БЕСПИЛОТНЫЕ АВИАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Профиль «Беспилотные авиационные системы» посвящен конструированию и решению задач по разработке программного обеспечения автоматизированного полета летательного аппарата мультироторного типа, а также испытанию собранного аппарата в реальных условиях.

Профиль включает в себя задачи по двум школьным предметам: информатика и физика.

§1 Первый отборочный этап

Первый отборочный тур проводится индивидуально в сети Интернет, работы оцениваются автоматически средствами системы онлайн-тестирования. Для каждого из параллелей (8-9 класс или 10-11 класс) предлагается свой набор задач по физике, задачи по информатике общие для всех участников. На решение задач первого отборочного этапа участникам давалось 6 недель. Решение каждой задачи дает определенное количество баллов. Баллы зачисляются в полном объеме за правильное решение задачи. Участники получают оценку за решение задач в совокупности по всем предметам данного профиля (информатика и физика) — суммарно от 0 до 20 баллов

Информатика

Задачи 9 и 10-11 класса

Первая попытка

ЗАДАЧА 1.1.1 (1 БАЛЛ)

Условие: Робот-разведчик исследует подземные коммуникации в сети, которая может быть описана в виде прямоугольника. Для удобства каждой клетке данной сети дан свой уникальный номер от 0 до 41.

0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34

35	36	37	38	39	40	41

На вход роботу поступает набор команд: 0 – вправо, 1 – вниз, 2 – влево, 3 – вверх. Если робот не может совершить действие, он остается на своем месте. Укажите номер объекта, на котором он сейчас находится, если изначально он находился в клетке a и выполнил следующий набор команд: b.

Решение:

От учащегося требуется последовательно выполнить набор команд.

Ответ:

24 000111112020203212	39
30 303023122300001 2332	3
34 000111232312120 3213	30
8 010120301232322 0220	8

ЗАДАЧА 1.1.2 (2 БАЛЛА)

Условие: Маска подсети вычислительного центра – a. Какое максимально возможное количество компьютеров может быть подключено?

Решение:

Маска подсети — битовая маска, определяющая, какая часть IP-адреса узла сети относится к адресу сети, а какая — к адресу самого узла в этой сети (при этом, в отличие от IP-адреса, маска подсети не является частью IP-пакета).

Для определения количества узлов проще всего представить маску в двоичном виде и подсчитать количество подряд идущих нулей справа – n. Количество IP-адресов будет 2^n. Так как в каждой локальной сети есть широковещательный адрес и адрес для идентификации самой подсети, то ответ будет равен 2^n – 2.

Ответ:

255.255.192.0	16384
255.128.0.0	8388606
255.255.254.0	510

ЗАДАЧА 1.1.3 (2 БАЛЛА)

Условие: Для того чтобы узнать номер цели вражеского бомбардировщика оператор перехватил a-ичный код объекта. Для поиска по базе требуется перевести его в десятичный для осуществления поиска по базе противника. Помогите оператору вычислить номер объекта, если перехваченный сигнал выглядит так: b.

Решение:

Простая задача по переводу чисел, рассчитанная на кропотливое аккуратное вычисление или простое программирование, так как число b достаточно длинное.

Ответ:

3 12101121100	106146
7 4531602	562473
5 401342101	1590276
6 55214023	1650687

ЗАДАЧА 1.1.4 (2 БАЛЛА)

Передатчик устроен в виде системы из лампочек, которые могут гореть n цветами, а могут и не гореть вообще. Какое количество сигналов можно передать при помощи передатчика, если никакие две подряд идущих лампочки не могут гореть одним цветом?

Решение:

Простая комбинаторная задача на количество перестановок. Очевидно, что первая лампочка может принимать любое состояние, остальные – на одно меньше, так как зависимы от предыдущих. Таким образом, ответ вычисляется: (n + 1)*n^(a - 1).

Ответ:

10 2	1536
7 3	2916
5 4	1280

ЗАДАЧА 1.1.5 (3 БАЛЛА)

Для того, чтобы войти в секретный модуль истребителя, требуется ввести пароль. Однако новый сотрудник его забыл, но помнит лишь, что он получен путем суммирования цифр числа a! (a! – произведение всех целых чисел, не более a). Помогите сотруднику войти в секретный модуль.

