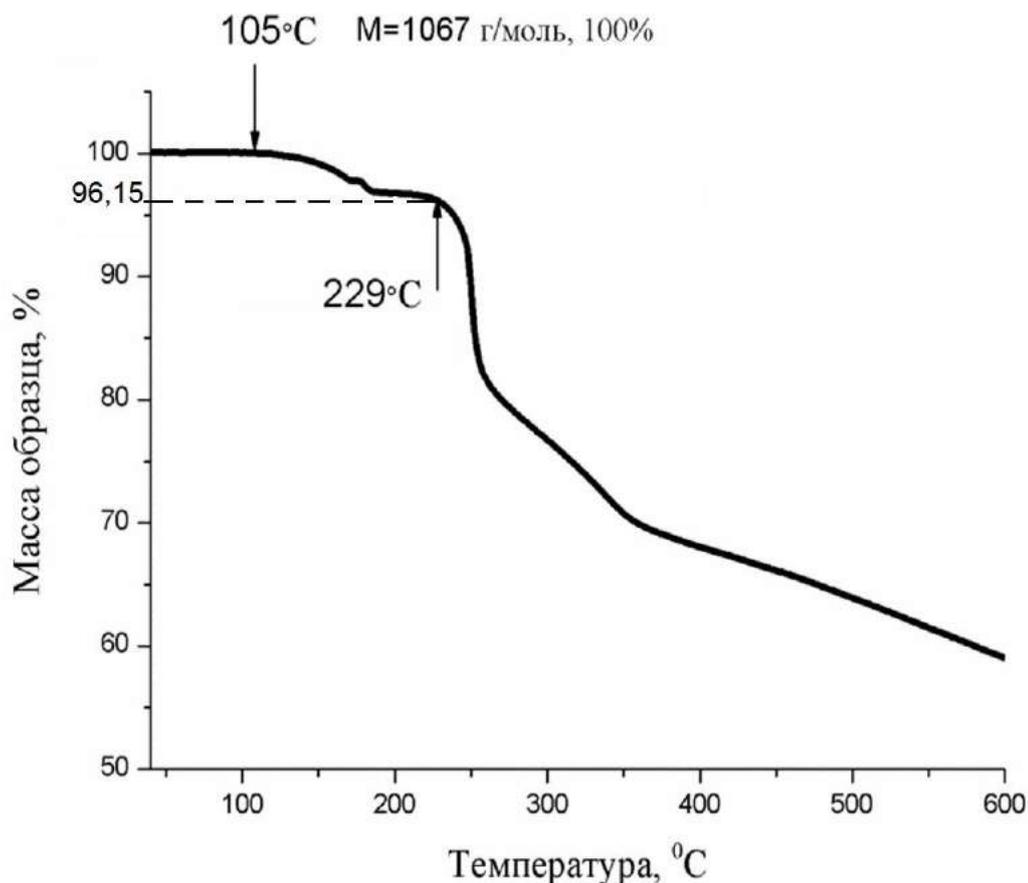


**Задания и решения заключительного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2017/2018
8-9 классы**

Задача 1.1 (25 баллов)

Термогравиметрический анализ (ТГА) — метод анализа, при котором регистрируется зависимость изменения массы исследуемого образца от температуры. Известно, что комплексное соединение соли А с $\mu(A)=1067 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$ содержит в своей структуре одну молекулу растворителя. В результате анализа было получено, что растворитель выходит из структуры комплекса в диапазоне 105–229 °С, после чего соединение полностью разлагается (см. рисунок).

Исходя из данных термогравиметрического анализа определите, какой из возможных растворителей (H_2O , CH_3CN , CH_3OH , $\text{C}_2\text{F}_5\text{OH}$) входит в состав комплексной соли. Приведите возможную схему синтеза данного растворителя из неорганических веществ.



