Заключительный этап

Заключительный этап олимпиады состоит из двух частей: индивидуальное решение задач по предметам (физика, информатика) и командное решение инженерное задачи. На индивидуальное решение задач дается по 2 часа на один предмет. Решение каждой задачи дает определенное количество баллов. Участники получают оценку за решение задач в совокупности по всем предметам данного профиля (физика и математика) — суммарно от 0 до 2000 баллов.

3. Заключительный этап: индивидуальная часть

Задачи по физике

На выполнение всех задач отводится 2 часа. Задачи имеют разную сложность и, в целом, их число избыточно для такого времени, однако достаточно подробные критерии оценки дают возможность дифференцировано оценить работы участников.

1. **12 баллов.**

Условие. Солнечные электростанции башенного типа представляют собой башню, на вершине которой находится резервуар с теплоносителем. Башня окружена зеркалами гелиостатами, которые поворачиваются вслед за Солнцем и отражают его свет так, чтобы отражение попадало на резервуар. Перед подачей в резервуар теплоноситель поддерживают при температуре порядка 290˚С, а под действием солнечных лучей он нагревается до 590 ˚С. Считайте, что зеркала отражают 99% света, падающего на них, точно в резервуар, резервуар поглощает 90% падающего света, мощность солнечного излучения линейно растет до максимума в течение рассвета, а затем вечером падает обратно до нуля в течение заката (по 1 часу), а в остальное время светового дня остается неизменной. (16 часов), теплоноситель всегда остается в жидком состоянии. Оцените массу теплоносителя, который проходит через башню за световой день. Суммарная площадь зеркал 300м^2, удельная теплоемкость теплоносителя с = 4кДж/кг˚С. Поглощением солнечной энергии в атмосфере пренебрегите.

Солнечная постоянная *- суммарный поток солнечного излучения, проходящий за единицу времени через единичную площадку, ориентированную перпендикулярно потоку, на расстоянии одной астрономической единицы от Солнца вне земной атмосферы.* L = 1367 Вт/м²,

3. **24 баллов.**

Условие. Практически вся электроэнергия, которую потребляет лампа накаливания, передается окружающим телам в виде излучения. Лампа имеет вольфрамовую нить накаливания с диаметром спирали 0,2 мм и длиной 5 см. Сразу после включения лампы в сеть 220В амперметр показал ток через лампу в 3.88А. Определите, какой максимальный скачок напряжения может выдержать эта лампа, если температура плавления вольфрама T = 3422˚С. Лампа до включения долго лежала выключенной в помещении с комнатной температурой (около 22 ˚С).

Закон Стефана-Больцмана $Q = \varepsilon S \sigma T^4$ *описывает мощность излучения единицы площади поверхности абсолютно черного тела. T – температура излучающего тела в кельвинах, S – площадь поверхности тела,* $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 K^4}$ *- постоянная Стефана-Больцмана.*

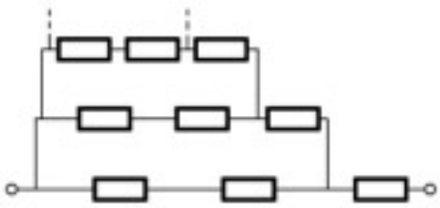
В реальных случаях вводят дополнительный коэффициент «черноты» поверхности ε *- степень черноты поверхности тела (для вольфрамовой нити* $\varepsilon = 0,3$*),*

Изменение сопротивления от температуры описывается формулой: $R(T) = R_0(1+\alpha(T-T_0))$*, где α – температурный коэффициент сопротивления, считайте его постоянным и равным для вольфрам 0,005 град*$^{-1}$.

2. **28 баллов. Условие.** В процессе исследования электросхемы марсохода проводились стресс тесты на длительную эксплуатацию. К аккумуляторной батарее марсохода было параллельно подключено два дублирующихся (одинаковых) прибора. Амперметр, стоящий перед батареей первоначально показал, что сила тока через бата-

рею, при включении любого прибора была расчетной, но через продолжительное время при включении одного из приборов изменилась до 18% от расчетной, а при переключении на второй осталась исходной. При включении одновременно двух приборов сила тока стала превышать расчетную (для одного прибора) на 14.9% . Инженерами было предположено, что такое изменение силы тока возможно из-за возникновения паразитного сопротивления в контактах одного из приборов. Оцените величину этого паразитного сопротивления, если сопротивление прибора R = 10 Ом.

