

# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Профиль «Интеллектуальные энергетические системы» посвящен решению задач построения умных электрических сетей, которые объединят потребителей с различными объектами генерации, в том числе возобновляемыми источниками энергии и накопителями электричества, в единую систему, оптимизируя графики производства электроэнергии и минимизируя расход ресурсов. Профиль включает в себя задачи по двум школьным предметам: математика и физика.

## §1 Первый отборочный этап

Первый отборочный тур проводится индивидуально в сети интернет, работы оцениваются автоматически средствами системы онлайн-тестирования. Для каждой из параллелей (9 класс или 10-11 класс) предлагается свой набор задач по физике и математике. На решение задач учащимся отводилось 2 суток. Первый этап состоял из двух независимых попыток с разными задачами, участник мог решать только одну попытку (в случае, если он решал обе, в зачет шла лучшая). Решение каждой задачи дает определенное количество баллов. Баллы зачисляются в полном объеме за правильное решение задачи. Участники получают оценку за решение задач в совокупности по всем предметам данного профиля (математика и физика).

### 1.1 Первая попытка

#### Задачи по математике (9 класс)

##### 1 задача. 4 балла

*Условие:*

При прокладке линий электропередачи через лес нужно было вырубить просеку шириной в 6 м длиной 2000 м, но в силу того, что часть средств была израсходована не на целевые нужды, была вырублена просека шириной 3 м длиной 2000 м. Прораб не знал, что ширина такой просеки обусловлена тем, что на участке просеки шириной 2 м и длиной 1000 м не установлена релейная защита, поскольку при ее установке часть средств также были использованы не по назначению. Во время грозы одно дерево разломилось и упало на линии электропередач. Определите вероятность паде-

ния на линии без релейной защиты. Ответ дайте в процентах в диапазоне от 1 до 100 с точностью до десятых

*Решение:*

Задача на геометрическую вероятность. Считается по формуле отношения геометрических мер.

$$P(A) = \frac{m(A)}{M(G)}$$

В данном случае геометрическая мера – площадь просеки, подставляем числа:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 1000}{3 \cdot 2000} \cdot 100 = 33,4\%$$

Ответ 33,4%

## 2 задача. 1 балл

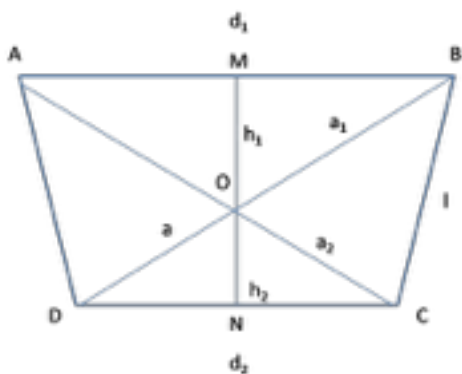
*Условие:*

В качестве накопителя энергии используется емкость с водой, имеющая форму усеченного конуса. Из емкости вода поступает на обратимую гидротурбину, которая подключена к генератору.

Длина образующей усеченного конуса составляет 3 м. Диагональ диаметрального сечения емкости равна 4 м. Эта диагональ делит высоту усеченного конуса, так, что длина меньшей части высоты составляет 28% от длины большей части высоты.

Найти объем воды, который может быть запасен в емкости. Ответ привести в м<sup>3</sup> с точностью до сотых.

*Решение:*



Введем обозначения, как показано на рисунке, где изображено диаметральное сечение усеченного конуса плоскостью. Большее основание равно диаметру большего основания конуса  $AB = d_1$ , меньшее – меньшее основания  $DC = d_2$ ,  $BC = AD = l = 3$  – образующие.  $BD = AC = a = 4$ .  $BO = AO = a_1$ ,  $DO = CO = a_2$ ,  $MN = H$  – высота конуса,  $MO = h_1$ ,  $NO = h_2$ . Из условий следует, что  $h_2/h_1 = z = 0,28$ .

Треугольник DON подобен треугольнику MOB по равенству трех углов.

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{h_2}{h_1} = z$$

Поэтому

Запишем для треугольника ABD теорему косинусов

$$l^2 = d_1^2 + a^2 - 2ad_1 \frac{d_1(1+z)}{2a}$$

$$l^2 = d_1^2 + a^2 - 2ad_1 \frac{d_1(1+z)}{2a}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{a^2 - l^2}{z}}$$

Запишем теорему Пифагора для треугольника MBO

$$\frac{d_1^2}{4} + h_1^2 = \frac{a^2}{(1+z)^2}$$

$$h_1^2 = \frac{4za^2 - a^2(1+z)^2 + l^2(1+z)^2}{4z(1+z)^2}$$

Поскольку объем усеченного конуса определяется формулой

$$V = \frac{\pi}{12} H(d_1^2 + d_1d_2 + d_2^2)$$

, то общая формула для объема будет

$$V = \frac{\pi}{12} \frac{(1+z)^2(1+z+z^2)(a^2-l^2)}{z} \sqrt{\frac{l^2(1+z)^2 - a^2(1-z)^2}{4z}}$$

После расчетов получается, что  $d_1 = 5$  м,  $d_2 = 1,4$  м,  $H = 2,4$  м. Объем  $V = 21,327$  м<sup>3</sup>.

*Ответ:* 21,327 м<sup>3</sup>.

### 3 задача. 4 балла

*Условие:*

Два аккумулятора, первый из которых заряжен на 1 А·ч, а второй полностью разряжен, по очереди подзаряжают друг друга. Сначала первый аккумулятор передает второму половину заряда, затем второй передает первому половину от переданного заряда, затем первый передает второму половину от переданного ему на предыдущем шаге заряда и т.д. Чему будет равно в итоге отношение заряда первого аккумулятора к заряду второго аккумулятора? (С точностью до сотых.)

*Решение:*

Заряды аккумуляторов образуют знакопеременную убывающую геометрическую прогрессию:

1-й аккумулятора  $a = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots$ , 2-го аккумулятора  $b = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots$ .

Для 1-го аккумулятора  $a_1 = 1; q = -\frac{1}{2}$ , для второго  $b_1 = \frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2}$ .

Итоговый заряд равен сумме бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$\frac{S(a)}{S(b)} = \frac{(1-q)a_1}{(1-q)b_1} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{1}{1/2} = 2$$

Ответ на второй вопрос можно найти с использованием суммы n-го члена геометрической прогрессии и формулы сокращенного умножения.

$$\frac{S_n(a) - S_{n+1}(b)}{S_n(a)} > 0,6$$

$$1 - \frac{b_1(1-q^{n+1})}{a_1(1-q^n)} > 0,6$$

$$1 - \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{2 \left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)} > 0,6$$

$$\frac{1 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}\right)^n}{2 - 2 \left(-\frac{1}{2}\right)^2} < 0,4$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^n < -\frac{1}{3}$$

Если  $n = 2k$ , т.е.  $n$  – четный шаг, то

$$\frac{1}{2^n} < -\frac{1}{3}$$

и  $n \in \emptyset$ .

Если  $n = 2k+1$ , т.е.  $n$  – нечетный шаг, то

$$-\frac{1}{2^n} < -\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2^n} > \frac{1}{3}$$

$$n \ln 2 < \ln 3$$

$$n < \frac{\ln 3}{\ln 2}$$

$$n < 1,585$$

Из нечетных чисел этому условию удовлетворяет только  $n = 1$ .

Ответы: 2; 1.

#### 4 Задача. 1 балл

Условие:

Известно, что потребляемая активная мощность (P) в 4 раза больше чем реактивная мощность (Q) цепи, а полная мощность (S) равняется 1000 ВА. Найдите ток, протекающий через резистор (потребитель активной мощности) подключенный в цепь с номиналом 100 Ом. Точность до десятых.