Решение:

Задача подразумевает написание учащимся кода, позволяющего оптимальным образом вычислить факториал числа, посчитать сумму цифр и получить результат.

Ответ:

2016	24138
2017	23832
2018	23598
2020	23940

Вторая попытка

Задача 1.1.6 (1 балл)

Условие: В аналитический центр каждую секунду приходят данные о летательных аппаратах, находящихся в воздухе. К таким относятся координаты (широта от -90,000000° до +90,000000°, долгота от -180,000000° до 180,000000°), высота от 0 до 20000 метров и скорость от 0 до 2048 км/ч. Все числа посылаются отдельными сообщениями. Каким минимальным количеством бит можно передать сведения о x летательных аппаратах за y секунд?

Решение:

Различные значения показателей посылаются отдельными сообщениями, значит, каждый из показателей для 1 летательного аппарата за 1 секунду занимает:

- широта – 180000001 – 28 бит
- долгота – 360000001 – 29 бит
- высота – 20001 – 15 бит
- скорость – 2049 – 12 бит

Следовательно, складываем данные значения и умножаем на количество летательных аппаратов и количество секунд.

Ответ:

$$(28 + 29 + 15 + 12)xy(28 + 29 + 15 + 12)xy$$

.

ЗАДАЧА 1.1.7 (1 БАЛЛ)

Радиолюбитель Гриша перехватил странную последовательность чисел a. Он не знает, для чего они, разве что он заметил, что если каждое число представить как цифру некоторого числа с некоторым основанием системы счисления, то оно выходит равным 9999999999. Какому десятичному числу эквивалентно число 2:0:1:6, представленное в данной системе счисления?

Решение:

Рассмотрим входные данные:

$a = a_6 : a_5 : a_4 : a_3 : a_2 : a_1 : a_0$

Для решения вычисления основания системы счисления надо решить уравнение в целых числах:

$$a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 9999999999$$

При этом:

$$max(a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0) < x$$

Для получения ответа надо вычислить:

$$2x^3 + x + 6$$

Ответ:

25:21:24:20:17:3:9 ('PLOKH39')	39399
16:23:15:18:26:12:5 ('GNFIQC5')	48813
11:8:9:3:26:8:4 ('B893Q84')	59619
5:15:13:31:5:10:24 ('5FDV5AO')	85791

ЗАДАЧА 1.1.8 (2 БАЛЛА)

Молодой учёный вместе с другом участвуют в трёхдневной конференции. Всего в данной конференции предполагается n участников, из которых x выступают в первый день, y во второй, а остальные в третий. Какова вероятность того, что друзья будут выступать в один день, если порядок докладов определяется жеребьёвкой?

Решение:

Всего возможных исходов: $n(n-1)n(n-1)$

Оба друга выступают в 1 день: $x(x-1)x(x-1)$

Оба друга выступают во 2 день: $y(y-1)y(y-1)$

Оба друга выступают в 3 день: $(n-x-y)(n-x-y-1)$ $(n-x-y)(n-x-y-1)$

Далее вероятность положительного исхода вычисляется как частное от положительных исходов ко всем исходам.

Ответ:

$$\frac{x(x-1)+y(y-1)+(n-x-y)(n-x-y-1)}{n(n-1)}$$

ЗАДАЧА 1.1.9 (3 БАЛЛА)

Герою этой задачи очень нравится рисовать спиральки и на этот раз он решил измерить путь движения его ручки по бумаге при рисовании. Для этого он в каждой новой клеточке пути ставил новую цифру. Он настолько увлекся этим бездельем, что дошел до цифры x. Когда в комнату зашел старший брат, он ухмыльнулся и сказал: «Нуу, что такое путь, ты усвоил, а чему равно манхэттенское расстояние до этой клетки?»

…	…	…	…	…	…	…
…	20	7	8	9	10	…
…	19	6	1	2	11	…
…	18	5	4	3	2	…
…	17	16	15	14	13	…
…	…	…	…	…	…	…

Введите целое число, соответствующее манхэттенскому расстоянию от клетки с номером 1, до клетки с номером x.