4. **36 баллов. Условие.** Сколько тепла выделится в следующей фрактальной цепи, если подключить ее на 2 секунды к батарейке в 1.5В. Каждый следующий шаг в системе уменьшает длину элемента в два раза при постоянном сечении. Сопротивление одного элемента в ближайшей к обкладкам полоске 10 Ом. Батарейку считайте идеальной.



Задачи по математике (9 класс)

1. Найти все значения x и y, удовлетворяющие равенству

Ответ: одно из чисел равно 1, а другое произвольно.

Решение: Данное равенство эквивалентно следующему: $(x - 1)(y - 1) = 0$.

Критерии:

0 баллов - нет ответа, не получено равенство, неправильная логика рассуждений;

1-7 баллов - неправильный ответ, получено неверное эквивалентное равенство, верный ход рассуждений;

8-14 баллов - неправильный ответ, верный ход рассуждений, получено верное эквивалентное равенство; правильный ответ, верный ход рассуждений, не получено равенство

15 баллов - правильный ответ, получено эквивалентное равенство.

2. Разработчики переходят из проекта в проект, причем работа в каждом следующем проекте либо интереснее, либо лучше оплачивается.

Одному разработчику повезло - в его новом проекте одновременно более интересные задачи и более высокая зарплата.

Могло ли такое быть, если на одно место в проекте претендует один кандидат? Ответ объясните.

Ответ: Такое могло быть.

Р е ш е- $\frac{11110}{11111}$, $\frac{44441}{44445}$, $\frac{33331}{33334}$ **ние:** Пусть есть три проекта — А, Б и В. П у с т ь по сложности задач проекты расположены в порядке В, А, Б (Б — самый сложный), а по зарплате — в порядке Б, В, А (А — самый дорогой). Предположим, что разработчик, работавший в А, переходит в Б (более сложный проект), работавший в Б — в В (более дорогой), работавший в В — в А (одновременно более сложный и более дорогой). Как видим, описанная в задаче ситуация могла случиться.

Критерии:

0 баллов - нет ответа, неправильная логика рассуждений;

1-6 баллов - правильный ответ, нет объяснений и/или примера; неправильный ответ, есть верные рассуждения

7-13 баллов - правильный ответ, верный пример;

14-19 баллов - правильный ответ, есть верное объяснение, нет примеров;

20 баллов - правильный ответ, есть верное объяснение и примеры.

$\frac{11110}{11111}$, $\frac{33331}{33334}$, $\frac{44441}{44445}$

3. Сравните дроби и расположите их в порядке возрастания.

Ответ:

Решение: Рассмотрим числа

1-x=1/11111,

1-y=3/33334,

1-z=4/44445,

а также обратные к ним

1/(1-x)=11111,

1/(1-y)=11111+1/3,

1/(1-z)=11111+1/4.

Мы видим, что 1/(1-x) < 1/(1-z) < 1/(1-y).

Поскольку все рассматриваемые числа положительны, 1-x > 1-z > 1-y. Следовательно, x<z<y.

Критерии:

0 баллов - нет ответа/неправильный ответ, неправильная логика рассуждений;

1-10 балл - правильный ответ, нет объяснения или неправильная логика рассуждений;

11-20 балла - нет ответа/неправильный ответ, правильная логика рассуждений, решение не доведено до конца;

21-29 - правильный ответ, решение не доведено до конца или допущена арифметическая ошибка;

30 баллов - правильный ответ, верная логика рассуждений, решение доведено до конца.

4. В городе 15 остановок, некоторые из них соединены маршрутами общественного транспорта: автобусными, трамвайными и троллейбусными.

