ar(n);
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        scanf("%d%d\n", &ar[i].second, &ar[i].first);
    }

    int total_b = 0;

    for (int i = 1; i < (1 << n); i++)
    {
        int w = 0, b = 0;
        for (int j = 0; (1 << j) < i; j++)
        {
            if (i & (1 << j))
            {
                w += ar[j].second;
                b += ar[j].first;
            }
        }
        if (w <= t)
            total_b = max(total_b, b);
    }

    printf("%d\n", total_b);

    return 0;
}

```

*Решение:*

Данная задача является классической задачей динамического программирования – задача о рюкзаке. Пусть  $B[i][t]$  – максимальная польза, которую можно получить, выполнив какое-либо подмножество из  $i$ -первых доступных задач за время, не превышающее  $t$ . Запишем рекуррентные соотношения, справедливые для  $B[i][t]$ :

- $B[0][t]=0$
- $B[i][t]=B[i-1][t]$ , если  $t_i > t$
- $B[i][t]=\max(B[i-1][t], B[i-1][t-t_i]+b_i)$ , если  $t_i \leq t$ .

Ответом на задачу, таким образом, будет являться значение  $B[N][T]$ . Сложность расчёта этой величины есть  $O(N \cdot T)$ .

*Код решения (C++):*

```

#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
#include <ctime>
#include <set>

using namespace std;

int main()
{
    int T, n;
    scanf("%d%d", &n, &T);
    vector <int> t(n);
    vector <int> b(n);
    vector <vector <int> > dp(n + 1, vector<int>(T + 1, 0));

    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        scanf("%d%d", &t[i], &b[i]);
    }

    for (int i = 1; i <= n; i++)
    {
        for (int j = 0; j <= T; j++)
        {
            if (t[i - 1] > j)
            {
                dp[i][j] = dp[i - 1][j];
            }
            else
            {
                dp[i][j] = max(dp[i - 1][j], dp[i - 1][j - t[i - 1]] +
b[i - 1]);
            }
        }
    }

    printf("%d\n", dp[n][T]);

    return 0;
}

```

### Задача 3.1.3

Условия:

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 32 мегабайта

В данной задаче рассматривается история выполнения различных операций некой системы управления за некоторый промежуток времени. Известно, что за рассматриваемое время система успела  $N$  раз выполнить определенные операции. Большинство из них были выполнены четное число раз, но  $K$  операций были выполнены нечетное количество раз. Каждая операция имеет свой целочисленный идентификационный номер  $id$ .

Ваша задача по истории выполненных операций определить  $K$  идентификационных номеров  $id_k$  тех операций, которые были выполнены нечетное количество раз.

#### Формат входных данных:

В первой строке даны два целых числа  $N$  и  $K$  – общее количество выполненных за день операций и количество операций, выполненных нечетное число раз соответственно ( $2 \leq N \leq 10^7, K=1$ ).

В следующих  $N$  строках содержится по одному целому числу  $id_i$  – идентификатор выполненной операции ( $1 \leq id_i \leq 10^9$ ).

#### Формат выходных данных:

В единственной строке через пробел выведите  $K$  чисел  $id_k$  в порядке возрастания – идентификаторы операций, выполненных нечетное число раз.

Пример:

Входные данные	Выходные данные
9 1 7 3 5 5 3 7 2 2 7	7

Решение:

Обратите внимание на ограничение по памяти в 32 МБ при количестве входных данных порядка  $10^7$ . Учитывая, что идентификаторы  $id$  могут быть в лучшем случае представлены в виде 32-битного целого числа (4 байта), для хранения всех идентификаторов потребуется порядка 40 МБ памяти.

Для решения данной задачи воспользуемся следующими свойствами операции суммирования по модулю 2 ( $\oplus$ ):

- $a \oplus a = 0$
- $0 \oplus a = a$
- $a \oplus b = b \oplus a$
- $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$

Эти же свойства справедливы для эквивалентной битовой операции «исключающего ИЛИ». Из этих свойств, в частности, следует, что побитовая сумма по модулю 2 для всех входных идентификаторов  $id_i$  будет равно сумме по модулю два только тех идентификаторов, которые встретились нечётное число раз. Учитывая, что в условиях данной задачи такой идентификатор единственен, эта сумма по модулю 2 всех идентификаторов и

будет являться ответом на задачу. При этом для её вычисления нет необходимости хранить все входящие числа; размер необходимой памяти есть  $O(1)$ , сложность решения есть  $O(N)$

*Код решения (C++):*

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
#include <ctime>
#include <set>

using namespace std;

int main()
{
    FILE *f_in = stdin;
    FILE *f_out = stdout;

    int n, k;
    fscanf(f_in, "%d%d", &n, &k);

    int x = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        int tmp;
        fscanf(f_in, "%d", &tmp);
        x ^= tmp;
    }

    fprintf(f_out, "%d\n", x);

    return 0;
}
```

*Решение:*

Обратим внимание на ограничение по памяти в 32 МБ при количестве входных данных порядка  $10^7$ . Учитывая, что идентификаторы  $id$  могут быть в лучшем случае представлены в виде 32-битного целого числа (4 байта), для хранения всех идентификаторов потребуется порядка 40 МБ памяти.

Для решения данной задачи воспользуемся следующими свойствами операции суммирования по модулю 2 ( $\oplus$ ):

- $a \oplus a = 0$
- $0 \oplus a = a$
- $a \oplus b = b \oplus a$
- $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$

Эти же свойства справедливы для эквивалентной битовой операции «исключающего ИЛИ». Из этих свойств, в частности, следует, что побитовая сумма по модулю 2 для всех входных идентификаторов  $id_i$  будет равно сумме по модулю два только тех идентификаторов, которые встретились нечётное число раз. В условиях данной задачи таких идентификаторов ровно два.

Обратим внимание, что если два числа не равны друг другу, то в битовом представлении они так же будут отличаться как минимум в одном бите. Кроме общей суммы по модулю 2 будем так же собирать 30 (количество бит, необходимых для представления числа  $10^9$ ) дополнительных сумм в массив  $S$ , где каждый элемент  $S[j]$  будет хранить сумму по модулю 2 только тех элементов, которые имеют ненулевой  $j$ -ый бит в двоичном представлении. Так как два искомого идентификатора будут отличаться хотя бы в одном из разрядов битового представления, хотя бы один элемент массива  $S$  после выполнения всех суммирований будет отличаться от общей суммы по модулю 2 всех идентификаторов. Этот элемент и будет являться одним из искомого чисел. Второй число получается как результат суммирования по модулю два числа, найденного в массиве  $S$  и общей суммы по модулю 2 всех идентификаторов.

Для решения задачи нет необходимости хранить все входящие числа; размер необходимой памяти есть  $O(\lceil \log_2 \max(id) \rceil)$ , сложность решения есть  $O(N \cdot \lceil \log_2 \max(id) \rceil)$

*Код решения (C++):*

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
#include <ctime>
#include <set>

using namespace std;

int main()
{
```

```

FILE *f_in = stdin;
FILE *f_out = stdout;

int n, k;
fscanf(f_in, "%d%d", &n, &k);

int ar[31] = {};
int x = 0;
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    int tmp;
    fscanf(f_in, "%d", &tmp);
    x ^= tmp;
    for (int shift = 0; shift < 31; shift++)
    {
        if (tmp & (1 << shift))
        {
            ar[shift] ^= tmp;
        }
    }
}

int a = -1, b = -1;
for (int i = 0; i < 31; i++)
{
    if (ar[i])
    {
        if (a == -1)
        {
            a = ar[i];
        }
        else if (a != ar[i])
        {
            b = ar[i];
            break;
        }
    }
}

if (a == x)
{
    a ^= b;
}
else if (b == x)
{
    b ^= a;
}
if (b < a)
{
    swap(a, b);
}

fprintf(f_out, "%d %d\n", a, b);