Известно, что полная мощность имеет формулу  $S^2 = P^2 + Q^2$ , а активная мощность:  
 $P = R \cdot I^2$

Решение:

Для решения требуется составить систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} S^2 = P^2 + Q^2 \\ P = R \cdot I^2 \end{cases}$$

Пусть  $Q = \frac{1}{4}P$ , тогда

$$\begin{cases} S^2 = P^2 + \frac{1}{16}P^2 \\ P = R \cdot I^2 \end{cases}, \text{ упрощаем}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{16}{17}}S^2 = P \\ P = R \cdot I^2 \end{cases}$$

Получаем:

$$\sqrt{\frac{16}{17}}S^2 = R \cdot I^2, \text{ выводим } I$$

$$I = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{16}{17}}S^2}{R}} \text{ упрощаем}$$

$$I = \sqrt{\sqrt{\frac{16}{17}} \cdot \frac{S}{R}}, \text{ подставляем числа:}$$

$$I = \sqrt{\sqrt{\frac{16}{17}} \cdot \frac{1000}{100}} = 3,1 \text{ A}$$

Ответ: 3,1 А

## Задачи по математике (11 класс)

### 1 задача. 2 балла

Научная группа приехала на исследовательскую станцию в Арктике, для того чтобы обеспечить электроэнергию, требуется запустить дизель-генераторы. На станции имеются 6 дизель-генераторов, 2 из которых неисправны, а остальные находятся в удручающем состоянии, в силу того, что запуск происходит в холодном помещении, то вероятность запуска дизель-генератора равняется 0,3, для увеличения шанса обеспечить электроэнергией станцию, запускаются все исправные генераторы, определите вероятность того, что запустится три генератора. Ответ дать в процентах в диапазоне от 1 до 100 с точностью до десятых.

Решение:

Данная задача на формулу Бернулли.

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Подставляем все значения:

$$P_4(3) = \frac{4!}{3!(4-3)} \cdot 0,3^3 \cdot (1-0,3)^{4-3} = 0,076$$

Переведем в %,  $0,076 \cdot 100 = 7,6\%$

Ответ 7,6%

### 2 задача. 2 балла

Согласно одной из широко используемых теорий, при расчете ветрогенераторов можно считать, что коэффициент использования энергии ветра (КИЭВ) определяется формулой

$$\xi = \frac{P(V-v)}{F \frac{\rho V^3}{2}}$$

где  $P$  – давление на лопасти ветряка,  $V$  – скорость ветра,  $v$  – потеря скорости ветра на ветряке,  $F$  – площадь поверхности, заметаемой ветряком,  $\rho$  – плотность воздуха.

Давление на лопасти ветряка можно рассчитать по формуле

$$P = 2\rho Fv(V-v)$$

Определите, какую долю от максимально возможного КИЭВ  $\xi_{\max}$  составляет КИЭВ  $\xi$  ветряка, у которого потеря скорости ветра  $v$  составляет 10% от скорости ветра  $V$ . Ответ привести в % с точностью до десятых.

Решение:

Несмотря на физический контекст, задачи исключительно математическая.

Необходимо подставить формулу для давления в формулу для КИЭВ и выразить КИЭВ как функцию только  $v$  и  $V$ . Затем выразить ее как функцию отношения  $v$  к  $V$ . Получается

$$\xi = 4 \left( \frac{v}{V} \right) \left( 1 - \frac{v}{V} \right)^2$$

Далее необходимо найти максимум этой функции (взять производную, приравнять нулю, найти корни, подставить), считая аргументом  $\frac{v}{V}$ . Получится значение максимально возможного КИЭВ 0,593.

Затем необходимо рассчитать КИЭВ при  $\frac{v}{V} = 0,1$ , получается 0,324.

Наконец, необходимо разделить КИЭВ при  $\frac{v}{V} = 0,1$  на максимально достижимый КИЭВ и получить ответ.

Ответ: 54,6%.

### 3 задача. 3 балла

Два аккумулятора, первый из которых заряжен на 1 А·ч, а второй полностью разряжен, по очереди подзаряжают друг друга. Сначала первый аккумулятор передает второму половину заряда, затем второй передает первому половину от переданного заряда, затем первый передает второму половину от переданного ему на предыдущем шаге заряда и т.д. Чему будет равно в итоге отношение заряда первого аккумулятора к заряду второго аккумулятора? (С точностью до сотых.) На каком шаге перезарядки разница между зарядом 1-го аккумулятора на этом шаге и зарядом 2-го аккумулятора на следующем шаге будет более 60% от заряда 1-го аккумулятора на данном шаге?

Решение:

Заряды аккумуляторов образуют знакопеременную убывающую геометрическую прогрессию:

$$\text{1-й аккумулятора } a = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \dots, \text{ 2-го аккумулятора } b = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} - \dots$$

$$\text{Для 1-го аккумулятора } a_1 = 1; q = -\frac{1}{2}, \text{ для второго } b_1 = \frac{1}{2}; q = -\frac{1}{2}$$

Итоговый заряд равен сумме бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

$$\frac{S(a)}{S(b)} = \frac{(1-q)a_1}{(1-q)b_1} = \frac{a_1}{b_1} = \frac{1}{1/2} = 2$$

Ответ на второй вопрос можно найти с использованием суммы n-го члена геометрической прогрессии и формулы сокращенного умножения.

$$\frac{S_n(a) - S_{n+1}(b)}{S_n(a)} > 0,6$$

$$1 - \frac{b_1(1 - q^{n+1})}{a_1(1 - q^n)} > 0,6$$

$$1 - \frac{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{2\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^n\right)} > 0,6$$

$$\frac{1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)^n}{2 - 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2} < 0,4$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^n < -\frac{1}{3}$$

Если  $n = 2k$ , т.е.  $n$  – четный шаг, то

$$\frac{1}{2^n} < -\frac{1}{3},$$

и  $n \in \emptyset$ .

Если  $n = 2k+1$ , т.е.  $n$  – нечетный шаг, то

$$-\frac{1}{2^n} < -\frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{2^n} > \frac{1}{3},$$

$$n \ln 2 < \ln 3$$

$$n < \frac{\ln 3}{\ln 2},$$

$$n < 1,585$$

Из нечетных чисел этому условию удовлетворяет только  $n = 1$ .

Ответы: 2; 1.

4 задача. 3 балла

На складе лежат 18 силовых масляных трансформаторов, но из-за того, что крышу склада не отремонтировали в срок, образовалась щель, через которую капает вода во время дождя. Таким образом, через некоторое время 5 трансформаторов пришли в



негодность. Во время строительства подстанции было взято 9 трансформаторов со склада, причем грузчики не обратили внимание на течь в крыше и не знали, какие трансформаторы рабочие, а какие нет. Определите вероятность того, что из 9 трансформаторов все рабочие. Ответ приведите с точностью до тысячных.

Решение:

$$P = \frac{C_K^k \cdot C_{N-K}^{n-k}}{C_N^n}$$

Задача на классическое распределение

Получается на складе осталось  $18-5=13$  рабочих трансформатора и 5 бракованных,

$$P = \frac{C_{13}^9 \cdot C_5^0}{C_{18}^9}$$

тогда вероятность будет равна

$$C_{13}^9 = \frac{13!}{9!(13-9)} = 715$$

$$C_{18}^9 = \frac{18!}{9!(18-9)} = 48620$$

$$C_5^0 = \frac{5!}{0!(5-0)} = 1$$

$$P = \frac{715 \cdot 1}{48620} = 0,015$$

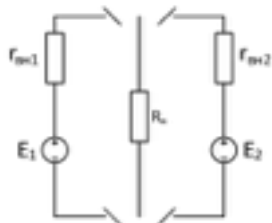
Подставляем все в формулу, и получаем:

Ответ 0,015

### Задачи по физике (9 класс)

#### 1 задача. 1 балл

Есть два источника напряжения с ЭДС  $E_1=22$  В,  $E_2=20$  В, с внутренним сопротивлением  $r_{вн1}=3,2$  Ом,  $r_{вн2}=2,5$  Ом, оба источника по очереди подключают к нагрузке  $R_H=2$  Ом. При каком токе в цепи с нагрузкой напряжение на зажимах источников будет одинаковым? Точность до десятых.