Решение:

Из данных термогравиметрического анализа найдем молекулярную массу молекулы растворителя, содержащейся в структуре соли А:

$$\mu(p) = \mu(A) \cdot (1 - 0,9615) \approx 41 \text{ г/моль}$$

Далее найдем молекулярные массы растворителей, представленных в задаче:

$$\mu(\text{H}_2\text{O}) = 18 \text{ г/моль}$$

$$\mu(\text{CH}_3\text{CN}) = 41 \text{ г/моль}$$

$$\mu(\text{CH}_3\text{OH}) = 32 \text{ г/моль}$$

$$\mu(\text{C}_2\text{F}_5\text{OH}) = 136 \text{ г/моль}$$

Отсюда находим, что комплексное соединение соли А содержит в своей структуре одну молекулу ацетонитрила (CH_3CN).

Далее приведем один из способов получения ацетонитрила из неорганических веществ:



$\text{C}_2\text{H}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{CH}_3\text{CHO}$ (ацетальдегид) – реакция протекает в присутствии соли ртути (Hg^{2+}) в кислой среде

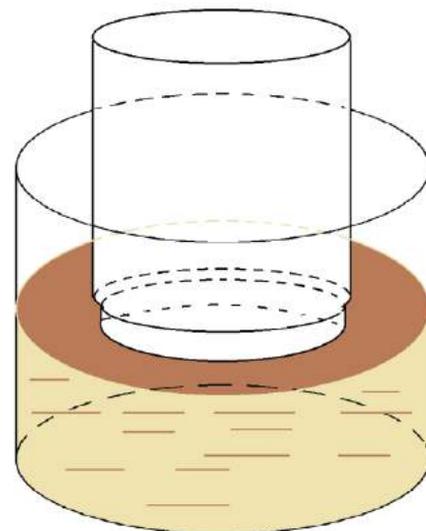
$2\text{CH}_3\text{CHO} + \text{O}_2 = 2\text{CH}_3\text{COOH}$ – реакция протекает в присутствии ацетата марганца (II) при повышенной температуре и давлении

$\text{CH}_3\text{COOH} + \text{NH}_3 = \text{CH}_3\text{CONH}_2 + \text{H}_2\text{O}$ – реакция протекает в присутствии Al_2O_3 при повышенной температуре

$\text{CH}_3\text{CONH}_2 = \text{CH}_3\text{CN} + \text{H}_2\text{O}$ – реакция протекает в присутствии P_2O_5

Задача 2.2 (25 баллов)

Закрепленная перевернутая литровая банка заполнена кислородом и касается горлышком поверхности керосина так, как показано на рисунке. Уровень керосина в сосуде поддерживается постоянным. Внутри банки содержится 1 грамм натрия, который покрыт защитной оболочкой. В некоторый момент времени она разрушается и начинается химическая реакция. На сколько поднимется уровень керосина в банке после того, как весь натрий прореагирует? Все процессы считать изотермическими, проходящими при комнатной температуре и нормальном атмосферном давлении. Объем натрия и продуктов химической реакции считать много меньшим, чем внутренний объем банки. Давлением паров керосина пренебречь. Плотность керосина равна $0,8 \text{ г/см}^3$. Для простоты банку считать цилиндром с высотой 20 см.



Решение:

Пусть $m_{\text{Na}} = 1$ г — масса натрия, $\mu_{\text{Na}} = 23$ г/моль — молярная масса натрия, $\nu_{\text{Na}} = m_{\text{Na}}/\mu_{\text{Na}} = 1/23$ — число молей натрия. Реакция взаимодействия натрия с кислородом описывается уравнением



поэтому для того, чтобы прореагировал весь натрий, нужно $1/46$ моль кислорода; в то же время в 1 л при условиях, близких к нормальным, содержится почти $1/20$ моль газа, т.е. после того, как натрий прореагирует полностью, в банке останется ещё примерно половина исходного количества кислорода.