return 0;
}

```

### Задача 3.1.4

Условия:

Ограничение по времени: 1 секунда

Ограничение по памяти: 32 мегабайта

Умный беспилотный робот пылесос, убирающий грязь с пола автономного космического транспорта, всегда передвигается по заданной последовательности из  $N$  векторов. Сначала пылесос находится в точке  $(0; 0)$ , соответствующей положению его док-станции. Первым шагом он перемещается по вектору  $V_1$ . Его координаты становятся равны  $(V_{1,x}, V_{1,y})$ . Отсюда он следует по вектору  $V_2$  в точку  $(V_{1,x}+V_{2,x}, V_{1,y}+V_{2,y})$ . Далее по вектору  $V_3$  и т.д. до вектора  $V_N$ . После этого робот возвращается на док-станцию. «Почему же этот пылесос называется умным, если ездит он исключительно по заданной последовательности векторов?» – удивитесь вы. Оказывается, когда робот собирается начать движение по очередному вектору, он может выбрать двигаться ему по вектору  $V_i$  или по вектору  $-V_i$  (в противоположном направлении). Известно, что длина всех векторов  $V_i$  не превосходит  $D$ .

Переместившись по всем доступным векторам умный пылесос должен иметь связь (конечно же, беспроводную) со своей док-станцией, чтобы по окончании обхода знать, куда вернуться на зарядку. Для обеспечения связи между обоими устройствами, пылесос должен находиться на расстоянии не большем чем  $\sqrt{2} \cdot D$  от док-станции.

Ваша задача, написать программу, которая должна определить направление движения пылесоса вдоль каждого вектора таким образом, чтобы в конце пути он не отделился от док-станции с координатами  $(0; 0)$ , на расстояние большее чем  $\sqrt{2} \cdot D$ . Обратите внимание, что это условие должно выполняться только после прохода по всем  $N$  векторам. Промежуточные координаты пылесоса могут превосходить эту величину.

#### Формат входных данных:

В первой строке даны два целых числа: количество векторов  $N$ , и расстояние  $D$  ( $2 \leq N \leq 10^4, 1 \leq D \leq 100$ ).

В следующих  $N$  строках содержится по два целых числа  $X$  и  $Y$  – координаты очередного вектора ( $0 \leq \sqrt{X^2 + Y^2} \leq D$ ).

#### Формат выходных данных:

Если выбрать правильную последовательность направлений векторов таким образом, чтобы пылесос всегда был на связи с док-станцией невозможно, выведите единственное слово “Impossible” (без кавычек).

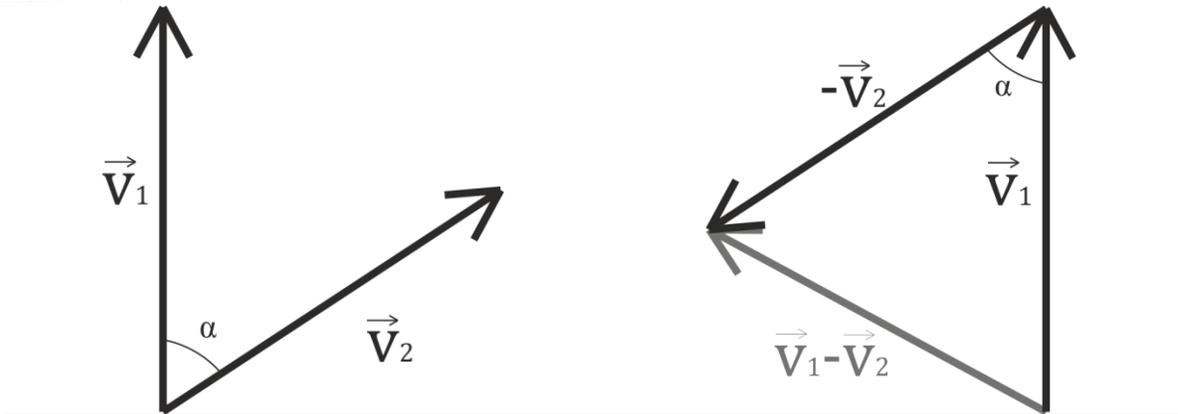
Если найти правильную последовательность направлений возможно, в первой строке выведите слово “Possible” (без кавычек), а во второй строке последовательность символов “F” и “B” (без кавычек) по следующему правилу. Если для очередного вектора выбрано направление совпадающее с направлением вектора, выводится символ “F” (от англ. – Forward). Если же выбрано направление противоположное направлению вектора, выводится символ “B” (от англ. – Backward).

Пример:

Входные данные	Выходные данные
5 7	Possible
0 7	FFFFB
-7 0	
1 -1	
-1 1	
-6 3	

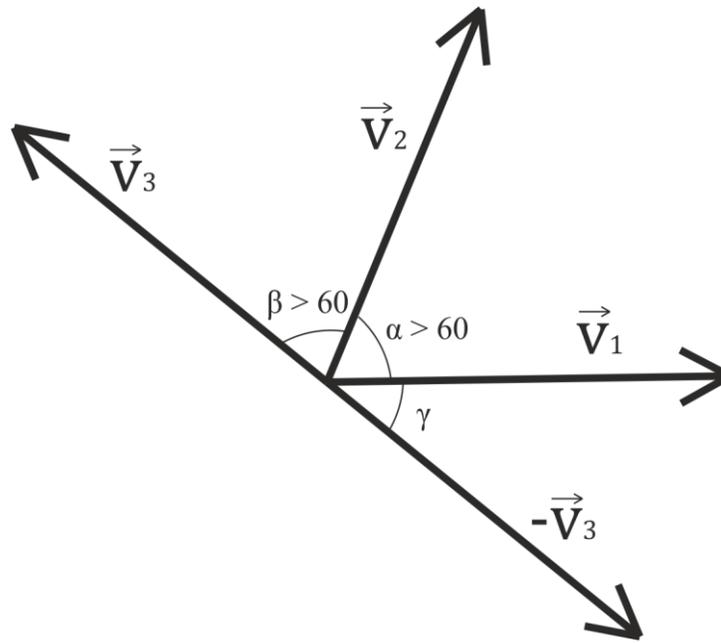
Решение:

Рассмотрим пары векторов, угол между которыми не превосходит  $90^\circ$ . Если угол между векторами больше  $90^\circ$ , приведём их к необходимому нам условию, взяв один из векторов со знаком минус. Пусть длина всех рассматриваемых векторов равна  $D$ . Если угол между парой векторов длины  $D$  равен  $60^\circ$ , то длина вектора, являющегося разностью этих векторов, будет равен  $D$ . Если угол меньше  $60^\circ$ , то длина вектора их разности будет меньше  $D$ .



С увеличением угла между парой векторов (вплоть до  $90^\circ$ ), разность этих векторов так же будет увеличиваться. Когда угол между векторами равен  $90^\circ$ , с какими бы знаками не были взяты векторы, длина вектора их суммы или разности будет равна  $\sqrt{2} \cdot D$  (как гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника). Таким образом, из двух векторов длины  $D$  гарантировано можно получить суммарный вектор длины не больше  $\sqrt{2} \cdot D$ , правильно расставив знаки плюс или минус (**утверждение 1**).

Пусть угол между парой векторов длины  $D$  больше  $60^\circ$ , но не превосходит  $90^\circ$ . Невозможно найти третий вектор длины  $D$  такой, что наименьший угол между ним и каждым из двух ранее рассмотренных векторов был больше  $60^\circ$  (при условии, что третий вектор может быть взят как со знаком +, так и со знаком -).



На рисунке проиллюстрирован возможный выбор третьего вектора  $V_3$  таким образом, чтобы углы между каждой парой векторов были больше  $60^\circ$ . Учитывая, что  $\alpha > 60^\circ$  и  $\beta > 60^\circ$ , взяв вектор  $-V_3$  (со знаком минус), можно получить угол  $\gamma$  между векторами  $V_1$  и  $-V_3$  равный  $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) < 60^\circ$ .

Таким образом, среди трёх векторов длины  $D$  всегда можно выбрать 2 вектора таким образом, чтобы получить суммарный вектор (с правильно расставленными знаками плюс и минус), длина которого не превысит  $D$  (утверждение 2).

Рассмотренный случай, где все вектора имеют длину  $D$ , является граничным случаем для заданных условий. В случае, когда длина векторов произвольная, но не превосходит  $D$ , утверждения 1 и 2 остаются справедливыми.

Воспользовавшись утверждением 2, переберём тройки векторов из входных данных. В каждой тройке векторов найдём два вектора, сумма (с правильно расставленными знаками) которых даст вектор длины не больше  $D$ . Объединим эти два вектора в один. Будем проделывать это до тех пор, пока не останется только два вектора. Согласно утверждению 1, любые два вектора длины не больше  $D$  можно сложить таким образом, чтобы длина полученного вектора не превосходила  $\sqrt{2} \cdot D$ , что и требуется по условию задачи.

### Код решения (C++)

```
#define _CRT_SECURE_NO_WARNINGS
#pragma comment(linker, "/STACK:4000000")

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <string>
#include <vector>
#include <utility>
#include <algorithm>
```

```

#include <ctime>
#include <set>

using namespace std;

typedef struct vec2d {
    int x;
    int y;
    int length()
    {
        return x * x + y * y;
    }
} vec2d;

typedef struct node {
    bool r_sign;
    node *left;
    node *right;
    vec2d vec;
    int idx;

    node()
    {
        r_sign = true;
        left = 0;
        right = 0;
        vec.x = 0;
        vec.y = 0;
    }
} node;

vec2d sum_vec(const vec2d &a, const vec2d &b)
{
    vec2d vec;
    vec.x = a.x + b.x;
    vec.y = a.y + b.y;

    return vec;
}

vec2d dif_vec(const vec2d &a, const vec2d &b)
{
    vec2d vec;
    vec.x = a.x - b.x;
    vec.y = a.y - b.y;

    return vec;
}

bool sign;
bool signs[1000000];

void dfs(const node *nd)

```

```

{
    if (nd->left == 0 && nd->right == 0)
    {
        signs[nd->idx] = sign;
        return;
    }
    if (nd->left != 0)
    {
        dfs(nd->left);
    }
    if (nd->right != 0)
    {
        bool old_sign = sign;
        if (!sign)
            sign = !nd->r_sign;
        else
            sign = nd->r_sign;
        dfs(nd->right);
        sign = old_sign;
    }
}

int main()
{
    FILE *f_in = stdin;
    FILE *f_out = stdout;

    int n, l;
    fscanf(f_in, "%d\n%d", &n, &l);

    int maxl = 1 * 1 * 2;
    l *= 1;

    vector <node *> tree;
    vector <node *> tree_org;
    tree.reserve(n);

    for (int i = 0; i < n; ++i)
    {
        vec2d v = {};
        fscanf(f_in, "%d%d\n", &v.x, &v.y);
        node *nd = new node;
        nd->vec = v;
        nd->idx = i;
        tree.push_back(nd);
        tree_org.push_back(nd);
    }

    while (tree.size() > 2)
    {
        vector <node *> tree_tmp;
        tree_tmp.reserve(tree.size());
        for (int i = 0; i < tree.size() - 1; ++i)

```

```

{
    node *nd_cur = tree[i];
    for (int j = i + 1; j < tree.size(); j++)
    {
        node *nd_next = tree[j];

        if (sum_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec).length() <= 1)
        {
            node *nd = new node;
            nd->vec = sum_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec);
            nd->left = nd_cur;
            nd->right = nd_next;
            nd->r_sign = true;
            nd_cur = nd;
        }
        else if (dif_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec).length() <=
1)
        {
            node *nd = new node;
            nd->vec = dif_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec);
            nd->left = nd_cur;
            nd->right = nd_next;
            nd->r_sign = false;
            nd_cur = nd;
        }
        else
        {
            tree_tmp.push_back(nd_next);
        }
    }
    tree_tmp.push_back(nd_cur);
    if (tree_tmp.size() != tree.size())
    {
        break;
    }
}
tree.swap(tree_tmp);
}

node root;
if (tree.size() > 1)
{
    node *nd_cur = tree[0];
    node *nd_next = tree[1];

    if (sum_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec).length() <=
dif_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec).length())
    {
        root.vec = sum_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec);
        root.left = nd_cur;
        root.right = nd_next;
        root.r_sign = true;
    }
}

```