Решение:

Есть 2 способа решения этой задачи.

Первый заключается в написании программы, моделирующей построение спирали. И, таким образом, легко получить координаты клетки и сложить их модули.

Второй способ заключается в подсчете количества клеток на каждом слое.

…	…	…	…	…	…	…
…	21	22	23	24	25	…
…	20	7	8	9	10	…
…	19	6	1	2	11	…
…	18	5	4	3	12	…
…	17	16	15	14	13	…
…	…	…	…	…	…	…

Это можно сделать по следующей формуле разности квадратов подряд идущих нечетных чисел:

$(2n+3)^2-(2n+1)^2=12n+9-4n-1=8n+8$

В цикле можно найти минимальное нечетное число, квадрат которого не меньше входного числа. Так мы находим модуль одной из координат клетки.

Дальше можно выделить границы с равными между собой значениями оставшихся координат.

…	…	…	…	…	…	…
…	21	22	23	24	25	…
…	20	7	8	9	10	…
…	19	6	1	2	11	…
…	18	5	4	3	12	…
…	17	16	15	14	13	…
…	…	…	…	…	…	…

Эти полоски по длине равны $2n2n$.

Так мы можем получить полоску и по ней определить координату.

В принципе, на основе последнего алгоритма задачу можно решать вручную:

$2000 = 2025 - 25 = 45 * 45 - 25\ 2000 = 2025 - 25 = 45 * 45 - 25$ – поиск минимального квадрата нечетного числа, не меньшего 2000

$(45 - 1)/2 = 22(45 - 1)/2 = 22$ – модуль первой координаты

$2000 - 43 * 43 = 1512000 - 43 * 43 = 151$ – порядковый номер в текущем слое

$(151 - 1)\%(2 * 22) + 1 = 19\ (151 - 1)\%(2 * 22) + 1 = 19$ – позиция в полоске

$|19 - 22| = 3|19 - 22| = 3$ – модуль второй координаты

$22 + 3 = 2522 + 3 = 25$

Ответ:

2016	35
2345	40

2553	48
1945	36

ЗАДАЧА 1.1.10 (3 БАЛЛА)

Условие: Что такое факториал многие давно знают. А в этой задаче предлагаем Вам вычислить праймориал числа x.

Праймориал очень похож на факториал. По определению факториал числа – это произведение всех чисел, не превышающих данное число. А вот праймориал – произведение всех простых чисел, не превышающих данное число. То есть для числа 5, праймориал будет равен $2*3*5=30$ $2*3*5=30$.

Решение:

Данная задача решается исключительно при помощи программы. Удобнее всего написать программу на языке с реализованной длинной арифметикой (к примеру, Python), которая сначала, например, при помощи решета Эратосфена, находит простые числа до x и перемножает их.

Ответ:

60	1922760350154212639070
49	614889782588491410
57	32589158477190044730
64	117288381359406970983270

Физика
Задачи 9 класса
Первая попытка

ЗАДАЧА 1.2.1 (1 БАЛЛ)

Условие: Двигатели ракеты, запущенн9ой вертикально вверх с поверхности земли, сообщали ракете постоянное ускорение $a = 20$ м/с^2. Когда скорость ракеты достигла $\upsilon = 600$ м/с, двигатели отключились. Какой максимальной высоты достигнет ракета относительно места старта? Ускорение свободного падения считать постоянным. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Во время работы двигателей ракета движется с постоянным ускорением, по формулам кинематики

$$v = at, \qquad H = \frac{at^2}{2} = \frac{v^2}{2a} \rightarrow H = 9000 \text{ м}$$

После выключения двигателей ракета движется с ускорением свободного падения.