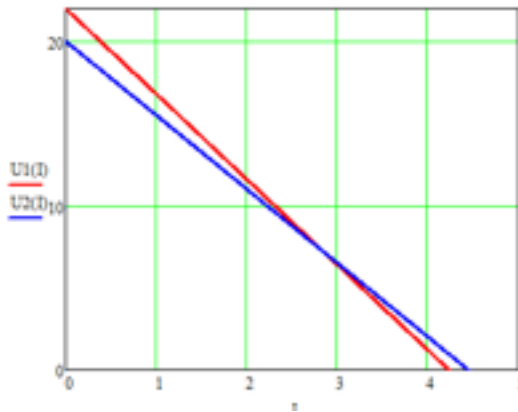


Решение:

Для того, чтобы найти ток требуется построить две нагрузочные характеристики цепей. Формула нагрузочная характеристика:

$$U(I) = E - I \cdot R_H - I \cdot r_{вн}$$

При построение получится следующий график:



Необходимо найти значение тока в точке пересечения, для это составляется уравнение:  $E_1 - I \cdot r_{вн1} - I \cdot R_H = E_2 - I \cdot r_{вн2} - I \cdot R_H$ , выражаем ток и получаем:

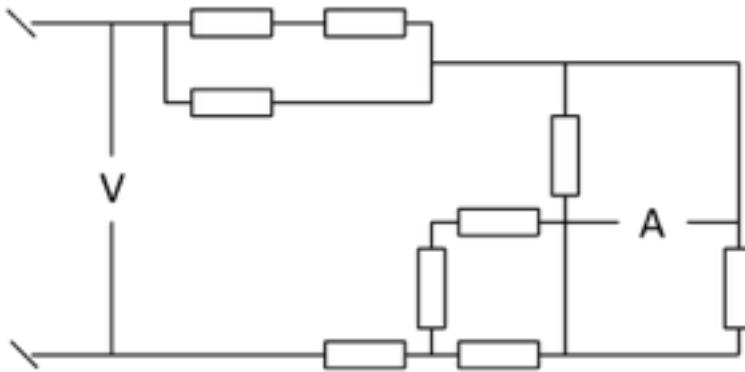
$$I = \frac{E_2 - E_1}{r_{вн2} - r_{вн1}} = 2,857 \text{ A}$$

, Округляем до десятых, получаем 2,9 А.

Ответ 2,9 А

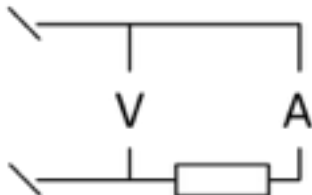
### 2 задача 1 балл

Определить номинал каждого резистора в Омах, при условии, что все они имеют одинаковое сопротивление. Показания вольтметра 128 В, показания амперметра 2 А. Точность до десятых.



Решение:

Требуется преобразовать пассивные элементы до вида:



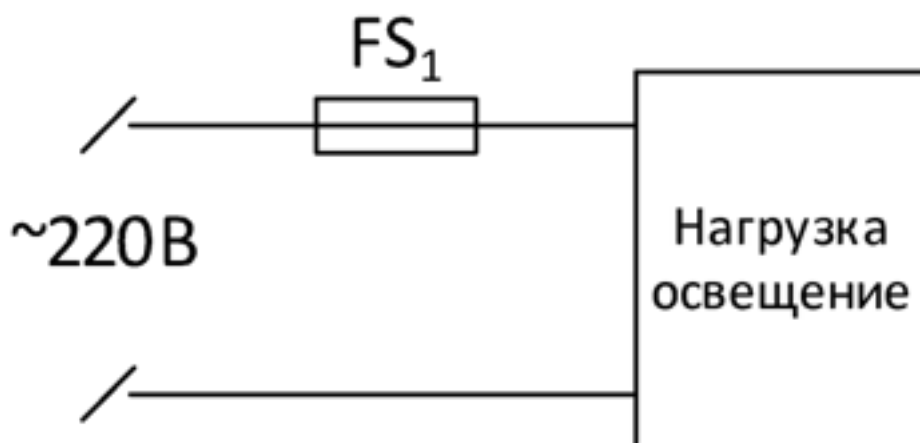
$R_{экв} = \frac{7}{3} R$ , зная эквивалентное значение R, найдем значение сопротивления через

закон Ома:  $R = \frac{U}{I} = \frac{7}{3} \cdot \frac{128}{2} = 27,4$  Ом.

Ответ 27,4 Ом

### 3 задача 3 балла

Помещение до реконструкции освещалось 10 лампами по 60 Вт, 220 В, в цепи питания 220 В стоит предохранитель (FS1) на 3 А. Сколько еще ламп можно подключить в цепь после реконструкции помещения, без замены предохранителя? Точность до десятых.



Решение:

Эту задачу можно решить несколькими способами, самый простой на «логику», общая мощность 10 ламп составляет 600 Вт, считаем максимальную мощность предохранителя:  $3 \cdot 220 = 660$  Вт, из полученного значения 660 вычитаем 600, получаем 60 Вт, т.е. можно поставить 1 лампу на 60 Вт, но в таком случае предохранитель сгорит, т.е. правильный ответ 0.

Ответ 0.

### 4 задача 1 балл

Есть портативное зарядное устройство (Powerbank) с 5 Li-ion ячейками емкостью 2000 мА·ч каждая и напряжением 3,7 В, на выходе Powerbank есть стандартный порт USB с напряжением 5 В. КПД преобразователя Powerbank равняется 85%, требуется зарядить телефон с емкостью батарейки в 2500 мА·ч. КПД преобразователя телефона считать 100%. Сколько раз возможно зарядить телефон? Точность до десятых.

Решение:

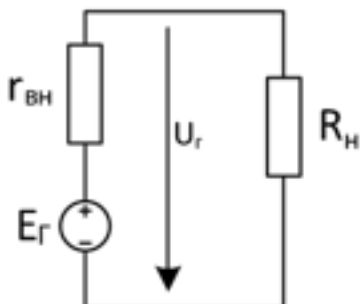
Для начала определяем энергетическую мощность Powerbank: Вт·ч, учитываем КПД преобразователя: Вт·ч, и переводим полученное значение в мА·ч при напряжении 5В: мА·ч, зная емкость телефона, определим сколько раз можно зарядить его: , округляя получается 2,5 раза.

Ответ 2,5 раза

## Задачи по физике (11 класс)

### Задача 1 1 балл

Напряжение холостого хода на зажимах резистивного активного двухполюсника равно 5 В, а ток короткого замыкания равен 1 мА. Чему будет равняться напряжение нагрузки, если сопротивление нагрузки  $R_H=5$  кОм. Точность до десятых.



Решение:

Для начала нужно найти внутреннее сопротивление генератора:

$r_{вн} = \frac{U_{xx}}{I_{кз}}$ ,  $r_{вн} = 5000$  Ом, зная внутренне сопротивление, можно найти напряжение

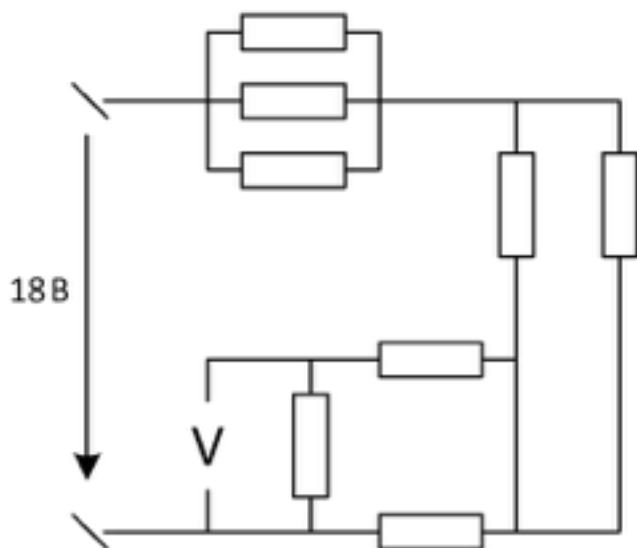
$$U_H = \frac{E_G}{r_{вн} + R_H} \cdot R_H = 2,5 \text{ В}$$

на нагрузке:

Ответ 2,5 В

### 2 задача 1 балл

Определить показание вольтметра, при условии того, что все резисторы имеют одинаковое сопротивление. Точность до десятых.