```

else
{
    root.vec = dif_vec(nd_cur->vec, nd_next->vec);
    root.left = nd_cur;
    root.right = nd_next;
    root.r_sign = false;
}
}
else
{
    root = *tree[0];
}

fprintf(f_out, "Possible\n");

sign = true;
dfs(&root);
for (int i = 0; i < n; i++)
{
    fprintf(f_out, signs[i] ? "F" : "B");
}

return 0;
}

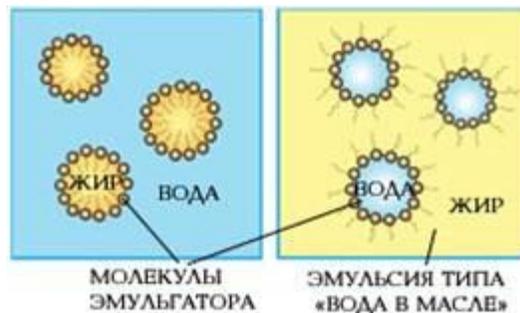
```

## 3.2 Задачи по химии (9 класс)

### Задача 3.2.1

#### Условие:

Традиционный майонез состоит из растительного масла, воды, яичного порошка, уксуса и других приправ, причем, как правило, массовая доля масла в этой смеси составляет около 80%. Как мы знаем, вода и масло обычно не смешиваются, однако майонез представляет собой эмульсию - смесь, состоящую из микроскопических капель жидкости, распределенных в другой жидкости. Существует 2 типа эмульсий - “масло в воде” и “вода в масле”, в зависимости от того, какая из жидкостей является “растворителем”.



Эмульсия может не расслаиваться в течение продолжительного времени за счет присутствия в ней веществ-эмульгаторов, которые могут неплохо растворяться и в масле, и в воде, что приводит к тому, что при образовании эмульсии эти вещества концентрируются на границе капель распределенной жидкости и не дают этим каплям слипаться (см. рисунок).

Наиболее распространенный способ приготовления майонеза таков: масло, яйца и приправы тщательно смешиваются, а затем в полученную смесь добавляют тонкой струйкой воду или лимонный сок. Известно, что если сразу же добавить воду в эту систему, то вязкость полученной смеси будет гораздо меньше - сопоставимой с исходным растительным маслом.

- Какова роль яичного желтка в майонезе? Как будет выглядеть майонез без яичного желтка?

- Попробуйте объяснить тот факт, что вязкость майонеза зависит от способа его приготовления. К какому типу эмульсий относится традиционный майонез?
- Приведите 3 других типа эмульсий, которые Вам известны и предположите их тип (“вода в масле” или “масло в воде”).
- Часто на упаковках с майонезом указывают, что его нельзя замораживать. Что произойдет, если майонез заморозить, а затем снова довести до комнатной температуры и почему?

*Решение:*

- Яичный желток является эмульгатором - он имеет в своем составе молекулы, содержащие фрагменты разной полярности, что приводит к стабилизации эмульсии. Если эмульгатор не использовать, то эмульсия потеряет устойчивость и вскоре расслоится на 2 сплошные фазы - водную и масляную. Примерно так выглядит мясной бульон.
- Несмотря на то, что массовая доля масла в традиционном майонезе высока, он является эмульсией типа “масло в воде”. При таком высоком содержании жира капли масла в воде уже не могут свободно перемещаться по среде, поскольку расстояние между ними меньше их диаметра, и среда становится вязкой. Если поменять порядок смешения реагентов, то образуется эмульсия типа “вода в масле” и присутствие небольшого количества воды в толще масла почти не будет влиять на вязкость смеси - она будет близка к вязкости масла.
- Многие природные, пищевые и косметические продукты являются эмульсиями - например, молоко (“масло в воде”), сливочное масло (“вода в масле”), крема для рук и ног (“вода в масле”), увлажняющие жидкости (“масло в воде”), различные медицинские спреи (как правило, “масло в воде”).
- Если упаковку с майонезом заморозить, то вода, замерзающая раньше, чем масло, превратится в твердое вещество и структура эмульсии “масло в воде” нарушится - при растапливании мы получим эмульсию “вода в масле”, т. е. то же самое, что и при неправильном смешивании компонентов в процессе приготовления.

*Критерии оценивания:*

- Указание функции желтка - **1 балл**, описание майонеза без эмульгатора - **1 балл**
  - Правильное указание типа эмульсии - **1 балл**, объяснение - **2 балла**
  - По **1 баллу** за каждый пример (не более 3, если приведено больше – оценивается 3 правильных)
  - Правильное описание - **1 балл**, верное объяснение - **1 балл**
- Всего - 10 баллов**

### **Задача 3.2.2**

*Условие:*

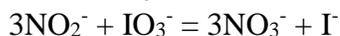
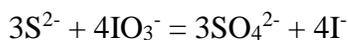
Во многих регионах дефицит йода, являющегося важнейшим микроэлементом для человеческого организма, привел к появлению нового пищевого продукта на рынке - йодированной соли, однако молекулярный йод для этих целей не используется. До 1997 года для йодирования соли в России, Белоруссии и Украине использовали вещество X, окрашивающее пламя горелки в фиолетовый цвет, с массовой долей йода 76.5%. Сейчас вещество X заменено на вещество Y (пищевая добавка E917), также окрашивающее пламя горелки в фиолетовый цвет, с массовой долей йода 59.3%, что позволило увеличить срок

годности йодированной соли с 6 до 9 месяцев. Известно, что вещество Y проявляет окислительные свойства и используется на производстве как активный компонент различных очищающих растворов, необходимых для обработки сточных вод.

- Почему для йодирования соли нельзя использовать молекулярный йод?
- Если X и Y будут одновременно присутствовать в йодированной соли, то при ее растворении в водном растворе уксусной кислоты мы увидим желтое окрашивание раствора, исчезающее при пропускании через раствор сернистого газа. Установите состав веществ X и Y, ответ подтвердите расчетами, напишите уравнения упомянутых реакций.
- Норма потребления йода для взрослого человека, в пересчете на элемент, 150 мг в день. Рассчитайте, сколько граммов вещества Y нужно добавить к 1 кг обычной соли, чтобы человеку было достаточно получать йод только в составе йодированной соли, если он ежедневно потребляет 12 г такой соли.
- Приведите пример 2 загрязняющих примесей (в виде ионов), от которых можно очистить сточные воды с помощью вещества Y, напишите уравнения реакций в ионном виде.
- Наличие срока годности связано с тем, что при стоянии йодированная соль превращается в обычную. Предположите, как это может происходить в случае использования вещества X и вещества Y и почему использование последнего увеличивает срок годности поваренной соли по сравнению с веществом X.

*Решение:*

- Молекулярный йод - вещество, склонное к возгонке, поэтому содержание йода будет быстро уменьшаться при хранении.
- Желтая окраска может быть обусловлена появлением в растворе молекулярного йода. Поскольку по условию оба вещества X и Y содержат йод, а уксусная кислота не проявляет выраженных окислительно-восстановительных свойств, логично предположить сопропорционирование атомов йода, содержащихся в X и Y, т. е. в одном соединении атом йода находится в положительной степени окисления, а в другом - в отрицательной. Фиолетовая окраска пламени указывает на присутствие в X и Y атомов калия. Предположив, что X - это KI и подтвердив эту гипотезу расчетами по массовой доле, находим Y - исходя из предположения, в состав Y входит кислород (это наиболее устойчивые и часто встречающиеся соли, в которых атом йода имеет положительную степень окисления). Если общая формула вещества Y -  $KIO_n$ , то можно записать выражение для массовой доли йода  $w(I) = M(I) / [M(I) + M(K) + M(O)_n]$  в виде  $0.593 = 127 / (40 + 127 + n \cdot 16)$ , откуда  $n = 3$  и вещество Y - йодат калия. Пропускаемый через образовавшийся раствор сернистый газ будет окисляться этим йодом и обесцвечивать раствор. Уравнения реакций:  
$$KIO_3 + 5KI + 6CH_3COOH = 3I_2 + 6CH_3COOK + 3H_2O$$
$$I_2 + SO_2 + 2H_2O = 2HI + H_2SO_4$$
- В 12 граммах соли должно содержаться 150 мг йода, т. е. массовая доля йода в "правильной" соли, удовлетворяющей жизненные потребности человека в иоде, равна  $w(i) = 0.15 / 12 = 1.25\%$ . Пусть x - масса йодата калия, которую нужно добавить к 1 кг поваренной соли, тогда  $x / 214$  моль - его количество вещества. Выражение для массовой доли йода запишется в виде  $(x / 214 \cdot 127) / (1000 + x) = 0.0125$ , откуда  $x = 21.5$  г.
- Таким образом можно удалить большинство ионов-восстановителей: сульфиды, сульфиты, нитриты и т.д.