Выберем нулевой уровень потенциальной энергии на поверхности земли, по закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} + mgH = mgh,$$

где m – масса ракеты. Отсюда

$$h = \frac{v^2}{2g} + H = \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2(g+a)}{2ag} = 27000 \text{ м при } g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$$h = 27400 \text{ при } g = 9{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

Ответ:

$h = \upsilon^2(g+a)/(2ag) \approx$ 27400 м. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.2 (2 БАЛЛА)

Условие: Легкомоторный самолет массой m = 4 т летит горизонтально со скоростью υ_0 = 180 км/ч на высоте h = 800 м. Самолет начинает снижаться и касается посадочной полосы. Определите скорость самолета в момент касания посадочной полосы, если величина суммарной работы сил сопротивления воздуха A = 35 МДж.

Решение:

Выберем нулевой уровень потенциальной энергии на поверхности земли, по закону изменения энергии полная механическая энергия уменьшается за счет работы сил сопротивления воздуха

$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = \frac{mv^2}{2} + A$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{mv_0^2}{2} + mgh - A\right)} = \sqrt{v_0^2 + 2gh - \frac{2A}{m}} = 31{,}6\frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ при } g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

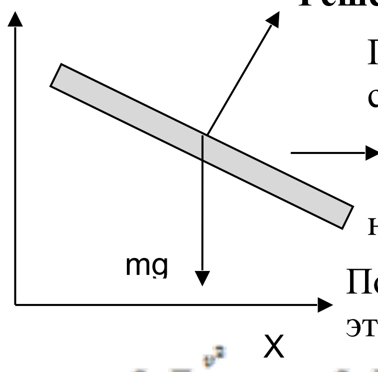
$$v = 26\ \frac{\text{м}}{\text{с}} \text{ при } g = 9{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Ответ:

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gh - 2A/m} \approx$ 26 м/с. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.3 (2 БАЛЛА)

Условие: Самолет массой m = 10 т, летящий со скоростью υ = 720 км/ч, совершает в горизонтальной плоскости вираж. Подъемная сила, действующая на самолет, равна F = 120 кН. Определите радиус виража. Подъемная сила направлена перпендикулярно плоскости крыла самолета. Ответ представьте в километрах.



Решение:

При совершении виража на самолет действуют сила тяжести mg, направленная вертикально вниз и подъемная сила F, направленная перпендикулярно плоскости крыла, как показано на рисунке.

По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил сообщает самолету центростремительное ускорение $a_ц = \frac{v^2}{R}$ $a_ц = \frac{v^2}{R}$.

Второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси X и Y:

$$F_x = ma_ц; F_y = mg \to F^2 = (ma_ц)^2 + (mg)^2 \to m\frac{v^2}{R} = \sqrt{F^2 - (mg)^2} \to$$

$$R = \frac{mv^2}{\sqrt{F^2 - (mg)^2}} = 6 \text{ км при } g = 10\frac{м}{с^2},$$

$$R = 5{,}8 \text{ км при } \boldsymbol{g} = \mathbf{9{,}8}\frac{м}{с^2}$$

Ответ:

$R = m\upsilon^2 / \sqrt{F^2 - m^2 g^2} \approx$ 6 км. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.4 (2 БАЛЛА)

Условие: Наибольшее удаление от поверхности Земли космического корабля «Восток», запущенного 12 апреля 1961 г. с первым в мире летчиком-космонавтом Ю.А. Гагариным, было h = 327 км. На сколько процентов сила тяжести, действовавшая на космонавта на орбите, была меньше силы тяжести, действовавшей на него на Земле? Радиус Земли считать равным R = 6370 км.

Решение:

На Земле на космонавта действует сила тяжести $F_0 = mg = G\frac{mM}{R^2}$ $F_0 = mg = G\frac{mM}{R^2}$ (m – масса космонавта, M – масса Земли).

Сила тяжести. действующая на космонавта на орбите, $F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$ $F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$

$$\frac{\Delta F}{F_0} = \frac{F_0 - F}{F_0} = \frac{G\frac{mM}{R^2} - G\frac{mM}{(R+h)^2}}{G\frac{mM}{R^2}} = 1 - \frac{R^2}{(R+h)^2} = 0{,}095 = 9{,}5\%$$

Ответ:

$\alpha = 1 + R^2/(R+h)^2 \approx$ 9,5%. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.5 (3 БАЛЛА)

Условие: Реактивный самолет пролетает со средней скоростью υ = 900 км/ч расстояние S = 1800 км, затрачивая m = 4 т топлива. Мощность двигателя самолета N = 5900 кВт, его КПД η = 23%. Определите удельную теплоту сгорания топлива, используемого на самолете. Ответ представьте в [МДж/кг].