Решение:

Для начала нужно преобразовать все пассивные элементы в 1 резистор с эквивалент-

ным сопротивлением.  $R_{\text{экв}} = \frac{3}{2} R$ , затем определяем ток в цепи через закон Ома:

$I = \frac{2 \cdot U}{3 \cdot R}$ , зная входной ток можно определить ток в ветви с вольтметром:

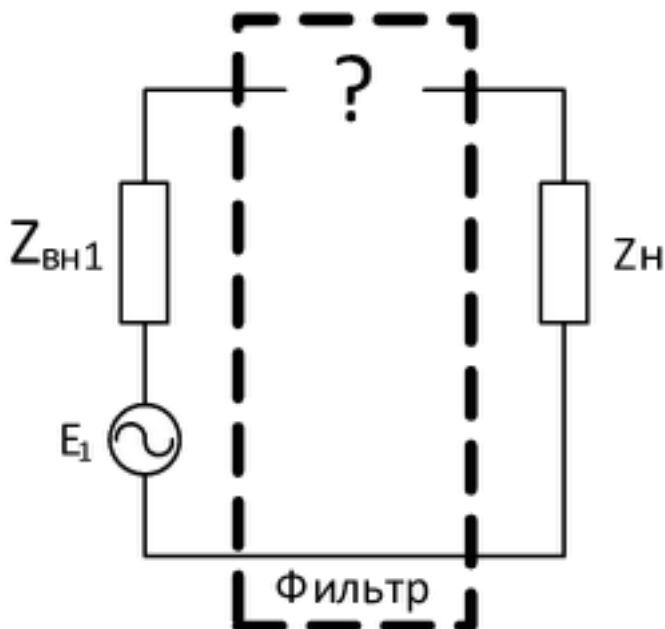
$I_V = I_{\text{экв}} \cdot \frac{R}{2 \cdot R + R} = \frac{1}{3} \cdot I_{\text{экв}}$ , зная ток через резистор к которому подключен вольтметр,

найдем его показание  $U_V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot U}{3 \cdot R} \cdot R = 4 \text{ В}$

Ответ 4 В.

### 3 задача 3 балла

Имеется генератор синусоидального сигнала с амплитудой  $E_1 = 20\sqrt{2}$  В, с частотой 100 рад/с и  $Z_{\text{вн1}} = 50 - j34$  Ом, к этому генератору подключена нагрузка с сопротивлением  $Z_H = 50 + j183$  через некоторый фильтр, необходимо подобрать фильтр для того чтобы согласовать генератор и нагрузку на сопротивление 50 Ом, т.е. чтобы  $Z_{\text{вн1}} = Z_H = 50$  Ом, укажите из какого элемента будет состоять фильтр и его номинал. Если фильтр – катушка индуктивности, то значение округлить до десятых мГн, если конденсатор, то значение округлить до десятых мкФ.



Решение:

Решение сводится к занулению мнимой составляющей импеданса, для этого вычисляем мнимую часть общего импеданса:  $Z = -j34 + j183 = j149$  Ом, характер цепи

является индуктивным, соответственно фильтром будет конденсатор, сопротивление

конденсатора вычисляется по формуле  $Z_c = \frac{1}{j\omega C}$ , выводим значение емкости:

$C = \frac{1}{j\omega Z_c}$ , соответственно емкость будет равна  $C=67,1$  мкФ

Ответ: конденсатор, 67,1 мкФ

#### 4 задача 1 балл

На промышленную площадку привезли кинетические накопители энергии (КНЭ) по типу маховиков. Один маховик состоит из полого цилиндра с внутренним радиусом 0,5м и внешнем 2,5м, масса маховика составляет 6 тонн, скорость вращения 15000 об/мин один маховик занимает площадь 9 м<sup>2</sup>, при этом на каждые 10 маховиков требуется преобразователь, который занимает дополнительно 24 м<sup>2</sup> и имеет КПД 95%, работа без преобразователя недопустима. Требуется определить сколько КНЭ можно разместить на площадке 370 м<sup>2</sup>, и какова максимальная запасенная энергия у получившейся системы? Точность до десятых МВт\*ч.

Решение:

Считаем количество КНЭ, каждые 10 занимают места: м<sup>2</sup>, зная общую площадь определим сколько систем можно поставить: м<sup>2</sup>, получаем 3 системы по 10 КНЭ и остаются 28 м<sup>2</sup>, но них нельзя установить преобразователь, поэтому суммарно 30 КНЭ, рассчитаем запасаемую мощность. Мощность одного накопителя высчитыва-

ется по формуле:  $E = \frac{1}{4} \cdot m \cdot (r_{внешн}^2 + r_{внутр}^2) \omega^2$  энергия одного маховика равняется:

$E = 2,4 \cdot 10^{10}$  Дж, переведем  $W = 6,688 \cdot 10^6$  Вт\*ч, умножаем полученное значение

энергии на количество КНЭ и получаем:  $W = 200,6$  МВт\*ч.

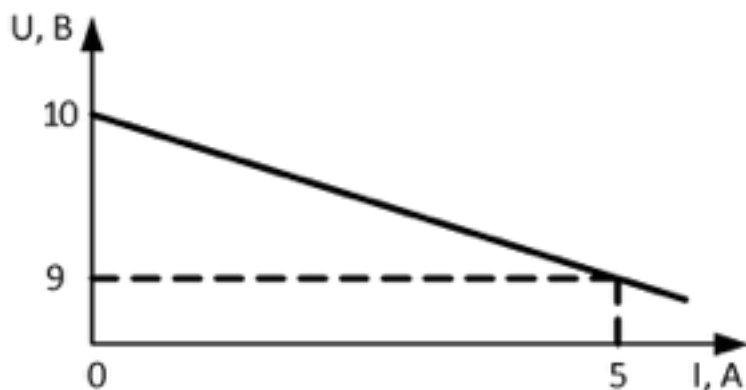
Ответ:  $W=200,6$  МВт\*ч

## Вторая попытка

### Задачи по математике (9 класс)

#### 1 задача 2 балла

Приведена линеаризованная нагрузочная характеристика источника питания, требуется, определить какое напряжение на зажимах источника питания будет при токе в 8 А. Точность до десятых.



Решение:

Требуется найти по графику уравнение кривой вида  $y = ax + b$

Для этого составим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 10 = a \cdot 0 + b \\ 9 = a \cdot 5 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 = b \\ 9 = a \cdot 5 + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10 = b \\ a = \frac{9 - 10}{5} = -0,2 \end{cases}$$

Зная коэффициенты уравнения определим значение напряжения при токе в 8 А:

$$U(8) = -0,2 \cdot 8 + 10 = 8,4 \text{ В}$$

Ответ: 8,4 В

## 2 задача 2 балла

При прокладке линий электропередачи через лес нужно было вырубить просеку шириной в 6 м длиной 2000 м, но в силу того, что часть средств была израсходована не на целевые нужды, была вырублена просека шириной 3 м длиной 2000 м. Прораб не знал, что ширина такой просеки обусловлена тем, что на участке просеки шириной 2 м и длиной 1000 м не установлена релейная защита, поскольку при ее установке часть средств также были использованы не по назначению. Во время грозы одно дерево разломилось и упало на линии электропередач. Определите вероятность падения на линии без релейной защиты. Ответ дайте в процентах от 1 до 100 с точностью до десятых.