• Йодид калия окисляется кислородом воздуха, особенно на свету и в присутствии влаги:  $4KI + O_2 + 2H_2O = I_2 + 4KOH$ . Образующийся молекулярный йод летуч. Данная реакция не противоречит тому, что молекулярный йод взаимодействует с щелочами, так как последний упомянутый процесс в некоторой степени обратим, а  $I_2$ , улетучиваясь, выводится из реакции. Кроме того, образующийся КОН может взаимодействовать с кислотными оксидами, содержащимися в воздухе, главным образом,  $CO_2$ .

Йодат калия тоже подвержен медленному фоторазложению:

$2KIO_3 = 2KI + 3O_2$ . Образующийся KI сопорционирует с оставшимся  $KIO_3$  и снова образуется летучий  $I_2$ .

*Критерии оценки:*

- Обоснование отказа от использования йода для йодированной соли - 1 балл
- По 1 баллу за формулы веществ X и Y, еще 2 балла за наличие расчета-подтверждения (если проверка сделана только для одного из веществ - 1 балл), 2 балла за сопорционирование (1 балл - без коэффициентов), 1 балл - за реакцию с сернистым газом, всего - 7 баллов
- Расчет и ответ - 3 балла, только ответ - 1 балл
- По 1 баллу за каждый ион
- По 2 балла за каждый ион (1 балл объяснение + 1 балл уравнение)
- Всего - 17 баллов

### Задача 3.2.3

*Условие:*

Для защиты металлических поверхностей от износа и коррозионных процессов применяют технологию анодирования - процесс покрытия изделия слоем его оксида под действием электрического тока. Наиболее распространен и развит процесс анодирования алюминия. Для анодирования алюминиевой детали в форме куба с ребром 2 см ее очистили от жира и оксидной пленки вместе со свинцовым катодом поместили в охлаждаемый стакан с 500 мл раствора серной кислоты (плотность 1200 г/л) и подключили к полюсам источника, выдающего 5 А при 50В постоянного тока в течение всего времени анодирования, которое составило 30 минут.

Массу выделившегося на электроде вещества можно рассчитать, воспользовавшись законом Фарадея для электролиза постоянным током:

$$m = \left( \frac{It}{F} \right) \left( \frac{M}{z} \right)$$

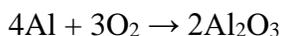
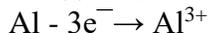
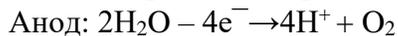
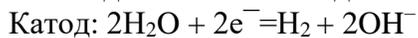
где I — ток электролиза,  $F = 96\,500 \text{ Кл} \cdot \text{моль}^{-1}$  — постоянная Фарадея, M — молярная масса вещества, z - число электронов на один ион, подвергнутый электролизу (т. е. валентность атома, образующее данное вещество).



- Почему анодирование ведут в серной кислоте, а не в чистой воде?
- Какие вещества могут выделяться на аноде (помимо кислорода) и катоде? Напишите уравнения соответствующих процессов.
- Оцените толщину образующейся пленки из оксида алюминия за данное время, приняв, что весь выделяющийся кислород тратится только на получение оксида алюминия, а плотность образующегося покрытия -  $3 \text{ г/см}^3$ .
- Предположите, чем будет отличаться покрытие при низких и высоких температурах?

*Решение:*

- Чистая вода не проводит электрический ток
- В данной системе будет 2 вида процессов - электролиз частиц из электролита и растворение электрода. В серной кислоте будет идти электролиз воды с выделением кислорода и водорода, кроме того, алюминиевый анод будет растворяться и взаимодействовать с выделяющимся кислородом.



- Условия задачи позволяют оценить количество оксида алюминия на основании количества кислорода, которое выделилось при электролизе воды на аноде и прореагировало с алюминием. Эта масса рассчитывается по закону Фарадея ( $z=4$  - на 1 моль кислорода):

$$m(\text{O}_2) = (5\text{А} * 1800\text{с} * 32\text{г/моль}) / (4 * 96500 \text{ Кл/моль}) = 0.745 \text{ г}$$

$$\text{тогда } m(\text{Al}_2\text{O}_3) = 0.745 / (16 * 3) * (16 * 3 + 27 * 2) = 1.58 \text{ г, а } V(\text{Al}_2\text{O}_3) = 0.53 \text{ см}^3$$

Это довольно тонкий слой, поэтому для оценки его толщины можно считать, что площадь покрываемой поверхности куба неизменна и равна  $S=2*2*6= 24 \text{ см}^2$ , и толщина слоя составит  $l = V/S = 0.53/24 = 0.022 \text{ см}$  или  $0.22 \text{ мм}$

- Можно предположить, что при слишком бурном выделении кислорода возникнут зоны турбулентности вблизи анода (эффект кипения), что приведет к образованию более рыхлого (менее плотного) покрытия.

*Критерии оценки:*

- Обоснование использования серной кислоты - 1 балл
- По 1 баллу за указание веществ на аноде и катоде, по 1 баллу - за уравнения процессов (если верно указаны только уравнения, без отдельного перечисления веществ - 5 баллов). За уравнения - максимум 3 балла, засчитывается любое из уравнений с алюминием
- Полностью верный расчет по уравнению Фарадея - 8 баллов, ошибка в размерности или в определении  $z$  - минус 2 балла, найдена только масса выделяющегося оксида алюминия (без оценки толщины) - максимум 4 балла.
- Расчет и ответ - 3 балла, только ответ - 1 балл
- 2 балла за верное предположение

Всего - 19 баллов.

### Задача 3.2.4

*Условие:*

При растворении минерала якобсита (см. фото), представляющего собой смесь оксидов двух металлов, в разбавленной соляной кислоте образовался желтый раствор. К этому раствору по каплям был добавлен концентрированный раствор щелочи до образования белого с розоватым оттенком осадка. Осадок отделили от раствора (раствор 1). Часть осадка оставили стоять на воздухе, и через некоторое время оказалось, что он потемнел. Ко второй части осадка добавили разбавленную серную кислоту, после чего осадок растворился и образовался светло-розовый прозрачный раствор (раствор 2). Если к раствору 2 добавить висмутат калия (KBiO<sub>3</sub> – сильнейший окислитель) и азотную кислоту, то раствор приобретает интенсивную фиолетовую окраску, которое обуславливает присутствие в нем ионов вещества, из кристаллов которого получают кислород в лаборатории.

К раствору 1 добавили серную кислоту, выпал бурый осадок, который растворяется в избытке кислоты (раствор 3). При добавлении к раствору 3 желтой кровяной соли выпал синий осадок.

Какие оксиды входят в состав минерала? Укажите состав растворов 1-3, напишите уравнения всех упомянутых реакций (не забудьте про получение кислорода!). Взаимодействие с висмутатом калия и с желтой кровяной солью разрешается указывать в ионном виде.



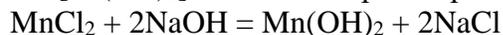
*Решение:*

Исходный минерал - смесь оксидов железа (III) и марганца (II), имеет формулу MnFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>. В тексте задачи присутствуют явные указания на присутствие двухвалентного марганца (реакция с висмутатом калия, потемнение розоватого осадка) и трехвалентного железа (реакция с желтой кровяной солью)

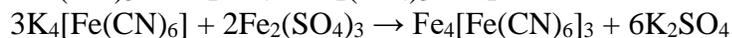
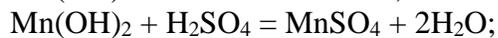
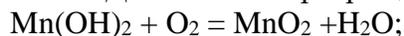
Растворение в кислоте:



При подщелачивании раствора выпадает основной гидроксид марганца Mn(OH)<sub>2</sub>, а амфотерный гидроксид железа остается в растворе в виде комплекса Na[Fe(OH)<sub>4</sub>] (или Na<sub>3</sub>[Fe(OH)<sub>6</sub>] - это состав раствора 1.



Дальнейшие превращения:



Раствор 1 - Na[Fe(OH)<sub>4</sub>];

Раствор 2- MnSO<sub>4</sub>

Раствор 3 - Fe<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>

*Критерии оценки:*

- Указание формул оксидов - по 1 баллу (всего - 2 балла)
- Указание составов растворов 1-3 - по 1 баллу (всего - 3 балла)
- За каждое верное уравнение - по 1 баллу (без коэффициентов - 0 баллов), за реакцию с желтой кровяной солью в ионном или молекулярном виде - 2 балла (без коэффициентов - 1 балл), за реакцию с висмутатом калия в ионном или молекулярном виде - 4 балла (без коэффициентов - 2 балла). (всего - 12 баллов)
- Если правильно написаны все уравнения, но не указано специально, что представляют собой все зашифрованные вещества и растворы - полный балл.

Всего - 17 баллов

### **3.2.5 Общие баллы за этап**

$10+17+17+19 = 64$  балла