Пусть p_0 — атмосферное давление (совпадающее с начальным давлением кислорода в банке), p_1 — давление кислорода в банке в конечном состоянии, h_0 — полная высота банки, h_1 — высота столба керосина в банке в конечном состоянии. Тогда условие равновесия в конечном состоянии записывается в виде

$$p_0 = p_1 + \rho g h_1, \quad (2)$$

где ρ — плотность керосина, а g — ускорение свободного падения.

Пусть $\nu_0 = \frac{p_0 V_0}{RT}$ и ν_1 — начальное и конечное число молей кислорода (здесь V_0 — объём банки, T — температура, при которой проводится эксперимент [в дальнейшем будем считать, что $T = 298$ К], R — универсальная газовая постоянная). Тогда из уравнения реакции (1) следует

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{1}{2}\nu_{\text{Na}}. \quad (3)$$

Поскольку в начальном и конечном состоянии температуры кислорода равны, из уравнения Менделеева-Клапейрона следует, что

$$p_1 = p_0 \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{h_0}{h_0 - h_1}, \quad (4)$$

так что уравнение (2) приобретает вид

$$p_0 \frac{\nu_1}{\nu_0} \frac{h_0}{h_0 - h_1} = p_0 - \rho g h_1. \quad (5)$$

Умножая обе стороны этого уравнения на $(h_0 - h_1)$ и используя равенство (3), его можно переписать в виде квадратного уравнения на отношение $\frac{h_1}{h_0}$:

$$\rho g h_0 \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^2 - (p_0 + \rho g h_0) \left(\frac{h_1}{h_0}\right) + p_0 \frac{\nu_{\text{Na}}}{2\nu_0} = 0. \quad (6)$$

Вводя далее обозначения

$$A = \frac{p_0}{\rho g h_0}, \quad x = \frac{h_1}{h_0}, \quad n = \frac{\nu_{\text{Na}}}{2\nu_0}, \quad (7)$$

получаем квадратное уравнение на x

$$x^2 - (A + 1)x + An = 0, \quad (8)$$

решения которого даются формулой

$$x_{1,2} = \frac{A + 1 \pm \sqrt{(A + 1)^2 - 4An}}{2}. \quad (9)$$

Оценим теперь безразмерный параметр A в формуле (9). Принимая h_0 равным 20 см, а $\rho = 0.8$ г/см³, получаем $A \sim 65 \gg 1$. Поскольку по смыслу задачи $0 \leq x \leq 1$, в формуле (9) нам нужно взять знак “−” перед корнем (второй корень оказывается существенно превосходящим единицу, $x_2 \sim A$), так что окончательно получаем

$$h_1 = \frac{A + 1 - \sqrt{(A + 1)^2 - 4An}}{2} h_0 \simeq 10.55 \text{ см.} \quad (10)$$

Заметим, что воспользовавшись неравенством $A \gg 1$, можно было очень просто получить приближенное решение задачи. Действительно, неравенство $A \gg 1$ означает, что давление $\rho g h_1$, создаваемое (пока ещё неизвестным) столбом керосина высотой ($h_1 \leq h_0$) в банке, заведомо очень мало по сравнению с атмосферным давлением. Это означает, что давление кислорода и в конечном состоянии будет практически совпадать с атмосферным давлением, что в свою очередь означает, что

$$\frac{h_0 - h_1}{h_0} = \frac{\nu_1}{\nu_0}, \quad (11)$$

откуда сразу получаем ответ

$$h_1 = \frac{\nu_{\text{Na}}}{2\nu_0} h_0 \simeq 10.63 \text{ см,} \quad (12)$$

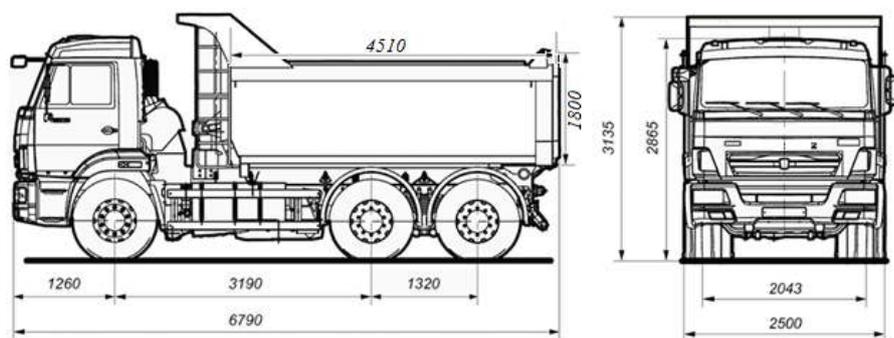
который с точностью до процента совпадает с точным ответом (10).