Задача на геометрическую вероятность. Считается по формуле отношения геометрических мер.

$$P(A) = \frac{m(A)}{M(G)}$$

В данном случае геометрическая мера – площадь просеки, подставляем числа:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 1000}{3 \cdot 2000} \cdot 100 = 33,4\%$$

Ответ 33,4%

### 3 задача 3 балла

Известно, что потребляемая активная мощность (P) в 4 раза больше чем реактивная мощность (Q) цепи, а полная мощность (S) равняется 1000 ВА. Найдите ток, протекающий через резистор (потребитель активной мощности) подключенный в цепь с номиналом 100 Ом. Точность до десятых.

Известно, что полная мощность имеет формулу  $S^2 = P^2 + Q^2$ , а активная мощность:  $P = R \cdot I^2$

Решение:

Для решения требуется составить систему линейных уравнений.

$$\begin{cases} S^2 = P^2 + Q^2 \\ P = R \cdot I^2 \end{cases}$$

Пусть  $Q = \frac{1}{4}P$ , тогда

$$\begin{cases} S^2 = P^2 + \frac{1}{16}P^2 \\ P = R \cdot I^2 \end{cases}, \text{ упрощаем}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{16}{17}}S^2 = P \\ P = R \cdot I^2 \end{cases}$$

Получаем:

$$\sqrt{\frac{16}{17}}S^2 = R \cdot I^2, \text{ выводим } I$$

$$I = \sqrt{\frac{\sqrt{\frac{16}{17}}S^2}{R}} \text{ упрощаем}$$

$$I = \sqrt{\sqrt{\frac{16}{17}} \cdot \frac{S}{R}}, \text{ подставляем числа:}$$

$$I = \sqrt{\sqrt{\frac{16}{17}} \cdot \frac{1000}{100}} = 3,1 \text{ A}$$



Ответ 3,1 А

#### 4 задача 3 балла

Энергопотребление некоторого района в прошлый месяц составило 10 МВт\*ч, затем началась масштабная стройка, что привело к увеличению энергопотребления в 1,1 раз, в месяц, такой темп роста сохранился на всей продолжительности стройки. Строка шла в течении 2 лет, каково было суммарное потребление стройки? Точность до десятых.

Решение:

Сумма геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

Где:

$$b_1 = 10$$

$$q = 1,1$$

$$n = 13$$

Подставляем и считаем.

Ответ: 245,2

### Задачи по математике (11 класс)

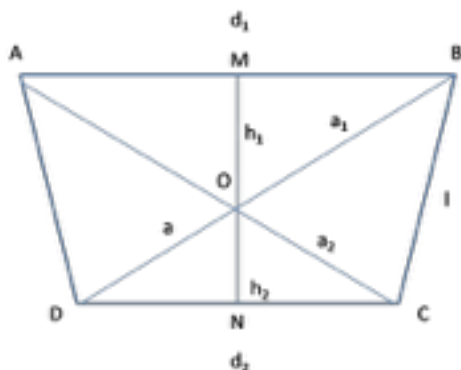
#### 1 задача 3 балла

В качестве накопителя энергии используется емкость с водой, имеющая форму усеченного конуса. Из емкости вода поступает на обратимую гидротурбину, которая подключена к генератору.

Длина образующей усеченного конуса составляет 3 см. Диагональ диаметрального сечения емкости равна 4 см. Эта диагональ делит высоту усеченного конуса, так, что длина меньшей части высоты составляет 28% от длины большей части высоты.

Найти объем воды, который может быть запасен в емкости. Ответ привести в м<sup>3</sup> с точностью до 9 знака после запятой.

Решение:



Введем обозначения, как показано на рисунке, где изображено диаметральное сечение усеченного конуса плоскостью. Большее основание равно диаметру большего

основания конуса  $AB = d_1$ , меньшее – меньше основания  $DC = d_2$ ,  $BC = AD = l = 3$  – образующие.  $BD = AC = a = 4$ .  $BO = AO = a_1$ ,  $DO = CO = a_2$ ,  $MN = H$  – высота конуса,  $MO = h_1$ ,  $NO = h_2$ . Из условий следует, что  $h_2/h_1 = z = 0,28$ .

Треугольник  $DON$  подобен треугольнику  $MOB$  по равенству трех углов.

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{h_2}{h_1} = z$$

Поэтому

Запишем для треугольника  $ABD$  теорему косинусов

$$l^2 = d_1^2 + a^2 - 2ad_1 \frac{d_1(1+z)}{2a}$$

$$l^2 = d_1^2 + a^2 - 2ad_1 \frac{d_1(1+z)}{2a}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{a^2 - l^2}{z}}$$

Запишем теорему Пифагора для треугольника  $MBO$

$$\frac{d_1^2}{4} + h_1^2 = \frac{a^2}{(1+z)^2}$$

$$h_1^2 = \frac{4za^2 - a^2(1+z)^2 + l^2(1+z)^2}{4z(1+z)^2}$$

Поскольку объем усеченного конуса определяется формулой

$$V = \frac{\pi}{12} H(d_1^2 + d_1d_2 + d_2^2)$$

, то общая формула для объема будет

$$V = \frac{\pi}{12} \frac{(1+z)^2(1+z+z^2)(a^2 - l^2)}{z} \sqrt{\frac{l^2(1+z)^2 - a^2(1-z)^2}{4z}}$$

После расчетов получается, что  $d_1 = 5$  см,  $d_2 = 1,4$  см,  $H = 2,4$  см. Объем  $V = 0,000021327$  м<sup>3</sup>.

Ответ:  $0,000021327$  м<sup>3</sup>.

### 2 задача 3 балла

Согласно одной из широко используемых теорий, при расчете ветрогенераторов можно считать, что коэффициент использования энергии ветра (КИЭВ) определяется формулой

$$\xi = \frac{P(V - v)}{F \frac{\rho V^3}{2}}$$

где  $P$  – давление на лопасти ветряка,  $V$  – скорость ветра,  $v$  – потеря скорости ветра на ветряке,  $F$  – площадь поверхности, заметаемой ветряком,  $\rho$  – плотность воздуха.

Давление на лопасти ветряка можно рассчитать по формуле

$$P = 2\rho Fv(V - v)$$

Определите, какую долю от максимально возможного КИЭВ  $\xi_{max}$  составляет КИЭВ  $\xi$  ветряка, у которого потеря скорости ветра  $v$  составляет 10% от скорости ветра  $V$ . Ответ привести в % с точностью до десятых.

Решение:

Несмотря на физический контекст, задачи исключительно математическая.

Необходимо подставить формулу для давления в формулу для КИЭВ и выразить КИЭВ как функцию только  $v$  и  $V$ . Затем выразить ее как функцию отношения  $v$  к  $V$ .

Получается

$$\xi = 4\left(\frac{v}{V}\right)\left(1 - \frac{v}{V}\right)^2$$

Далее необходимо найти максимум этой функции (взять производную, приравнять

нулю, найти корни, подставить), считая аргументом  $\frac{v}{V}$ . Получится значение максимально возможного КИЭВ 0,593.

Затем необходимо рассчитать КИЭВ при  $\frac{v}{V} = 0,1$ , получается 0,324.

Наконец, необходимо разделить КИЭВ при  $\frac{v}{V} = 0,1$  на максимально достижимый КИЭВ и получить ответ.

Ответ: 54,6%.

### 3 задача 1 балл

При прокладке линий электропередачи через лес нужно было вырубить просеку шириной в 6 м длиной 2000 м, но в силу того, что часть средств была израсходована не на целевые нужды, была вырублена просека шириной 3 м длиной 2000 м. Прораб не знал, что ширина такой просеки обусловлена тем, что на участке просеки шириной 2 м и длиной 1000 м не установлена релейная защита, поскольку при ее установке часть средств также были использованы не по назначению. Во время грозы одно дерево разломилось и упало на линии электропередач. Определите вероятность падения на линии без релейной защиты. Ответ дайте в % с точностью до десятых.