Решение:

КПД равен отношению полезной работы двигателя к затраченной при сгорании топлива энергии $\eta = \frac{A_{пол}}{Q_{затр}}$$\eta = \frac{A_{пол}}{Q_{затр}}$.

Полезная работа может быть выражена через мощность и время: $A_{пол} = Nt$ $A_{пол} = Nt$, а время движения $t = \frac{S}{v}$$t = \frac{S}{v}$.

При сгорании топлива выделяется количество теплоты $Q_{затр} = qm$$Q_{затр} = qm$.

$$q = \frac{Q_{затр}}{m} = \frac{A_{пол}}{\eta m} = \frac{N}{\eta m}\frac{S}{v} = 46{,}2 \text{ МДж/кг}$$

Ответ:

$q = NS/(\eta\upsilon) =$ 46,2 МДж/кг. Погрешность 5%

Вторая попытка

ЗАДАЧА 1.2.6 (1 БАЛЛ)

Условие: Двигатели ракеты, запущенной вертикально с поверхности земли, работая в течение $\Delta t = 12$ с сообщали ракете постоянное ускорение $a = 35$ м/с^2. Какой максимальной высоты достигнет ракета относительно места старта? Ускорение свободного падения считать постоянным. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Во время работы двигателей ракета движется с постоянным ускорением, по формулам кинематики

$$v = a\Delta t, \qquad H = \frac{a\Delta t^2}{2} \rightarrow \; H = 2520 \text{ м}$$

После выключения двигателей ракета движется с ускорением свободного падения.

Выберем нулевой уровень потенциальной энергии на поверхности земли, по закону сохранения энергии

$$\frac{mv^2}{2} + mgH = mgh,$$

где m – масса ракеты. Отсюда

$$h = \frac{v^2}{2g} + H = \frac{(a\Delta t)^2}{2g} + \frac{a\Delta t^2}{2} = \frac{a\Delta t^2(g+a)}{2g} = 11340 \text{ м при } g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$h = 11520 \text{ при } g = 9{,}8\frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

Ответ:

$h = a\Delta t^2(g+a)/(2g) \approx$ 11520 м. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.7 (2 БАЛЛА)

Условие: Вертолет массой $m = 10$ т начинает подниматься вертикально вверх с постоянным ускорением $a = 1{,}5$ м/с^2. Определите работу, совершаемую двигателем вертолета при подъеме на высоту на высоте $h = 100$ м. Ответ представьте в [МДж].

Решение:

Во время подъема на вертолет действуют сила тяги двигателя F, направленная вертикально вверх, и сила тяжести mg, направленная вертикально вниз. По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил

$$F - mg = ma \rightarrow F = m(a+g)$$

Работа силы определяется произведением проекции силы на перемещение, т.е.

$A = Fh = m(a+g)h = 11{,}5 \text{МДж при } g = 10 \text{ м/с}^2$

$A = 11{,}3 \text{ МДж при } g = 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

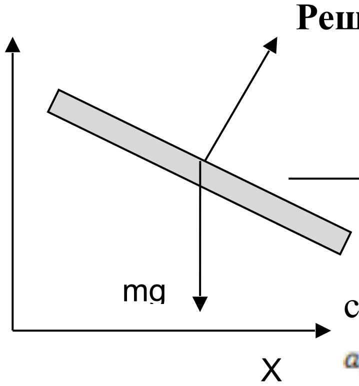
Ответ:

$A = m(a+g)h \approx$ 11 МДж. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.8 (2 БАЛЛА)

Условие: Самолет массой m = 10 т, летящий со скоростью υ = 720 км/ч, совершает в горизонтальной плоскости вираж радиусом R = 5 км. Определите подъемную силу, действующую на самолет. Подъемная сила направлена перпендикулярно плоскости крыла самолета. Ответ представьте в [кН].