Задача 3.3 (25 баллов)

С наступлением зимы перед коммунальными службами остро стоит вопрос: что делать с выпавшим снегом? Его можно вывозить на специальные площадки или плавить в снегоплавильных установках прямо в городе. Оцените, на каком расстоянии должна находиться специальная площадка, чтобы вывозить снег было выгоднее, чем плавить его, с использованием наиболее выгодного вида топлива. Ответ поясните. Износом техники пренебречь. Какие достоинства и недостатки есть у каждого из методов? Предложите свои идеи утилизации снега.

	Удельная теплота сгорания	Плотность	Стоимость	КПД установки, работающей на данном виде топлива
Природный газ	33,5 МДж/кг	0,8 кг/м ³	6 руб/м ³	98%
Дизельное топливо	42,7 МДж/кг	840 кг/м ³	40 руб/л	98%
Бензин	44 МДж/кг	750 кг/м ³	41 руб/л	98%
Древесный уголь	31 МДж/кг	900 кг/м ³	6000 руб/т	83,5%

Расход топлива для пустой машины: 36 л/100км
Расход топлива для груженой машины: расход пустой +1,3л/100км на каждую тонну груза
Объем снегоплавильной установки: 100 м ³
Удельная теплота плавления снега: 330 кДж/кг
Плотность снега принять равной 500 кг/м ³



Автомобиль для вывоза снега

Решение:

1. Определим массу снега, вывозимую за 1 раз одним грузовиком:

$$m_{\text{снега}} = \rho \cdot V = \rho \cdot abh \approx 10 \text{ т}$$

2. Выразим расход топлива грузовика на вывоз 10 т снега и возвращение его обратно:

$$(R \cdot S + 1,3 \cdot m_{\text{снега}} \cdot S) + R \cdot S = 2 \cdot R \cdot S + 1,3 \cdot m_{\text{снега}} \cdot S = \left(\frac{2 \cdot 36 \text{ л}}{100 \text{ км}} + \frac{13 \text{ л}}{100 \text{ км}} \right) \cdot S = \frac{85 \text{ л}}{100 \text{ км}} \cdot S$$

S , где S – расстояние до специальной площадки.

Пояснение.

Грузовик едет к специальной площадке, груженный снегом, а обратно возвращается пустой.

3. Определим наиболее выгодный вид топлива для расплавки 10 т снега.

$$\text{Итоговая стоимость} = \frac{\lambda m \cdot 100\%}{q \rho \eta\%} \cdot C_{mT}, \text{ где}$$

λ – удельная теплота плавления снега;

m – масса снега;

q – удельная теплота сгорания топлива;

ρ – плотность топлива;

η – КПД установки;

C_{mT} – стоимость топлива.

Итоговая стоимость (уголь) ≈ 765 руб

Итоговая стоимость (природный газ) ≈ 754 руб

Итоговая стоимость (бензин) ≈ 4184 руб

Итоговая стоимость (дизель) ≈ 3755 руб

Нетрудно заметить, что наиболее выгодным видом топлива является природный газ.