После подсчета баллов, итоговая оценка нормировалась так, чтобы в сумме все задачи этапа давали 100 баллов. Эта оценка и выставлялась участникам. В данном случае, все полученные участником за каждую задачу баллы умножались на коэффициент  $A = 1,5625$

## **3.3 Задачи по химии (10-11 классы)**

### **Задача 3.3.1. Черный порох**

*Условие:*

Черный порох – трехкомпонентная смесь, состоящая из серы, угля и калийной селитры. Для приготовления пороха по методике необходимо взять навески всех компонентов, смешать в фарфоровой ступке и тщательно перетереть.

При нагреве черного пороха в начале происходит плавление серы, затем начинается разложение селитры с выделением кислорода и потом начинается горение смеси. В результате образуется азот, углекислый газ и сульфид калия.

- Запишите уравнение реакции горения черного пороха, напишите электронный баланс
- Объясните зачем необходимо перетирать компоненты?
- Рассчитайте массовые соотношения компонентов, необходимые для приготовления пороха, сгорающего без остатка исходных веществ
- Рассчитайте тепловой эффект реакции сгорания 10 г пороха (теплота образования нитрата калия = 494,00 кДж/моль, теплота образования сульфида калия = 387,3 кДж/моль, тепловой эффект сгорания 12 г угля - 402 кДж)
- Оцените давление, которое возникнет в системе через некоторое время после взрыва 10 г пороховой смеси в тщательно закупоренном сосуде из толстого стекла с воздухом объемом 10 л, если при этом газы имеют температуру 200 градусов Цельсия.
- Если вместо необходимого соотношения взять селитры в 10.5 раз больше по массе, чем серы, а угля столько же (по массе), продукты горения будут другими. Предположите возможное уравнение реакции в этом случае. Какая смесь более эффективна?

*Решение:*

- $2\text{KNO}_3 + \text{S} + 3\text{C} = \text{K}_2\text{S} + \text{N}_2 + 3\text{CO}_2$
- Перетирание компонентов нужно для того, чтобы увеличить площадь соприкосновения реагентов - от этого увеличится скорость протекания реакции и возрастет мгновенная сила давления пороховых газов.
- Согласно уравнению, стехиометрическим будет мольное соотношение исходных компонентов (нитрат калия: сера: уголь) 2:1:3. Возьмем смесь, состоящую из 1 моль  $\text{KNO}_3$ , 1 моль серы и 3 моль угля. тогда ее масса составит  $2 \cdot 101 + 1 \cdot 32 + 3 \cdot 12 = 270$  г, а компоненты надо будет взять в соотношении 202:32:36 или 50:8:9. Можно также рассчитать массовые доли элементов.
- В 10 г пороха содержится  $202/27 = 7.48$  г нитрата калия, что соответствует количеству 0.047 моль. На 2 моль селитры  $Q_{\text{реакции}} = 3Q_{\text{обр}}(\text{CO}_2) + Q_{\text{обр}}(\text{K}_2\text{S}) - 2Q_{\text{обр}}(\text{KNO}_3) = 605.3$  кДж, тогда на 0.047 моль -  $605.3 \cdot 0.047/2 = 14.2$  кДж.
- При сгорании 0.047 моль  $\text{KNO}_3$  образуется, по уравнению реакции,  $n = 4 \cdot 0.047$  моль = 0.188 газов (общее число моль всех газообразных продуктов). По уравнению Клапейрона-Менделеева  $p = nRT/V = 0.188 \cdot 8.31 \cdot (200 + 273)/10 = 73.9$  кПа. Учитывая, что изначально под колпаком находился воздух под давлением 1 атм, а выделившиеся газы образовались дополнительно, суммарное давление составит  $101.3 + 73.9 = 175.2$  кПа или 1.73 атм.
- Равенство массовых долей серы и углерода предполагает их мольное соотношение 3:8, аналогично находим и соотношение с  $\text{KNO}_3$  - 3:8:10. Предполагая, что эти числа могут быть стехиометрическими коэффициентами, а также учитывая, что сульфид калия теоретически может окисляться дальше, находим подходящий вариант с этими коэффициентами:  
 $10\text{KNO}_3 + 3\text{S} + 8\text{C} \rightarrow 2\text{K}_2\text{CO}_3 + 3\text{K}_2\text{SO}_4 + 6\text{CO}_2 + 5\text{N}_2$

Под эффективностью в данном случае понимается энергия газов, которая будет тем выше, чем большее количество газообразных веществ выделится из одинаковой навески пороха. Будем называть предыдущий состав - "порох 1", а новый - "порох 2". Тогда из 270 г "пороха 1" выделяется, как мы уже рассчитывали, 4 моль газов, а из 1202 г (10 моль селитры, 3 моль серы и 8 моль угля) "пороха 2" - 11 моль газов. Ясно, что из той же массы "пороха 1" получится больше пороховых газов, поэтому порох будет более эффективен.

*Критерии оценки:*

- Уравнение горения пороха 1 - 1 балл
- Объяснение - 1 балл
- Расчет соотношения - 1 балл
- Расчет теплоты 3 балла, если одна ошибка в стехиометрии - 1 балл.
- Расчет давления и ответ - 3 балла, только ответ - 1 балл
- 1 балл за продукты, 1 балл за уравнение, 1 балл за верное рассуждение.

Всего - 12 баллов

### **Задача 3.3.2. Строение белка**

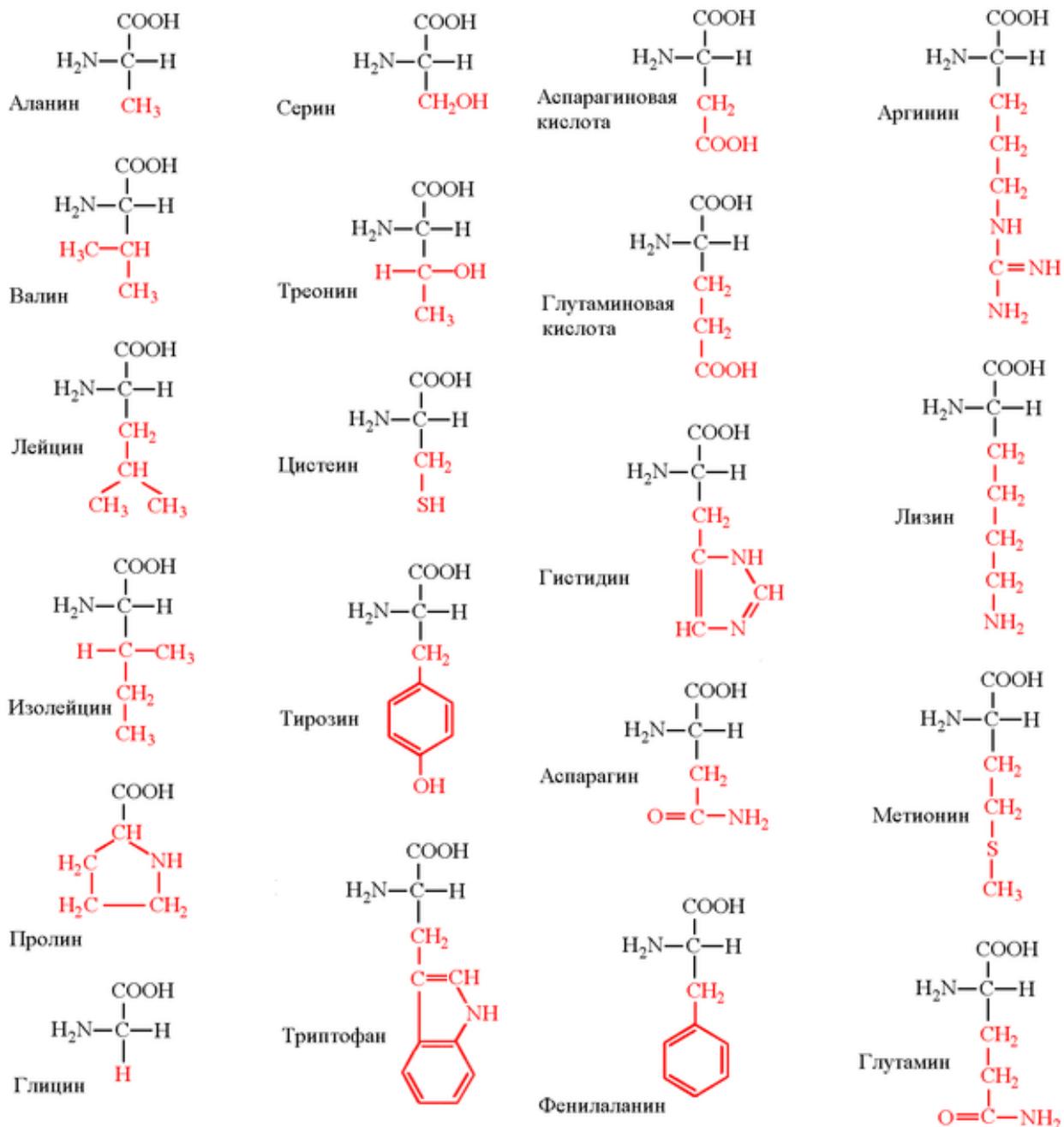
*Условие:*

Изучение биологических функций белка, их физиологического действия невозможно без знания строения белка. Установление первичной структуры белка является основой для изучения его вторичной и третичной структуры, позволяет выяснить расположение функциональных групп в белке и открывает путь к познанию механизмов его функционирования.

При полном гидролизе 0,01 моль пентапептида массой 5,75 г образовались аминокислоты, масса каждой из которых составила 1,78 г, 1,49 г, 1,74 г, 1,46 г. Для исследования последовательности аминокислот в пептиде, используются специальные вещества, которые разрывают конкретные пептидные связи. Так фермент трипсин разрывает связи, образованные кислотной группой лизина или аргинина. А бромциан разрывает связи, образованные кислотной группой метионина с аминогруппой тирозина или аланина.

После воздействия трипсина на исследуемый пентапептид массой 5,57 г, образуется три вещества массой 0,89 г, 1,46 г и 3,76 г, а при действии бромциана два вещества с массами 2,77 г и 3,16 г.

Какие аминокислоты получают при гидролизе пентапептида? Восстановите последовательность аминокислотных остатков в пентапептиде.



*Решение:*

По результатам полного гидролиза видим, что различных веществ всего 4, а аминокислотных остатков должно быть пять в пентапептиде, следовательно, один из аминокислотных остатков повторяется два раза.

Поскольку при воздействии трипсина на пептид образовалось три различных вещества, значит пептид содержит аргинин, или лизин, или и то и то. Молярные массы аргинина и лизина соответственно 174 г/моль и 146 г/моль. Массы 0,01 моля: 1,74 г и 1,46. Значит в пептиде содержатся аминокислотные остатки лизина и аргинина по 1 разу. Вещество массой 0,89 г соответствует 0,01 молью аланина. Поскольку при действии бромциана расщепляется связь кислотной части метионина с аминогруппой аланина, то имеем следующую последовательность аминокислот: **Lys - Met - Ala - Arg - Ala.**

Критерии оценки:

- Сделан вывод о присутствии 4, а не 5 аминокислот в белке - 1 балл
- Рассчитаны молярные массы каждой аминокислоты и установлено соответствие между формулой аминокислоты (или названием) и результатами полного гидролиза - по 1 баллу за аминокислоту (всего 4 балла).
- Установлена верная последовательность - 2 балла

Всего 7 баллов

### Задача 3.3.3. Люминол

Условия задачи:

В детективных фильмах часто показывают, что для обнаружения следов крови место преступления опрыскивают каким-то веществом потом подносят ультрафиолетовую лампу и видят бледно-голубое свечение следов крови. В криминалистике для обнаружения следов крови используется люминол (5-амино-2,3-дигидро-1,4-фталазиндион).

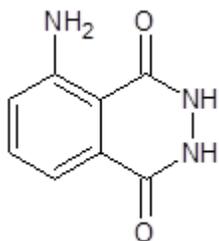
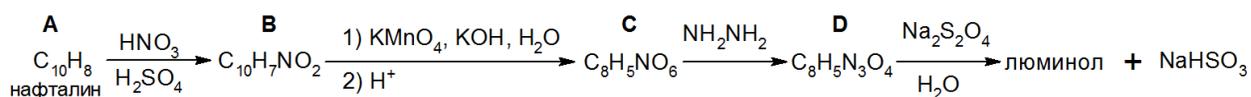


Рис.1 Структурная формула люминола.

Люминол при окислении выделяет фотон света. Явление излучения фотона в ходе химической реакции называется хемилюминесценцией. Для обнаружения следов крови готовят щелочной раствор люминола в который добавляют пероксид водорода. Люминол окисляется пероксидом водорода очень медленно, однако если добавить катализатор – железо, которое содержится в крови в составе гемоглобина, реакция начинает протекать быстрее и свечение становится заметно.

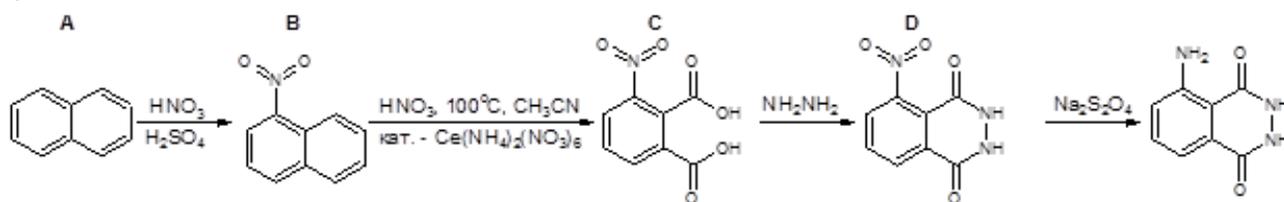
Получить люминол можно из нафталина, согласно следующей цепочке превращений.



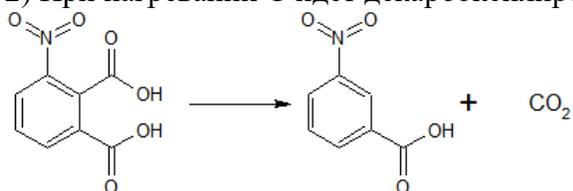