Решение:

Задача на геометрическую вероятность. Считается по формуле отношения геометрических мер.

$$P(A) = \frac{m(A)}{M(G)}$$

В данном случае геометрическая мера – площадь просеки, подставляем числа:

$$P(A) = \frac{2 \cdot 1000}{3 \cdot 2000} \cdot 100 = 33,4\%$$

Ответ 33,4%

#### 4 задача 2 балла

Научная группа приехала на исследовательскую станцию в Арктике, для того что бы обеспечить электроэнергию, требуется запустить дизель-генераторы. На станции имеются 6 дизель-генераторов, 2 из которых неисправны, а остальные находятся в удручающем состоянии, в силу того, что запуск происходит в холодном помещении, то вероятность запуска дизель-генератора равняется 0.3, для увеличения шанса обеспечить электроэнергией станцию, запускаются все исправные генераторы, определите вероятность того, что запустится три генератора. Ответ дать в % с точностью до десятых.

Решение:

Данная задача на формулу Бернулли.

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

Подставляем все значения:

$$P_4(3) = \frac{4!}{3!(4-3)} \cdot 0,3^3 \cdot (1-0,3)^{4-3} = 0,076$$

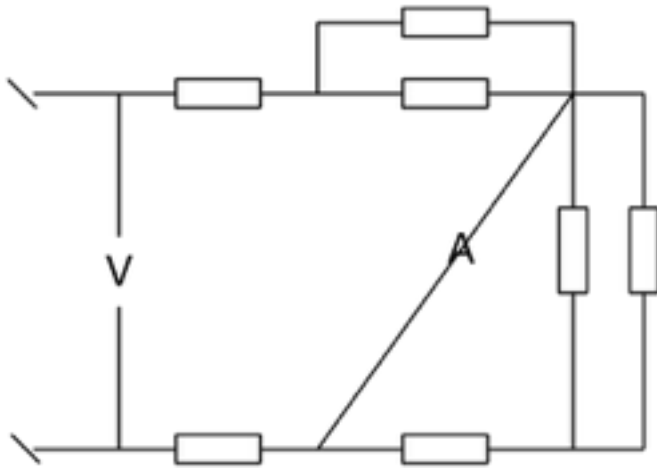
Переведем в %,  $0,076 \cdot 100 = 7,6\%$

Ответ 7,6%

## Задачи по физике (9 класс)

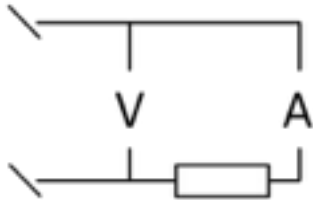
#### 1 задача 3 балла

Определить номинал каждого резистора в Ом, при условии, что все они имеют одинаковое сопротивление. Показания вольтметра 200 В, показание амперметра 1 А. Точность до десятых.

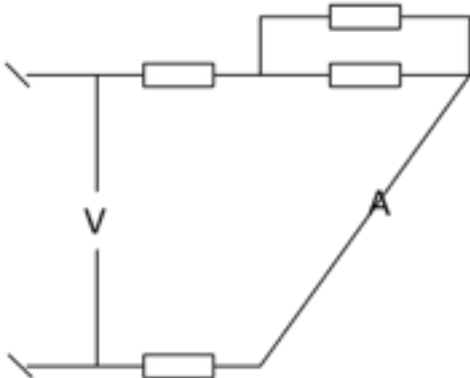


Решение:

Требуется преобразовать пассивные элементы до вида:



Зная, что амперметр имеет малое сопротивление, которым можно пренебречь, то схема преобразуется в следующую:



Найдем эквивалентное сопротивление:

$$R_{\text{экв}} = \frac{5}{2}R$$

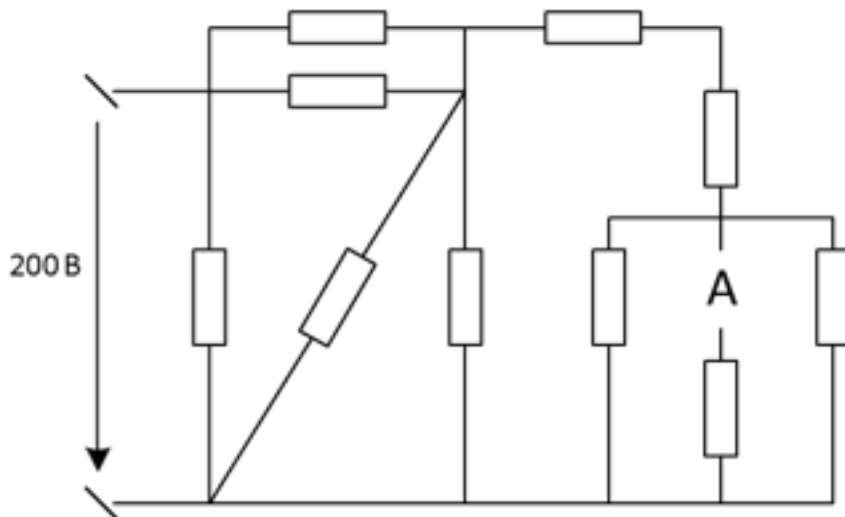
зная эквивалентное значение  $R$ , найдем значение сопротивления через закон Ома:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{2}{5} \cdot \frac{200}{1} = 80 \text{ Ом}$$

Ответ 80 Ом

### 2 задача 3 балла

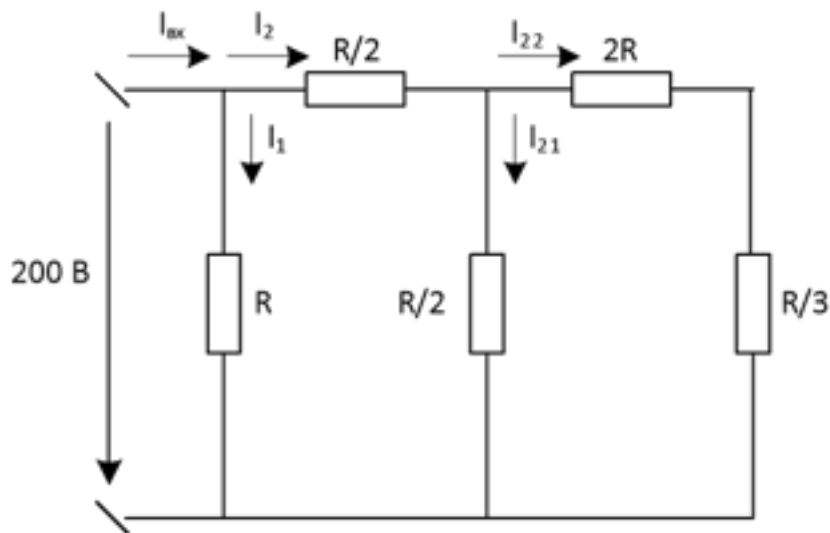
Определить показание амперметра, при условии того, что все резисторы имеют одинаковое сопротивление и равняется 50 Ом. Точность до сотых.



Решение:

Для начала нужно преобразовать все пассивные элементы для нахождения входного тока.