Решение:



При совершении виража на самолет действуют сила тяжести mg, направленная вертикально вниз и подъемная сила F, направленная перпендикулярно плоскости крыла, как показано на рисунке.

По второму закону Ньютона равнодействующая этих сил сообщает самолету центростремительное ускорение $a_ц = \frac{v^2}{R} a_ц = \frac{v^2}{R}$.

Второй закон Ньютона в проекциях на координатные оси X и Y:

$$F_x = ma_ц;\ F_y = mg \to F = \sqrt{(ma_ц)^2 + (mg)^2} = m\sqrt{(\frac{v^2}{R})^2 + g^2} = 128 \text{ кН при } g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2},$$

$F = 126{,}5 \text{ кН при } g = 9{,}8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Ответ:

$F = m\sqrt{\upsilon^4/R^2 + g^2} \approx$ 126,5 кН. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.9 (2 БАЛЛА)

Условие: Первый искусственный спутник Земли имел период обращения T = 96 мин. Определите высоту полета спутника над поверхностью Земли, полагая его орбиту круговой. Радиус Земли R = 6370 км. Длительность суток T = 24 часа. Ответ представьте в километрах.

Решение:

На движущийся спутник действует сила притяжения $F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$ $F = G\frac{mM}{(R+h)^2}$ (m – масса спутника, M – масса Земли), которая сообщает ему центростремительное ускорение $a_ц = \frac{v^2}{R+h} a_ц = \frac{v^2}{R+h}$, скорость движения по орбите $v = \frac{2\pi(R+h)}{T} v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$.

По второму закону Ньютона $F = ma_ц F = ma_ц$, т.е.

$$G\frac{mM}{(R+h)^2} = m\frac{(2\pi(R+h))^2}{T^2(R+h)} \rightarrow$$

$$G\frac{M}{(R+h)^2} = \frac{4\pi^2(R+h)}{T^2}$$

Массу Земли выражаем через ускорение свободного падения на ее поверхности $g = G\frac{M}{R^2} = 9{,}8\frac{м}{с^2} \rightarrow GM = gR^2$ $g = G\frac{M}{R^2} = 9{,}8\frac{м}{с^2} \rightarrow GM = gR^2$ $g = G\frac{M}{R^2} = 9{,}8\frac{м}{с^2} \rightarrow GM = gR^2 g = G\frac{M}{R^2} = 9{,}8\frac{м}{с^2} \rightarrow GM = gR^2$.

Выражая радиус орбиты, получаем $(R+h)^3 = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2}(R+h)^3 = \frac{gR^2T^2}{4\pi^2}$

$$h = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}} - R = 570 \text{ км}$$

Ответ:

$h = \sqrt{g^2R^2T^2/4\pi} - R \approx$ 570 км. Погрешность 10%

ЗАДАЧА 1.2.10 (3 БАЛЛА)

Условие: На реактивном самолете установлен двигатель мощностью N = 5900 кВт. Удельная теплота сгорания топлива, используемого на самолете, q = 46,2 МДж/кг. Определите массу топлива, расходуемого за Δt = 1 ч полета, если КПД двигателя самолета η = 23%.

Решение:

КПД равен отношению полезной работы двигателя к затраченной при сгорании топлива энергии $\eta = \frac{A_{пол}}{Q_{затр}} \eta = \frac{A_{пол}}{Q_{затр}}$.

Полезная работа может быть выражена через мощность и время: $A_{пол} = N\Delta t$
$A_{пол} = N\Delta t$
.

При сгорании топлива выделяется количество теплоты $Q_{затр} = qmQ_{затр} = qm$.

$$m = \frac{Q_{затр}}{q} = \frac{A_{пол}}{\eta q} = \frac{N\Delta t}{\eta q} = 2000 \text{ кг}$$

Ответ:

$m = N\Delta t/(\eta q) =$ 2000 кг.   Погрешность 5%

Физика
Первая попытка
Задачи 10-11 класса

ЗАДАЧА 1.3.1 (1 БАЛЛ)

Условие: Космический корабль должен изменить курс и двигаться с прежней по модулю скоростью υ = 7000 м/с. Для выполнения маневра на Δt = 2 с включили маневровый двигатель с силой тяги F = 10^7 Н. Под каким углом к первоначальному направлению полета стал двигаться космический корабль после выполнения этого маневра? Масса корабля M = 70 т.