- Нарисуйте структурные формулы веществ А-Д, если известно, что при нагревании С выделяется CO<sub>2</sub> и получается производное бензойной кислоты.
- Напишите, что происходит при нагревании С.
- Напишите уравнения всех реакций.
- Напишите уравнение реакции окисления люминола пероксидом водорода в щелочной среде.

Решение:

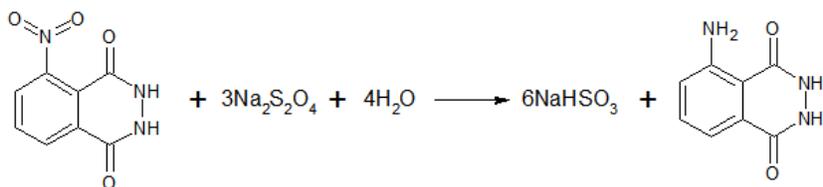
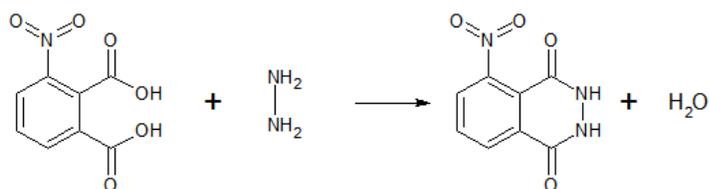
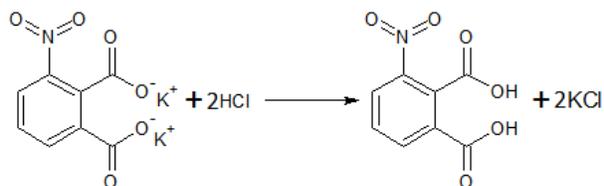
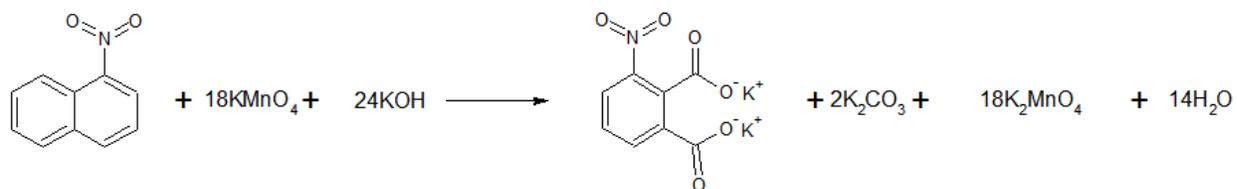
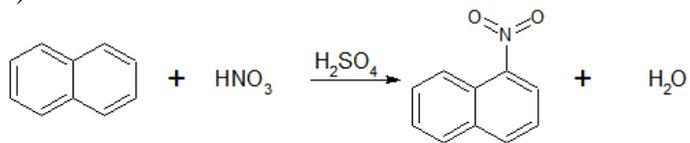
1)



2) При нагревании С идет декарбоксилирование.



3)



Критерии оценки:

- Нарисованы структурные формулы А-Д по 1 баллу за формулу - 4 балла
- Написано уравнение реакции декарбоксилирования С - 2 балла

- Написаны уравнения реакций 2 балла за уравнение (неправильные коэффициенты - 1 балл за уравнение) - 10 баллов
- Написано уравнение окисления люминола - 2 балла

Всего 18 баллов

### Задача 3.3.4. Катализатор

*Условие:*

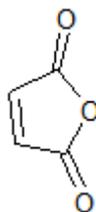
В промышленности малеиновый ангидрид ( $C_4H_2O_3$ ) получают окислением бутана кислородом из воздуха на катализаторе А, который является сложной смесью оксидов. Катализатор А представляет собой кристаллический порошок желтого цвета с массовым содержанием кислорода 46,75% и металла Х 33,12%.

Для синтеза А берут бледно-оранжевый оксид переходного металла Х в степени окисления +5 и кипятят его в изобутаноле с концентрированной фосфорной кислотой (соотношение фосфора к металлу Х 1:1). После кипячения получается голубой кристаллический осадок вещества В (массовая доля О – 51,16%, Х – 29,65%, Н – 1,16%), который после отжига в токе воздуха при 550 С превращается в вещество А.

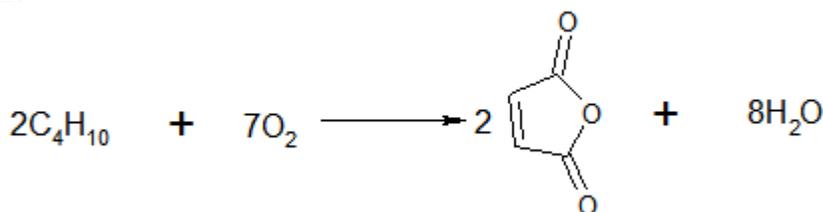
- Нарисуйте структуру малеинового ангидрида.
- Напишите реакцию окисления бутана в малеиновый ангидрид.
- Определите вещества А-В и металл Х и подтвердите расчетами.
- Напишите реакцию получения вещества В. Какую роль выполняет изобутанол?

*Решение:*

1.



2.



3. Предполагаем, что в вещество В еще входит только фосфор, отсюда массовая доля фосфора: 18,03%.

В 100 г вещества содержится 18,03 г/31 г/моль=0,5816 моль фосфора.

Предположим, что вся фосфорная кислота реагирует с оксидом, тогда в 100 г вещества 0,5816 моль Х. Отсюда молярная масса Х: 29,65 г / 0,5816 моль=51г/моль - это ванадий.

Количество кислорода в 100 г В: 51,16 г /16 г/моль = 3,20 моль, а водорода: 1,16 моль. Тогда V:P:H:O=1:1:2:5,5, элементарная формула  $V_2P_2H_4O_{11}$ , это  $(VO)_2H_4P_2O_9$  или  $2VO_2 \cdot P_2O_5 \cdot 2H_2O$ .

После отжига при 550 С улетает вода и вещество А -  $(VO)_2P_2O_7$  или  $2VO_2 \cdot P_2O_5$ , что можно рассчитать по массовым долям:

V:P:O=33,18/51:(100-33,12-46,75)/31:46,75/16=1:1:4,5=2:2:9.

4. Как видно из уравнения, изобутанол играет роль восстановителя.

*Критерии оценки:*

- Нарисована структура малеинового ангидрида - 1 балл
- Написана реакция окисления бутана - 2 балла
- Установлено соотношение V:P:H:O в B - 1 балл
- Написана формула B - 1 балл
- Установлено соотношение V:P:O в A - 1 балл
- Написана формула A - 1 балл
- Написано уравнение реакции получения A - 2 балла
- Указано, что изобутанол - восстановитель - 2 балла

Всего 11 баллов

### 3.2.5 Общие баллы за этап

$12+7+18+11 = 48$  баллов

После подсчета баллов, итоговая оценка нормировалась так, чтобы в сумме все задачи этапа давали 100 баллов. Эта оценка и выставлялась участникам. В данном случае, все полученные участником за каждую задачу баллы умножались на коэффициент  $A = 2,083$

## 3.4 Задачи по физике (9 класс)

### Задача 3.4.1 (20 баллов)

*Условие:*

В большинстве электрических станций для получения электричества требуется превратить тепловую энергию топлива (получаемую при сгорании угля, газа или при распаде ядерного материала) в механическую энергию вращения электрогенератора, вырабатывающего ток. В качестве промежуточного звена такой последовательности передачи энергии используется такой элемент оборудования, как парогенератор – устройство для передачи тепла воде с ее последующим испарением.

- Известно, что в парогенератор АЭС за  $t$  секунд поступает  $m$  килограмм холодной воды при давлении  $P_1$  и температуре  $T_01$ , которая движется по прямолинейной трубке и полностью превращается в пар перед выходом из устройства. Определите мощность парогенератора  $Q$ , если известно, что значение температуры  $T_01$  ниже температуры кипения воды при заданном давлении на 5%. Теплоемкость воды  $C_1$  и постоянную парообразования  $r_1$  считать заданными и не зависящими от температуры.



- Известно, что тепловая мощность на испарение холодной воды поступает в процессе охлаждения горячего теплоносителя, движущегося вокруг трубки с холодной водой в противоположном направлении. Известно, что в парогенератор за  $t$  секунд поступает  $m_2$  килограмм горячей воды при давлении  $P_2$  и температуре  $T_{02}$ . Определите, какая минимальная разница температур между холодной и горячей водой достигается в парогенераторе. Теплоемкость горячей воды  $C_2$  считать заданной и не зависящей от температуры.

*Решение:*

- Разделим процесс передачи энергии к воде на два участка: 1 – подогрев воды от температуры  $T_0$  до температуры кипения  $T_{кип1} = \frac{T_{01}}{0,95}$ ; 2 – участок испарения воды.

Мощность, затрачиваемая на подогрев воды на первом участке, описывается формулой:

$$Q_1 = \frac{m_1}{t} \cdot C_1 \cdot (T_{кип1} - T_{01}) = \frac{m_1}{t} \cdot C_1 \cdot \left( \frac{T_{01}}{0,95} - T_{01} \right) = \frac{1}{19} \cdot \frac{m_1}{t_1} \cdot C_1 \cdot T_{01}$$

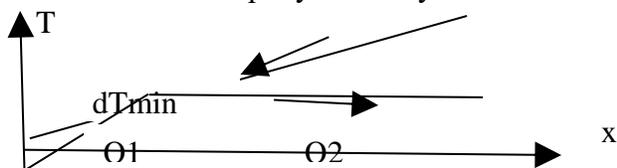
Мощность, затрачиваемая на полное испарение воды массой  $m$ :

$$Q_2 = \frac{m_1}{t} \cdot r_1$$

Мощность парогенератора:

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{m_1}{t} \left( \frac{1}{19} C_1 T_{01} + r_1 \right)$$

- Нарисуем схему движения воды.



$$Q_2 = \frac{m_1}{t} \cdot r_1 = \frac{m_2}{t} \cdot C_2 \cdot (T_{02} - T_2)$$

$$\Delta T_{\min} = T_2 - T_{кип1} = T_{02} - \frac{m_1 r_1}{m_2 C_2} - T_{кип1}$$

*Критерии оценки:*

- 5 баллов – Получена формула для расчета температуры кипения;
- 5 баллов – Получено выражение для расчета полной мощности парогенератора.
- 10 баллов – Получено выражение для минимальной разницы температур.
- За выполнение всех пунктов - 20 баллов

### Задача 3.4.2 (20 баллов)

Условие:

Электрическая лампочка подключена к сети с напряжением 220 В и током 0,25 А. Диаметр вольфрамовой спирали лампочки 0,2 мм, длина спирали – 5 см. Найти температуру спирали, считая, что все выделяемое тепло передается излучением.

Указание:

Количество энергии, передаваемой излучением в единицу времени, описывается уравнением Стефана-Больцмана:

$Q = \varepsilon S \sigma T^4$ , где  $\varepsilon$  - степень черноты поверхности тела (для вольфрамовой нити  $\varepsilon = 0,3$ ),  $S$  – площадь поверхности тела,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 K^4}$  - постоянная Стефана-Больцмана.



Решение:

Электрическая мощность лампочки:

$$Q = UI$$

Приравнявая получившееся выражения для мощности к выражению для закона Стефана-Больцмана, получим:

$$UI = \varepsilon S \sigma T^4 \quad (*)$$

Площадь поверхности нити:

$$S = \pi dl \quad (**)$$

Подставим (\*\*) в (\*):

$$UI = \varepsilon \pi dl \sigma T^4$$

Откуда:

$$T^4 = \frac{UI}{\varepsilon \pi dl \sigma}$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{UI}{\varepsilon \pi dl \sigma}}$$

$$K = \sqrt[4]{\frac{220 \cdot 0,25}{0,3 \cdot \pi \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}}} = \sqrt[4]{102,9 \cdot 10^{12}} = 3185 = 2912^\circ$$

Критерии оценки:

5 баллов – Записано выражение для электрической мощности лампочки;

5 баллов – Записано выражение для площади поверхности нити;

5 баллов – Получена формула для расчета температуры;

5 баллов – Произведен численный расчет температуры.

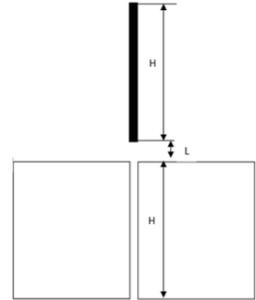