Упрощенная схема будет следующая:



$$R_{\text{вх}} = \frac{31}{65}R$$

Тогда:

$$I_{\text{вх}} = \frac{U}{R} = \frac{200}{\frac{31}{65}R} = \frac{200}{0,477 \cdot 50} = 8,38 \text{ A}$$

Зная  $I_{\text{вх}}$ , найдем  $I_2$ :

$$I_2 = I_{\text{вх}} \frac{R}{\frac{65}{34}R} = I_{\text{вх}} \frac{34}{65} = 4,38 \text{ A}$$

Зная  $I_2$ , найдем  $I_{22}$ :

$$I_{22} = I_2 \frac{\frac{R}{2}}{\frac{17}{6}R} = I_2 \frac{6}{34} = 0,772 A$$

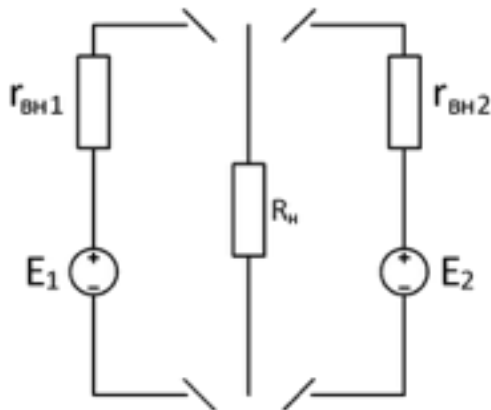
Зная  $I_{22}$ , найдем  $I_A$ :

$$I_A = \frac{1}{3} I_{22} = 0,26 A$$

Ответ 0,26 А

### 3 задача 1 балл

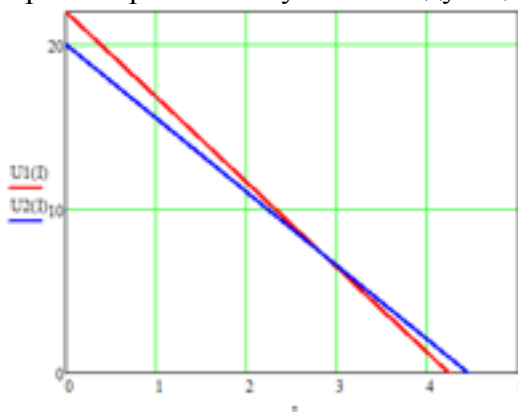
Есть два источника напряжения с ЭДС  $E_1=22$  В,  $E_2=20$  В, с внутреннем сопротивлением  $r_{вн1}=3,2$  Ом,  $r_{вн2}=2,5$  Ом, оба источника по очереди подключают к нагрузке  $R_H=2$  Ом. При каком токе в цепи с нагрузкой напряжение на зажимах источников будет одинаковым? Точность до десятых.



Решение:

Для того, чтобы найти ток требуется построить две нагрузочные характеристики цепей. Формула нагрузочная характеристика:  $U(I) = E - I \cdot R_H - I \cdot r_{ин}$

При построение получится следующий график:



Необходимо найти значение тока в точке пересечения, для это составляется уравнение:  $E_1 - I \cdot r_{вн1} - I \cdot R_H = E_2 - I \cdot r_{вн2} - I \cdot R_H$ , выражаем ток и получаем:

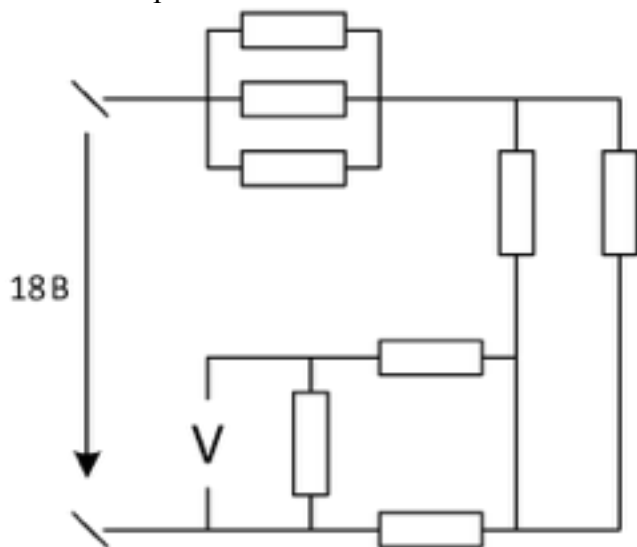
$$I = \frac{E_2 - E_1}{r_{\text{вн}2} - r_{\text{вн}1}} = 2,857 \text{ A}$$

, Округляем до десятых, получаем 2,9 А.

Ответ 2,9 А

#### 4 задача 2 балла

Определить показание вольтметра, при условии того, что все резисторы имеют одинаковое сопротивление. Точность до десятых.



Решение:

Для начала нужно преобразовать все пассивные элементы в 1 резистор с эквивалентным сопротивлением.

$$R_{\text{экв}} = \frac{3}{2} R$$

, затем определяем ток в цепи через закон Ома:

$$I = \frac{2 \cdot U}{3 \cdot R}$$

, зная входной ток можно определить ток в ветви с вольтметром:

$$I_V = I_{\text{экв}} \cdot \frac{R}{2 \cdot R + R} = \frac{1}{3} \cdot I_{\text{экв}}$$

, зная ток через резистор к которому подключен вольтметр,

$$U_V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2 \cdot U}{3 \cdot R} \cdot R = 4 \text{ В}$$

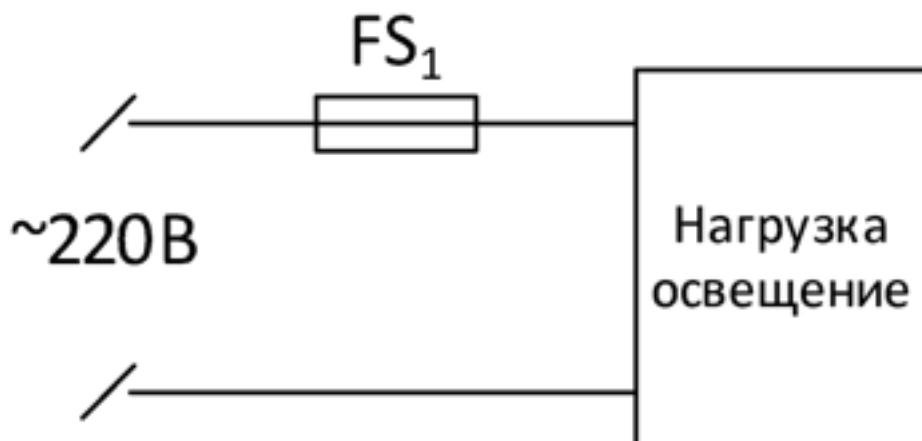
найдем его показание

Ответ 4 В.

#### 5 задача 1 балл

Помещение до реконструкции освещалось 10 лампами по 60 Вт, 220 В, в цепи питания 220 В стоит предохранитель (FS<sub>1</sub>) на 3 А. Сколько еще ламп можно подключить в цепь после реконструкции помещения, без замены предохранителя? Точность до десятых.





Решение:

Эту задачу можно решить несколькими способами, самый простой на «логику», общая мощность 10 ламп составляет 600 Вт, считаем максимальную мощность предохранителя:  $3 \cdot 220 = 660$  Вт, из полученного значения 660 вычитаем 600, получаем 60 Вт, т.е. можно поставить 1 лампу на 60 Вт, но в таком случае предохранитель сгорит, т.е. правильный ответ 0.

Ответ 0.

### Задачи по физике (11 класс)

#### 1 задача 1 балл

Есть последовательный колебательный контур из R-L-C элементов, с некоторой добротностью Q, как изменится добротность колебательного контура, если емкость конденсатора увеличить в 4 раза?