Решение:

Необходимо построением найти векторную разность импульсов до и после события. Получается равнобедренный треугольник, в вершине которого искомый угол, ребро Mv, основание – изменение импульса p.

Выражаем из треугольника: sina=(Δ p/2) /Mv.

По второму закону Ньютона: F= Δp/Δt

Ответ:

$\alpha = 2\arcsin\left(F\,\Delta t/2M\,\upsilon\right) \approx$ 2,24^0. Погрешность: 5%

ЗАДАЧА 1.3.2 (2 БАЛЛА)

Условие: Самолет совершает разворот, двигаясь в горизонтальной плоскости по дуге окружности радиуса R = 90 м с постоянной по величине скоростью υ = 540 км/ч. Какую перегрузку (отношение веса к силе тяжести) испытывает при этом летчик?

Решение:

Центростремительная сила $F = mv^2/R$ направлена вправо, сила тяжести вниз.

Центростремительная сила $F = mv^2 / R$ и сила тяжести взаимно перпендикулярны, находим равнодействующую по теореме Пифагора, по третьему закону – это вес в данной точке.

Находим перегрузку согласно условию задачи.

Ответ:

$n = \sqrt{\upsilon^2/(g^2 R^2) + 1} \approx$ 1,014. Погрешность: 10%

ЗАДАЧА 1.3.3 (2 БАЛЛА)

Условие: Предположим, что планета Маленького принца имеет среднюю плотность в n = 10 раз большую средней плотности Земли. При каком минимальном радиусе планеты Маленький принц сможет двигаться по ней со скоростью υ = 0,6 м/с, не рискуя превратиться в ее искусственный спутник? Радиус Земли R = 6370 км.

Решение:

Первая космическая скорость $v = \sqrt{GM / r}$.

Масса планеты $M = \sqrt{G4\pi\rho r^3 / 3}$.

Подставляем и сопоставляем, учитывая, что ускорение свободного падения на Земле: $g_з = G4\pi\rho_з R_з$, а также $\rho = n\rho_з$.

Ответ:

$r = \upsilon\sqrt{R/(n\,g)} \approx$ 153 м. Погрешность: 10%

ЗАДАЧА 1.3.4 (2 БАЛЛА)

Условие: Спутник погрузился в тень Земли. При этом температура воздуха внутри спутника понизилась на ÄT = 30 K, из-за чего давление воздуха понизилось на ÄP = 10 кПа. Определите массу воздуха в спутнике, если воздух занимает объем V = 1500 м3. Молярная масса воздуха ì = $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Объем газа не изменяется, следовательно, давление меняется только при изменении температуры.

Записываем уравнение Менделеева-Клапейрона.

Выражаем массу.

Ответ:

$m = \mu\Delta PV / R\Delta T \approx$ 1745 кг. Погрешность: 10%

ЗАДАЧА 1.3.5 (3 БАЛЛА)

Условие: На взлетном поле мальчик фотографирует спортивный самолет, выруливающий на взлетную полосу. Самолет движется мимо со скоростью υ = 18 км/час. Размытость контура изображения на пленке не должна превышать Δl = 50 мкм. Каким должно быть время экспозиции (время, в течение которого открыт объектив фотоаппарата), если фокусное расстояние объектива F = 40 мм, а фотографирование производится с расстояния d = 75 м? Ответ представьте в миллисекундах.

Решение:

Записываем главную формулу линзы $\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$.,

Записываем формулу линейного увеличения изображения $\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{\Delta l}{\Delta t v}$.

Вычисляем Δt .

Ответ:

$\Delta t = \Delta l\ (d - F)/(\upsilon F) =$ 18,75 мс. Погрешность: 5%

ЗАДАЧА 1.3.6 (1 БАЛЛ)

Условие: Космический корабль перед отделением последней ступени ракеты-носителя имел скорость υ. После отделения последней ступени скорость корабля стала равной 1,01 υ, при этом отделившаяся ступень удаляется относительно корабля со скоростью 0,04 υ. Определите массу последней ступени, если масса корабля M = 3 т. После отделения ступени направление движения корабля не изменилось.