За выполнение всех пунктов - 20 баллов

### Задача 3.4.3 (30 баллов)

Условие:

В случае аварийной ситуации в ядерном реакторе цепная реакция деления останавливается путем сброса в активную зону реактора аварийного стержня, способного поглощать нейтроны.

Рассчитайте время падения стержня массой  $m = 10$  кг и длиной  $H = 7$  м, изображенного на рисунке, если известно, что он находится на расстоянии  $L = 5$  см над емкостью высотой  $H$ , заполненной водой. Окончание падения считать полное погружение стержня в емкость. Силой сопротивления воздуха пренебречь, сила сопротивления воды постоянна и равна  $F = 95$  Н



Решение:

Разобьем весь путь на два участка: первый - длиной  $L$  и второй - длиной  $H$ . Рассмотрим время движения на участке длиной  $L$ .

$$L = \frac{gt_1^2}{2} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

Начальная скорость движения стержня на втором участке:

$$v_{02} = gt_1 = \sqrt{2gL}$$

Рассмотрим силы, действующие на стержень при погружении в воду:

$$ma_2 = mg - F \rightarrow a_2 = \frac{mg - F}{m}$$

Рассмотрим движение на втором участке:

$$H = v_{02}t_2 + \frac{a_2t_2^2}{2}$$

$$H = \sqrt{2gL} \cdot t_2 + \frac{mg - F}{2m} \cdot t_2^2$$

Откуда:

$$\frac{mg - F}{2m} \cdot t_2^2 + \sqrt{2gL} \cdot t_2 - H = 0$$

$$D = 2gL + 4H \frac{mg - F}{2m} > 0$$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2gL} \pm \sqrt{2gL + 2H \frac{mg - F}{m}}}{\frac{mg - F}{m}}$$

$$t_2 = \frac{m(\sqrt{2gL + 2H \frac{mg - F}{m}} - \sqrt{2gL})}{mg - F}$$

Общее время движения:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2L}{g}} + \frac{m(\sqrt{2gL + 2H \frac{mg - F}{m}} - \sqrt{2gL})}{mg - F} =$$
$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0,05}{9,81}} + \frac{10(\sqrt{2 \cdot 0,05 \cdot 9,81 + 2 \cdot 7 \cdot \frac{10 \cdot 9,81 - 95}{10}} - \sqrt{2 \cdot 0,05 \cdot 9,81})}{10 \cdot 9,81 - 95} \approx 5,24 \text{ с}$$

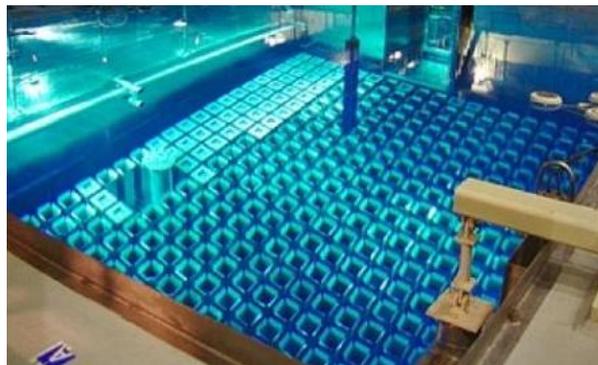
*Критерии оценки:*

- 5 баллов – Произведен расчет времени движения на первом участке  $t_1$ ;
  - 10 баллов – Получено выражение для ускорения стержня на втором участке;
  - 10 баллов – Получено выражение для времени движения на втором участке  $t_2$ ;
  - 5 баллов – Верно произведен численный расчет времени падения стержня  $t$ .
- За выполнение всех пунктов - 30 баллов

### Задача 3.4.4 (30 баллов)

*Условие:*

В ядерном реакторе разогрев теплоносителя происходит за счет передачи тепла от ядерного топлива, помещенного в специальные тепловыделяющие сборки (ТВС). Каждая такая сборка помещается в реактор на несколько лет. После завершения своего срока работы ядерное топливо все еще способно выделять большое количества теплоты. До окончательного остывания топливо хранят в специальном бассейне, заполненном  $m = 1000$  тонн воды при атмосферном давлении и температуре  $T_0$ , которую поддерживают постоянной с помощью насосов. В случае аварийной ситуации отказа насоса одна сборка с топливом способна разогреть весь объем воды в таком бассейне на  $\Delta T = 4$  градуса за  $t = 72$  часа. За то же время 10 сборок нагрели бы весь объем воды до  $T_2 = 70,1$  градусов Цельсия. Определите:



- Какая начальная температура  $T_0$  поддерживалась в бассейне?
- Какова мощность одной тепловыделяющей сборки?
- За какое время 100 тепловыделяющих сборок способны довести воду в бассейне до кипения?

*Указание:*

Теплоемкость воды считать независимой от температуры и равной  $4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ .

Мощность тепловыделяющих сборок считать неизменной во времени.

*Решение:*

- Уравнение теплового баланса для 1 ТВС

$$Pt = Cm\Delta T$$

$$\frac{P_{\text{ВТ}} C_m \Delta T}{t} = 64,8$$

- Уравнение баланса для 10 ТВС

$$10Pt = C_m(T_2 - T_0)$$

$$T_0 = T_2 - \frac{10Pt}{C_m} = 30^\circ \text{C}$$

- Уравнение баланса для 100 ТВС

$$100Pt_2 = C_m(T_{\text{кип}} - T_0), T_{\text{кип}} = 100^\circ$$

$$t_2 = \frac{C_m(T_{\text{кип}} - T_0)}{100P} = 12,6$$

*Критерии оценки:*

10 баллов – Получено выражение для мощности ТВС;

10 баллов – Получено выражение для начальной температуры;

10 баллов – Произведен расчет времени до закипания.

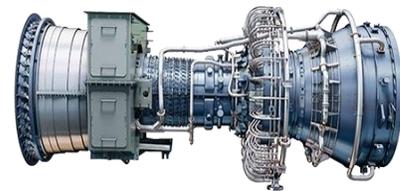
За выполнение всех пунктов - 30 баллов

### 3.5 Задачи по физике (11 класс)

#### Задача 3.5.1 (30 баллов)

*Условие:*

Для превращения выделяющейся в ядерном реакторе тепловой энергии в электрическую в ряде конструкций АЭС используют газотурбинные двигатели, работающие по циклу Брайтона, который состоит из двух адиабат (1-2 и 3-4) и двух изобар (2-3 и 4-1) (см. рисунок). Найдите термодинамический КПД  $\eta$  цикла Брайтона 1-2-3-4-1, если известно, что давление газа в течение цикла меняется в  $n$



раз, а объем – в  $m$  раз. Найдите также термодинамический КПД  $\eta_1$  цикла 1-2-3-1, если КПД цикла 1-3-4-1 равен  $\eta_2$ . Рабочее тело цикла – одноатомный идеальный газ.

*Указание:*

В адиабатическом процессе давление и объем одноатомного идеального газа связаны соотношением:  $pV^k = const$ , где показатель степени  $k$  (показатель адиабаты) для одноатомного идеального газа равен:  $k = 5/3$ .

*Решение:*

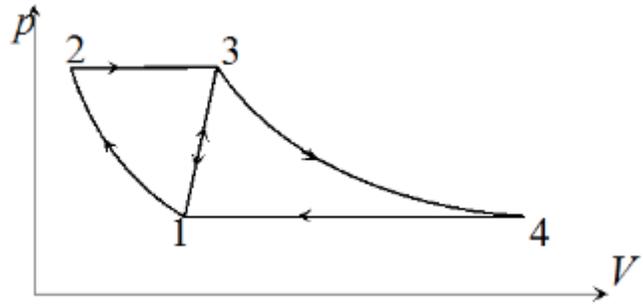
Найдем КПД цикла Брайтона по заданным изменениям давления и объема газа. Пусть объем газа в состоянии 1 равен  $V_1$ , в состоянии 4 -  $V_4$ , давление в состояниях 1 и 4 -  $P$ , в

состояниях 2 и 3 -  $np$  ( $n$  - изменение давления в течение цикла). Тогда объемы газа в состояниях 2 и 3 можно найти из уравнений адиабаты

$$npV_2^k = pV_1^k \Rightarrow V_2 = \frac{V_1}{n^{1/k}},$$

$$npV_3^k = pV_4^k \Rightarrow V_3 = \frac{V_4}{n^{1/k}}$$

Отсюда находим количества теплоты, полученное в процессе 2-3 ( $Q_{2-3}$ ) и отданное в процессе 4-1 ( $Q_{4-1}$ ):



$$Q_{2-3} = \frac{5}{2}np(V_3 - V_2) = \frac{5}{2}n^{\frac{k-1}{k}}p(V_4 - V_1), \quad Q_{4-1} = \frac{5}{2}p(V_4 - V_1)$$

А поскольку процессы 1-2 и 3-4 адиабатические, в цикле 1-2-3-4-1 газ получал теплоту только в процессе 2-3 и отдавал – в процессе 4-1:  $Q_u = Q_{2-3}$ ,  $Q_x = Q_{4-1}$ . Поэтому

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_u} = 1 - \frac{1}{n^{\frac{k-1}{k}}} = 1 - \frac{1}{n^{0,4}}$$

Из этой формулы следует, что КПД цикла Брайтона не зависит от изменения объема в цикле, а определяется только изменением давления и показателем адиабаты газа, который для одноатомного газа равен 5/3.

Рассмотрим теперь второй вопрос задачи и установим связь между КПД циклов 1-2-3-4-1, 1-2-3-1 и 1-3-4-1. Пусть в процессе 1-3 газ получает количество теплоты  $Q_0$ . Очевидно, в процессе 3-1 газ отдает такое же количество теплоты. А поскольку процесс 1-2 – адиабатический, в цикле 1-2-3-1 газ получает от нагревателя количество теплоты  $Q_u = Q_{2-3}$ , а отдает холодильнику -  $Q_x = Q_0$ . Поэтому

$$\eta_1 = 1 - \frac{Q_0}{Q_{2-3}} \quad (*)$$

Аналогично

$$\eta_2 = 1 - \frac{Q_{4-1}}{Q_0} \quad (**)$$

Выражая из формулы (\*) количество теплоты  $Q_{2-3}$ , а из формулы (\*\*) -  $Q_{4-1}$ , получим для КПД цикла 1-2-3-4-1

$$\eta = 1 - \frac{Q_{4-1}}{Q_{2-3}} = 1 - (1 - \eta_1)(1 - \eta_2)$$

Отсюда

$$\eta_1 = 1 - \frac{1 - \eta}{1 - \eta_2} = 1 - \frac{1}{n^{\frac{k-1}{k}}(1 - \eta_2)} = 1 - \frac{1}{n^{0,4}(1 - \eta_2)}$$

*Критерии оценки:*

5 баллов – Верно произведена оценка количества теплоты, полученное в процессе 2-3 и отданное в процессе;

10 баллов – Определен КПД цикла Брайтона;

10 баллов – Получено выражение для КПД цикла 1-2-3-4-1 через  $\eta_1$  и  $\eta_2$ ;

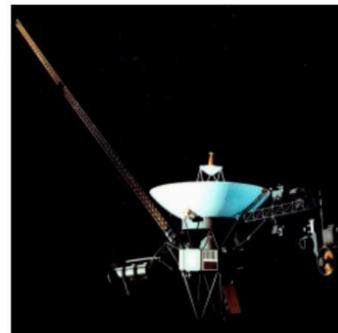
5 баллов – Получено выражение для  $\eta_1$ .

За выполнение всех пунктов - 30 баллов

### Задача 3.5.2 (30 баллов)

*Условие:*

