

1. (3 балла) Числа a, b, c удовлетворяют условиям $a < 0 < b < c$. Какие из следующих неравенств

$$1) a^4 < b^4, \quad 2) a + b < c, \quad 3) a - c < b - c, \quad 4) ac < bc, \quad 5) ab < ac, \quad 6) |b| \neq |a - c|$$

при данных условиях обязательно выполняются? Перечислите их номера в порядке возрастания без запятых и пробелов.

2. (5 баллов) При делении чисел 312837 и 310650 на некоторое трехзначное натуральное число получились одинаковые остатки. Найдите этот остаток.

3. (7 баллов) В четырехугольнике $ABCD$ известно, что

$$AB = \sqrt{7}, \quad BC = \sqrt{28}, \quad CD = \sqrt{21}, \quad \angle ABC = 120^\circ, \quad \angle BCD = 90^\circ.$$

Найдите длину стороны AD .

4. (10 баллов) На лотерее каждую неделю разыгрывают 6 номеров из 36. Какова вероятность того, что на этой неделе выпадет хотя бы один номер такой же, как в прошлую неделю? Результат округлите до тысячных.

5. (10 баллов) Сколько способов замостить прямоугольник 2×12 неперекрывающимися доминошками 1×2 ?

6. (10 баллов) Площадь сектора круга равна 100. При каком значении радиуса круга периметр этого сектора будет минимальным? Если ответ не целое число, то округлите до десятых.

7. (12 баллов) Решите систему уравнений. В ответ напишите наибольшее значение y .

$$\begin{cases} 3x^2 - xy = 1, \\ 9xy + y^2 = 22. \end{cases}$$

8. (13 баллов) На координатной плоскости закрашены все точки, координаты которых удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} |2x + 3y| + |3x - 2y| \leq 13, \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 \leq 0. \end{cases}$$

Найдите площадь получившейся фигуры.

Следующие две задачи решите с обоснованием ответа.

9. (15 баллов) Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^3 - 7x^2 + (a^2 - 10a + 27)x - a^2 + 10a - 21 = 0$$

имеет два различных положительных корня.

10. (15 баллов) У тетраэдра все грани равные треугольники со сторонами 8, 9 и 10. Можно ли такой тетраэдр упаковать в коробку с внутренними размерами $5 \times 8 \times 8$?