Решение:

Записать закон сохранения импульса.

Проецировать на ось: $(M + m)v = 0{,}97mv + 1{,}01Mv$

Вычисляем m.

Ответ:

$m = M/3 =$ 1000 кг. Погрешность: 0%

ЗАДАЧА 1.3.7 (2 БАЛЛА)

Условие: Планер описывает петлю Нестерова (окружность в вертикальной плоскости). При этом в верхней точке петли пилот прижимается к сиденью с силой, равной силе тяжести. Чему равен коэффициент перегрузки (отношение веса пилота к силе тяжести) в момент, когда скорость планера направлена вертикально? Силой сопротивления воздуха пренебречь.

Решение:

В верхней точке центростремительная сила $F = mv^2 / R$ направлена вверх, сила тяжести вниз. Следовательно, вес по третьему закону Ньютона : $P = mv^2 / R - mg$,

Находим $v^2 = 2gR$, учитывая, что P=mg.

Скорость направлена по вертикали, следовательно, центростремительная сила $F = mv^2 / R$ = 2gR и сила тяжести взаимно перпендикулярны, находим равнодействующую по теореме Пифагора, по третьему закону – это вес в данной точке.

Находим перегрузку согласно условию задачи.

Ответ:

n = 2,23. Погрешность: 10%

ЗАДАЧА 1.3.8 (2 БАЛЛА)

Условие: Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в экваториальной плоскости с запада на восток. При этом он появляется над одной и той же точкой экватора каждые Δt = 3,5 часа. Определите высоту полета спутника над поверхностью Земли. Радиус Земли R = 6370 км. Длительность суток T = 24 часа. Ответ представьте в километрах.

Решение:

Учитываем вращение Земли: Δt $= T' + (\Delta t / T)T'$ и находим $T' = \Delta t T / (T + \Delta t)$

Скорость движения спутника: $v = 2\pi(R + h) / T'$

Первая космическая скорость: исходя из закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона: $mv^2 / (R + h) = GM / (R + h)^2$.

Сопоставляем .

Ответ:

$h = \sqrt{g^2 \Delta t^2 T^2 R^2 / (4\pi^2 (T + \Delta t)^2)} - R \approx$ 4313 км. Погрешность: 10%

ЗАДАЧА 1.3.9 (2 БАЛЛА)

Условие: Спутник площадью поперечного сечения S = 3 $м^2$ движется по круговой орбите над Землей со скоростью υ = 7,9 км/с. Давление воздуха на высоте орбиты P = ,38·10^{-4} Па, температура T = 120 К. Определите число столкновений молекул воздуха со спутником за Δt = 1 с.

Решение:

Запишем уравнение $p = nkT$.

Учитываем, что объем воздуха, в котором возможны столкновения можно выразить как объем цилиндра $V = SL = Sv\Delta t$, а также концентрацию $n = \frac{V}{N}$.

Сопоставляем и находим N.

Ответ:

$N = P\upsilon\,\Delta t\,S/k\,T \approx 2\cdot10^{21}$. Погрешность: 10%

Задача 1.3.10 (3 балла)

Условие: Со спутника, летящего по круговой орбите на высоте h = 500 км, фотографируют ночной город. Наименьшее расстояние между изображениями двух точек, при котором эти изображения не сливаются, равно Δh = 0,005 мм. При каком наименьшем расстоянии между уличными фонарями их изображения на снимке получаться раздельными? Фокусное расстояние объектива фотоаппарата F = 5 см.

Решение:

Записываем главную формулу линзы ($\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$., учитываем, что $h = f$

Записываем формулу увеличения изображения $\Gamma = \frac{f}{d} = \frac{l}{L}$.

Вычисляем L.

Ответ:

$L = \Delta h\,(h - F)/F \approx 50$ м. Погрешность: 5%

Критерии определения призеров и победителей

Количество баллов, набранных при решение всех задач суммируется. Участникам первого отборочного этапа было необходимо набрать 8 баллов.