Космический спутник использует в качестве источника энергии тепло, получаемое в результате  $\alpha$ -распада изотопа плутония-238 (период полураспада  $T_{1/2}=87,7$  лет). Коэффициент полезного действия преобразования тепловой энергии в электрическую  $\eta=8\%$ . На борту такого спутника установлена аппаратура, потребляющая  $W_{эл}=230$  Вт электрической мощности. Определите в течение какого времени источник энергии сможет обеспечивать аппаратуру электричеством, если известно, что на момент запуска спутника в нем содержалось  $m=5,14$  кг плутония-238. За один акт распада топлива выделяется  $E_{\alpha} = 5,6$  МэВ энергии.



Космический аппарат «Вояджер» с радиоизотопными термоэлектрическими генераторами (топливо – плутоний 238)

*Указание:*

Выделяемая в результате ядерной реакции тепловая мощность в момент времени  $t$  определяется выражением:

$$W_{\text{тепл}}(t) = \lambda \cdot N(t) \cdot E_{\alpha}, \quad \text{где} \quad \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} - \text{постоянная распада,}$$

$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$  - число атомов делящегося изотопа в момент времени  $t$ ,  $N_0$  - начальное число атомов.

Справочные данные:  $1 \text{ эВ} = 1,602 \cdot 10^{-19}$  Дж, число Авогадро  $N_A=6,022 \cdot 10^{23}$  1/моль.

*Решение:*

Время работы спутника  $t$  определяется равенством выделяемой электроэнергии от источника и затрачиваемой аппаратурой:

$$W_{\text{тепл}}(t) \cdot \eta = W_{\text{эл}}$$

$$W_{\text{эл}} = \lambda \cdot N(t) \cdot E_{\alpha} \cdot \eta = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda t} \cdot E_{\alpha} \cdot \eta$$

Откуда:

$$e^{\lambda t} = \frac{\lambda \cdot N_0 \cdot E_{\alpha} \cdot \eta}{W_{\text{эл}}}$$

$$\lambda t = \ln \left( \frac{\lambda \cdot N_0 \cdot E_{\alpha} \cdot \eta}{W_{\text{эл}}} \right)$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( \frac{\lambda \cdot N_0 \cdot E_{\alpha} \cdot \eta}{W_{\text{эл}}} \right)$$

Начальное число атомов:

$$N_0 = \frac{m \cdot N_A}{M}$$

В итоге:

$$t = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \ln \left( \frac{\ln 2 \cdot m \cdot N_A \cdot E_\alpha \cdot \eta}{W_{эл} \cdot T_{1/2} \cdot M} \right) =$$

$$= \frac{87,7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{\ln 2} \ln \left( \frac{\ln 2 \cdot 5,14 \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \cdot 5,6 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,08}{230 \cdot 87,7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 6 \cdot 238 \cdot 10^{-3}} \right) =$$

$$= 62624197 \text{сек} \approx 2 \text{года}$$

*Критерии оценки:*

5 баллов – Верно описана связь между тепловой мощностью в момент  $t$  и потребляемой электрической;

15 баллов – Получено выражение для времени работы спутника от начального числа атомов;

5 баллов – Указана формула связи начальной массы топлива и числа атомов;

5 баллов – Верно произведен численный расчет времени работы спутника.

За выполнение всех пунктов - 30 баллов

### **Задача 3.5.3 (20 баллов)**

*Условие:*

Коэффициент полезного действия термодинамического цикла АЭС может существенно меняться в течение календарного года. Отвод тепла осуществляется с помощью охладительных башен – градирен, процесс охлаждения воды в которых происходит за счёт испарения при стекании её тонкой плёнкой или каплями по специальному оросителю, вдоль которого в противоположном движению воды направлении подаётся поток воздуха. Чем выше температура воздуха в окружающей среде, тем при более высокой температуре отводится тепло в термодинамическом цикле АЭС.

Известно, что температура воздуха (в градусах Цельсия) в течение месяца менялась по закону  $T_{возд} = -0,03t^2 + 1,2t$ , где  $t \in [1, 30]$  – число прошедших дней. Предполагая, что температура рабочего тела на «холодном» участке термодинамического цикла всегда больше температуры воздуха на 12 градусов, а горячая температура в цикле постоянна и равна 280°C, определите в какие по счету дни месяца к.п.д. АЭС было максимальным и минимальным. Проведите расчет максимального и минимального к.п.д., исходя из предположения, что термодинамический цикл АЭС – идеальный цикл Карно.

*Решение:*

Формулу для к.п.д. цикла Карно, используя температуры на горячем и холодном участке цикла, можно записать следующим образом:



*Градирни Нововоронежской АЭС-2 – самые высокие градирни среди всех АЭС и ТЭС в стране (171 м).*

$$\eta = 1 - \frac{T_x}{T_2}$$

Температура на холодном участке меняется во времени по закону:

$$T_x = T_{\text{возд}} + 12 = -0,03t^2 + 1,2t + 12 \quad (*)$$

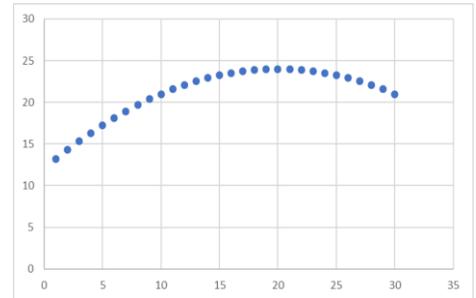
График изменения температуры на холодном участке – парабола с ветвями, направленными вниз.

Координата вершины параболы (день с максимальной температурой и минимальным к.п.д)

$$t_{\min} = \frac{-1,2}{2 \cdot (-0,03)} = 20 \quad \text{день.}$$

$$T_{x,\max} = -0,03t_{\min}^2 + 1,2t_{\min} + 12 = 24^\circ \text{C} = 297\text{K}$$

$$\eta_{\min} = 1 - \frac{T_{x,\max}}{T_2} = 1 - \frac{297\text{K}}{553\text{K}} \approx 0,463 = 46,3\%$$



Вершина параболы располагается на отрезке [1,30], следовательно, минимальное значение температуры на холодном участке будет на одном из концов отрезка:

$$T_{x,t=1} \approx 13^\circ \text{C}$$

$$T_{x,t=30} \approx 21^\circ \text{C}$$

Минимальное значение достигается на левой ветви параболы:

$$t_{\max} = 1 \quad \text{день,} \quad T_{x,\min} \approx 13^\circ \text{C} = 286\text{K}$$

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_{x,\min}}{T_2} = 1 - \frac{286\text{K}}{653\text{K}} \approx 0,483 = 48,3\%$$

*Критерии оценки:*

5 баллов – Записана формула к.п.д. цикла Карно;

5 баллов – Определено, что зависимость температуры от времени – парабола;

5 баллов – Верно определена максимальная температура и минимальный к.п.д.;

5 баллов – Верно определена минимальная температура и максимальный к.п.д.

За выполнение всех пунктов - 20 баллов

### Задача 3.5.4 (20 баллов)

*Условия задачи:*

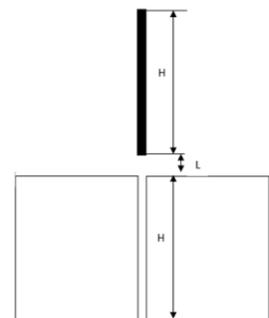
В случае аварийной ситуации в ядерном реакторе цепная реакция деления останавливается путем сброса в активную зону реактора аварийного стержня, способного поглощать нейтроны.

Рассчитайте время падения стержня массой  $m = 10$  кг и длиной  $H = 7$  м, изображенного на рисунке, если известно, что он находится на расстоянии  $L = 5$  см над емкостью высотой  $H$ , заполненной водой. Окончание падения считать полное погружение стержня в емкость.

Силой сопротивления воздуха пренебречь, сила сопротивления воды постоянна и равна  $F = 95$  Н

*Решение:*

Разобьем весь путь на два участка: первый - длиной  $L$  и второй - длиной  $H$



Рассмотрим время движения на участке длиной  $L$ .

$$L = \frac{gt_1^2}{2} \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2L}{g}}$$

Начальная скорость движения стержня на втором участке:

$$v_{02} = gt_1 = \sqrt{2gL}$$

Рассмотрим силы, действующие на стержень при погружении в воду:

$$ma_2 = mg - F \rightarrow a_2 = \frac{mg - F}{m}$$

Рассмотрим движение на втором участке:

$$H = v_{02}t_2 + \frac{a_2t_2^2}{2}$$

$$H = \sqrt{2gL} \cdot t_2 + \frac{mg - F}{2m} \cdot t_2^2$$

Откуда:

$$\frac{mg - F}{2m} \cdot t_2^2 + \sqrt{2gL} \cdot t_2 - H = 0$$

$$D = 2gL + 4H \frac{mg - F}{2m} > 0$$

$$t_2 = \frac{-\sqrt{2gL} \pm \sqrt{2gL + 2H \frac{mg - F}{m}}}{\frac{mg - F}{m}}$$

$$t_2 = \frac{m(\sqrt{2gL + 2H \frac{mg - F}{m}} - \sqrt{2gL})}{mg - F}$$

Общее время движения:

$$t = t_1 + t_2 = \sqrt{\frac{2L}{g}} + \frac{m(\sqrt{2gL + 2H \frac{mg - F}{m}} - \sqrt{2gL})}{mg - F} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 0,05}{9,81}} + \frac{10(\sqrt{2 \cdot 0,05 \cdot 9,81 + 2 \cdot 7 \cdot \frac{10 \cdot 9,81 - 95}{10}} - \sqrt{2 \cdot 0,05 \cdot 9,81})}{10 \cdot 9,81 - 95} \approx 5,24c$$

*Критерии оценки:*

- 5 баллов – Произведен расчет времени движения на первом участке  $t_1$ ;
  - 5 баллов – Получено выражение для ускорения стержня на втором участке;
  - 5 баллов – Получено выражение для времени движения на втором участке  $t_2$ ;
  - 5 баллов – Верно произведен численный расчет времени падения стержня  $t$ .
- За выполнение всех пунктов - 20 баллов