Маршруты разработаны так, что в выходной для автобусного депо день, попасть с любой остановки на любую другую остановку (возможно, с пересадками) можно на трамвае и/или троллейбусе. Аналогично для выходных в трамвайном и троллейбусном депо.

Какое наименьшее число маршрутов может быть в городе?

Ответ: 21 маршрут.

Решение:

1) Найдем минимальное число маршрутов двух видов транспорта.

Обозначим число маршрутов через n. Если мы уберем один из них, транспортная сеть города может распасться на две разрозненные сети, но может и не распасться. Если убрать еще один маршрут, не более одной трансортной сети может разделиться ещё на две, количество сетей увеличится не более чем на одну. Продолжая аналогичные рассуждения, получим, что после отмены последнего маршрута количество трансортных сетей не может превысить $n+1$. Поскольку 15 остановок без маршрутов между ними - это 15 разрозненых сетей, то $n \geq 14$ *(1)*.

Пусть количество маршрутов автобусов, трамваев и троллейбусов будет a, b и c. Исходя из найденного минимального числа маршрутов двух видов транспорта n, получаем $a+b \geq 14$, $b+c \geq 14$, $c+a \geq 14$. Складывая эти неравенства, получаем: $2(a+b+c) \geq 42$, т. е. у трёх видов транспорта в сумме как минимум 21 маршрут.

Критерии:

0 баллов - нет ответа/неправильный ответ, неправильная логика рассуждений;

1-10 баллов - правильный ответ, нет объяснения или неправильная логика рассуждений;

11-20 баллов - нет ответа/неправильный ответ, правильная логика рассуждений, решение не доведено до конца;

21-30 баллов - верная логика рассуждений, найдено минимальное число маршрутов двух видов транспорта, решение не доведено до конца, то есть не получена система неравенств или получена неправильная;

31-34 балла - верная логика рассуждений, найдено минимальное число маршрутов двух видов транспорта, получена система неравенств, допущена арифметическая ошибка в решении системы неравенств;

35 баллов - правильный ответ, верная логика рассуждений, найдено минимальное число маршрутов двух видов транспорта, получена система неравенств.

Математика 10-11 класс

1. Решить систему уравнений:

$$x + y + z = -1$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$
$$x^3 + y^3 + z^3 = -1$$

Ответ: (-1,0,0), (0,-1,0), (0,0,-1)

Решение: Возводим (1) в квадрат и вычитаем (2), получаем:

$$(x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2) = 2(xy+yz+xz) \Rightarrow xy+xz+yz = 0\ (\bullet)$$

(•)

Возводим (1) в куб и вычитаем (3), получаем:

$$(x+y+z)^3 - (x^3+y^3+z^3) = 3(x+y)(x+z)(y+z) \Rightarrow 3xyz = 0\ (\bullet\bullet)$$

(••)

Анализируем (••):

Пусть $x = 0$, то выражение (•) показывает, что $yz = 0$. Поэтому либо $y = 0$ и $z = -1$, либо $z = 0$ и $y = -1$.

Аналогично для y=0 и z=0. В результате получаем: (0, 0, -1), (0, -1, 0) и (-1, 0, 0).

Критерии:

0 баллов - нет ответа/неправильный ответ, неправильная логика рассуждений;

1-7 баллов - неправильный ответ, получено неверное эквивалентное равенство, верный ход рассуждений; правильный ответ, но нет решения

8-14 баллов - правильная логика рассуждений, решение не доведено до конца или допущена арифметическая ошибка

15 баллов - правильный ответ, верная логика рассуждений, решение доведено до конца.

2. Разработчики переходят из проекта в проект, причем работа в каждом следующем проекте либо интереснее, либо лучше оплачивается.

Одному разработчику повезло - в его новом проекте одновременно более интересные задачи и более высокая зарплата.

Могло ли такое быть, если на одно место в проекте претендует один кандидат? Ответ объясните.

Ответ: Такое могло быть.