Решение:

Добротность колебательного контура:

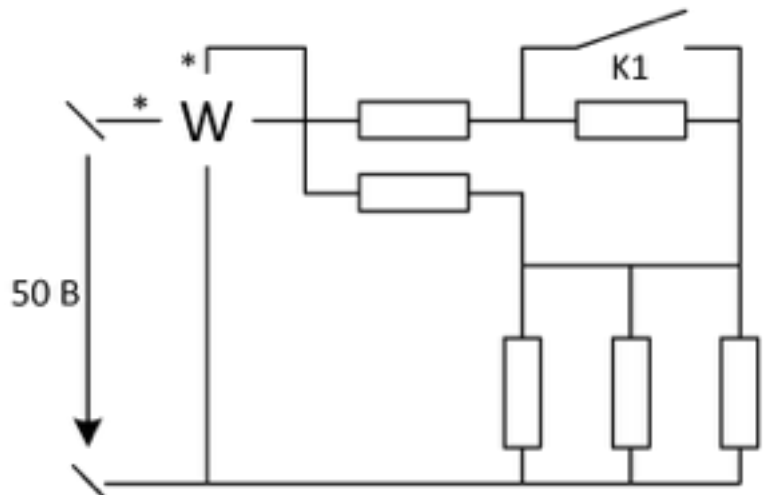
$$Q_1 = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{L}}{R} \sqrt{C}$$

$$Q_2 = \frac{\sqrt{L}}{R} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{L}}{R} = \frac{1}{2} Q_1$$

Ответ: уменьшится в 2 раза

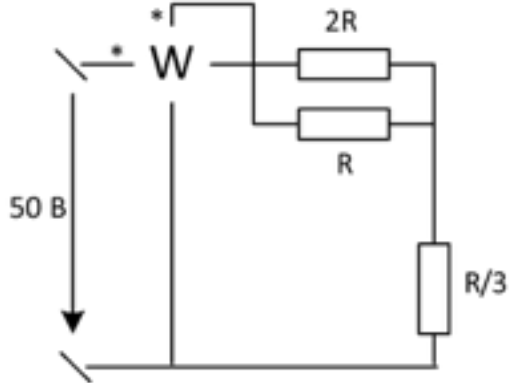
#### 2 задача 2 балла

Ваттметр в схеме показывает суммарную потребляемую мощность схемы, до замыкания ключа K1, показания ваттметра было  $P = 50$  Вт, какое показание ваттметра будет после замыкания ключа K1? Сопротивление резисторов одинаковое. Точность до десятых.



Решение:

До замыкания ключа схема имеет вид:



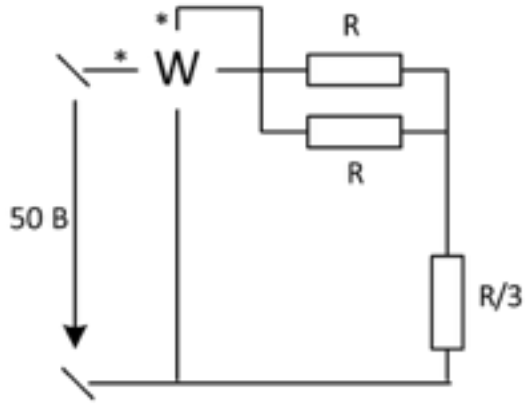
Найдем  $R_{\text{эв}}$ :

$$R_{\text{эв}} = \frac{2}{3}R + \frac{1}{3}R = R$$

Зная мощность, можно найти сопротивление одного резистора:

$$R = \frac{U^2}{P} = \frac{2500}{50} = 50 \text{ Ом}$$

Зная номиналы резисторов, рассчитаем схему после замыкания ключа, схема имеет следующий вид:



Найдем ток:

$$I = \frac{U}{R_{\text{экв}}} = \frac{U}{\frac{5}{6}R} = 1,2 \text{ A}$$

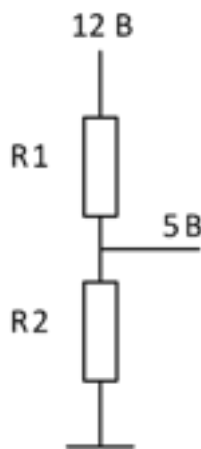
Зная ток найдем потребляемую мощность схемы:

$$P = U \cdot I = 50 \cdot 1,2 = 60 \text{ Вт}$$

Ответ: 60 Вт.

### 3 задача 3 балла

Резистивный делитель подключен к высокоомному логическому КМОП ключу. Необходимо подобрать номинал резистора R2, чтобы на затворе было 5 В. Номинал резистора R1=2 кОм. Ответ дать в кОм, точность до десятых.



Решение:

Решить данную задачу можно несколькими способами, один из способов:

Так как сопротивление затвора КМОП ключа высоко, то током протекающим через него можно пренебречь. Тогда ток через резистивный делитель будет равен:

$$I = \frac{U_{\text{экв}}}{R_1 + R_2}$$

$$U_{R2} = R_2 \frac{U_{\text{экв}}}{R_1 + R_2}$$

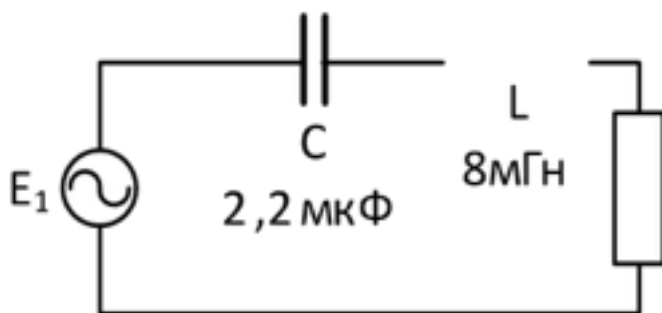
$$R_2 = \frac{U_{R2} \cdot R_1}{U_{\text{экв}} - U_{R2}} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^3}{12 - 5} = 1,42 \text{ кОм}$$

Ответ 1,42 кОм

### 4 задача 2 балла

Имеется генератор синусоидального сигнала с амплитудой  $E_1 = 10\sqrt{2}$  В, его подключили в схему с RLC цепью, оператор изменяет частоту генератора для того, чтобы катушка индуктивности и конденсатор вошли в резонанс и чтобы в схеме осталась чисто активная нагрузка. Известно, что при резонансе, сопротивления реактив-

ных элементов равны, но имеют разный знак, чему оно будет равно? Ответ дать в кОм и положительный, точность до десятых.



Решение:

Найдем частоту резонанса:

$$\omega = \frac{1}{LC} = \frac{1}{220 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-3}} = 56,81 \text{ рад/с}$$

Найдем сопротивление катушки индуктивности

$$X_L = \omega L = 56,81 \cdot 8 \cdot 10^{-3} = 454,48 \text{ кОм}$$

Ответ: 454,5 кОм

### 5 задача 2 балла

На промышленную площадку привезли кинетические накопители энергии (КНЭ) по типу маховиков. Один маховик состоит из полого цилиндра с внутренним радиусом 0,5м и внешнем 2,5м, масса маховика составляет 6 тонн, скорость вращения 15000 об/мин один маховик занимает площадь  $9 \text{ м}^2$ , при этом на каждые 10 маховиков требуется преобразователь, который занимает дополнительно  $24 \text{ м}^2$  и имеет КПД 95%, работа без преобразователя недопустима. Требуется определить сколько КНЭ можно разместить на площадке  $370 \text{ м}^2$ , и какова максимальная запасенная энергия у получившейся системы? Точность до десятых МВт\*ч.

Решение:

Считаем количество КНЭ, каждые 10 занимают места:  $\text{м}^2$ , зная общую площадь определим сколько систем можно поставить:  $\text{м}^2$ , получаем 3 системы по 10 КНЭ и остаются  $28 \text{ м}^2$ , но них нельзя установить преобразователь, поэтому суммарно 30 КНЭ, рассчитаем запасаемую мощность. Мощность одного накопителя высчитыва-

ется по формуле: 
$$E = \frac{1}{4} \cdot m \cdot (r_{\text{внеш}}^2 + r_{\text{внутр}}^2) \omega^2$$
 энергия одного маховика равняется:

$E = 2,4 \cdot 10^{10}$  Дж, переведем  $W = 6,688 \cdot 10^6$  Вт\*ч, умножаем полученное значение

энергии на количество КНЭ и получаем:  $W = 200,6$  МВт\*ч.

Ответ: 30 КНЭ,  $W=200,6$  МВт\*ч