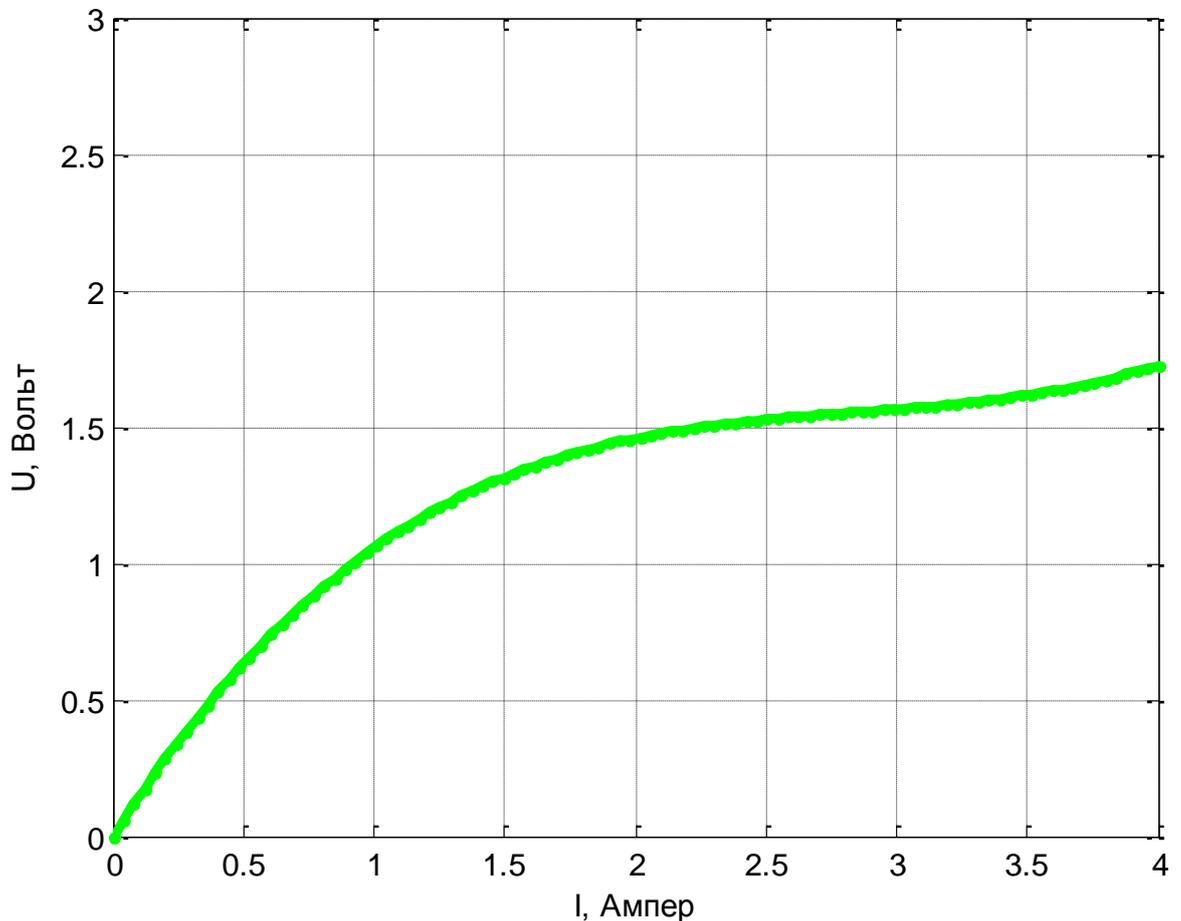
Тогда:

$$\frac{\lambda m \cdot 100\%}{q \rho \eta\%} \cdot C_{m\text{газа}} > \frac{85 \text{ л}}{100 \text{ км}} \cdot S \cdot C_{m\text{дизель}}$$

Решая данное неравенство, находим, что $S < 22,2$ км. Таким образом, специальная площадка должна находиться не далее 22,2 км от города.