Решение: Пусть есть три проекта — А, Б и В. Пусть по сложности задач проекты расположены в порядке В, А, Б (Б — самый сложный), а по зарплате — в порядке Б, В, А (А — самый дорогой). Предположим, что разработчик, работавший в А, переходит в Б (более сложный проект), работавший в Б — в В (более дорогой), работавший в В — в А (одновременно более сложный и более дорогой). Как видим, описанная в задаче ситуация могла случиться.

Критерии:

0 баллов - нет ответа, неправильная логика рассуждений;

1-6 баллов - правильный ответ, нет объяснений и/или примера;

7-13 баллов - правильный ответ, верный пример;

14-19 баллов - правильный ответ, есть верное объяснение, нет примеров;

20 баллов - правильный ответ, есть верное объяснение и примеры.

3.Три стартапера выбирают место для работы в своем городе. Один из них планирует добираться до работы пешком, второй - ехать на велосипеде, третий - на автомобиле. Их скорости соотносятся как 1:2:3. Какое место выбрать стартаперам, чтобы суммарное время, затрачиваемое на дорогу всеми участниками, было наименьшим?

Все трое живут не на одной улице. Каждый выбирает кратчайший путь до места встречи.

Ответ: Дома у того, кто планирует добираться до работы пешком.

Решение: Этим местом для работы является дом первого стартапера, планирующего ходить на работу пешком. Для доказательства этого обозначим искомое место для работы буквой *A*, а дома стартаперов - цифрами 1, 2, 3 в соответствии с соотношением скоростей. Расстояния между домом 1 и домами 2 и 3 обозначим через а и *b*, а расстояния от точки *A* до домов 1, 2, 3 — через *x*, *y* и *z* соответственно. Тогда

$$\frac{a}{2} \le \frac{x}{2} + \frac{y}{2}, \quad \frac{b}{3} \le \frac{x}{3} + \frac{z}{3},$$

откуда

$$\frac{a}{2} + \frac{b}{3} \le \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{x}{3} + \frac{z}{3} \le \frac{y}{2} + \frac{z}{3}$$

, причём равенство достигается при x = 0, т. е. когда точка *A* совпадает с домом 1.

Критерии:

0 баллов - нет ответа/неправильный ответ, неправильная логика рассуждений;

1-10 балл - правильный ответ, нет объяснения или неправильная логика рассуждений;

11-20 балла - нет ответа/неправильный ответ, правильная логика рассуждений, решение не доведено до конца;

21-29 - правильный ответ, решение не доведено до конца или допущена арифметическая ошибка;
30 баллов - правильный ответ, верная логика рассуждений, решение доведено до конца.

4. Компьютеры компании объединены в несколько сетей, при этом: 1) любой компьютер может напрямую обратиться к любому другому компьютеру; 2) для любой пары сетей найдется, и притом единственное, общее устройство; 3) в каждой сети ровно три компьютера. Сколько всего сетей?

Ответ: 7.

Решение: Докажем, что если выполняются указанные условия, то число устройств n и число сетей N связаны соотношением $N = n(n - 1) + 1$. Пусть a — одна из сетей, B — компьютер, не подключенный к сети a. Каждая сеть, к которой подключен B, имеет общее устройство с сетью a. Поэтому B подключен ровно к n шинам. Аналогично доказывается, что через каждый компьютер сети a подключен к $n - 1$ сети, отличной от a. Всего получаем $n(n - 1)$ разных сетей и ещё сама a. Итого 7 сетей

Критерии:
0 баллов - нет ответа/неправильный ответ, неправильная логика рассуждений;
1-10 баллов - правильный ответ, нет объяснения или неправильная логика рассуждений;
11-20 баллов - нет ответа/неправильный ответ, правильная логика рассуждений, решение не доведено до конца;
21-30 баллов - верная логика рассуждений, решение не доведено до конца, то есть не получено соотношение между числом устройств и числом сетей или получено неправильное;
31-34 балла - верная логика рассуждений, получено соотношение между числом устройств и числом сетей, допущена арифметическая ошибка;
35 баллов - правильный ответ, верная логика рассуждений, получено соотношение между числом устройства, получена система неравенств.