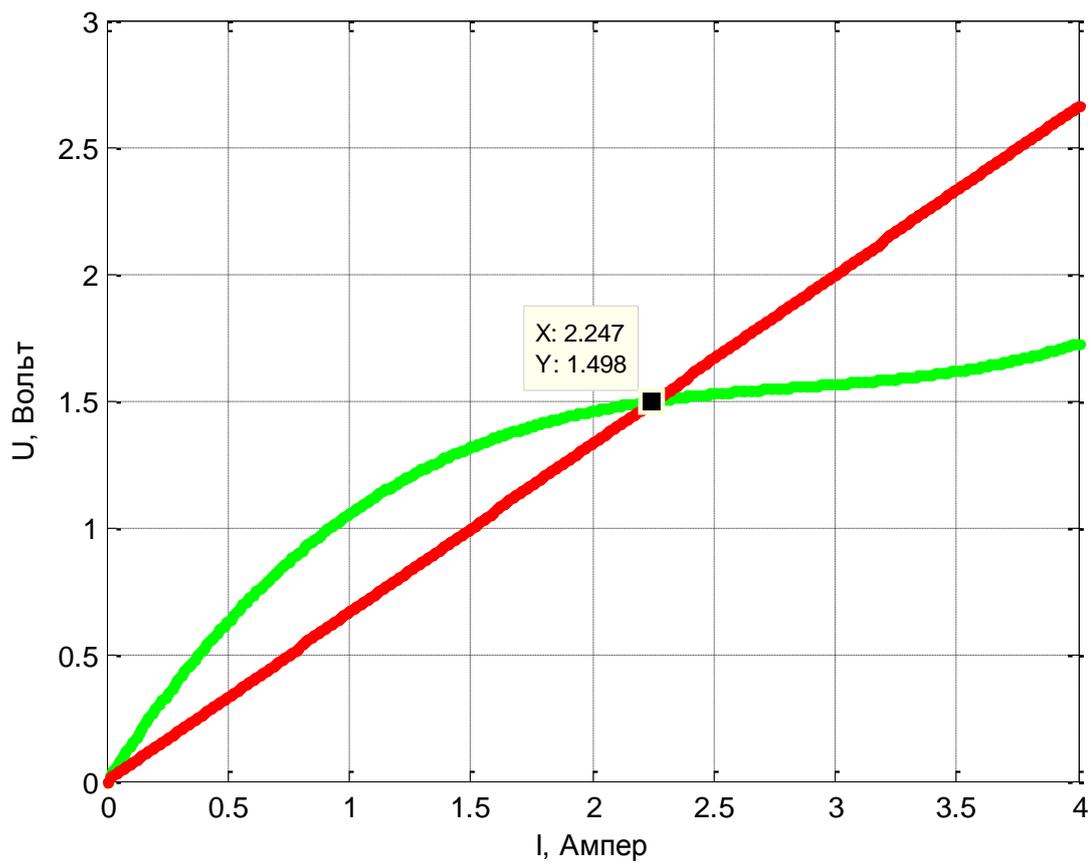
Задача 4.2 (25 баллов)

Участок цепи содержит соединенные последовательно резистор с сопротивлением $R = 2$ Ом и дополнительную нагрузку, ток через которую связан с напряжением на ней так, как показано на рисунке. Известно, что на дополнительной нагрузке рассеивается в три раза меньшая мощность, чем на резисторе. Чему равно падение напряжения на резисторе?



Решение:

Пусть $U(I)$ – напряжение на нагрузке, когда через нее протекает ток I . Воспользуемся тем, что мощность, рассеиваемая на произвольном элементе цепи, через который течет ток I , равна произведению UI , где U – падение напряжения на рассматриваемом элементе. Следовательно, поскольку токи через включенные последовательно резистор и дополнительную нагрузку одинаковы, напряжение на нагрузке в три раза меньше, чем на резисторе, т.е. $U(I) = IR/3$. Это уравнение на ток I можно приближенно решить графически, найдя точку пересечения кривой $U(I)$ и прямой линии $U = IR/3$ (см. рисунок). Такое построение дает $I \approx 2,25$ А, $U \approx 2,0$ В. Поэтому падение напряжения на резисторе равно $IR \approx 4,5$ В.



Ответ: 4,5 В.