

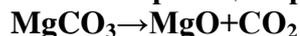
**Задания второго тура отборочного этапа
Олимпиады «Ломоносов» по инженерным наукам 2016/2017
10-11 классы**

Тестовая задача (1 балл).

В результате разложения карбоната магния выделилось 4,4 г газа. Определите давление, которое создаст этот газ в сосуде, объемом 10^{-3} м^3 при температуре 361 К. Выразите ответ в кПа, округлив его до целых. Размерность в ответе не указывать.

Решение:

Запишем реакцию разложения карбоната магния:



Количество $\nu(\text{CO}_2) = m(\text{CO}_2) / \mu(\text{CO}_2)$

$$\nu(\text{CO}_2) = 4,4 \text{ г} / (44 \text{ г/моль}) = 0,1 \text{ моль}$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона: $PV = \nu RT$, выразим давление: $P = \nu RT / V$

$$P = (0,1 \text{ моль} \cdot 361 \text{ К} \cdot 8,314 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}) / (10^{-3} \text{ м}^3) = 300135,4 \text{ Па} \approx 300 \text{ кПа.}$$

Ответ: 300.

Задача 1 (12 баллов).

Стол имеет форму квадрата со стороной $a = 1 \text{ м}$. Можно ли повесить над этим столом лампу с полным световым потоком $\Phi = 1000 \text{ лм}$ так, чтобы во всех точках поверхности стола освещенность превышала $E_{\min} = 60 \text{ лк}$, и, если можно, то на какой высоте над столом нужно повесить лампу (если существует не один вариант ответа, укажите любой подходящий)? Лампу считать точечным источником света, создающим равномерный по всем направлениям световой поток.

Решение:

Ясно, что достаточно ограничиться случаем, когда лампа висит над центром стола (если лампа висит не над центром стола, то мы можем повысить минимальную освещенность, поместив ее на той же высоте h над центром). Минимальная освещенность при этом достигается в углах стола, которые находятся на расстоянии $d = a/\sqrt{2}$ от центра стола. Эта освещенность равна $E = \frac{\Phi}{4\pi} \frac{h}{(d^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\Phi}{4\pi d^2} \frac{x}{(1 + x^2)^{3/2}}$, где $x = h/d$. Исследование функции $f(x) = \frac{x}{(1 + x^2)^{3/2}}$ на максимум показывает, что максимально достижимая освещенность E в углах стола в такой ситуации (лампа подвешена над центром стола) достигается при $x = 1/\sqrt{2}$ и равна $E_{\max} = \frac{\Phi}{6\sqrt{3}\pi d^2} \approx 61,26 \text{ лк}$. Таким образом, требуемую в задаче освещенность можно обеспечить, подвесив лампу над центром стола на высоте $h = xd = \frac{a}{2} = 0,5 \text{ м}$.

Ответ: можно, на высоте 0,5 м над центром стола.

Задача 2 (10 баллов).

При образовании воды в результате сгорания водорода в кислороде на 1 моль сгоревшего водорода выделяется 285 кДж теплоты. Можно ли провести электролиз воды с помощью одного источника тока с ЭДС, равной 1,4 В?

Решение:

При сгорании одного моля водорода получается один моль воды, поэтому при образовании одной молекулы воды выделяется энергия $W_1 = W / N_A$, где $W = 285$ кДж, а $N_A = 6 \cdot 10^{23}$ – число Авогадро. Поэтому при электролизе (разложении) одной молекулы воды источник тока должен совершить работу $A \geq W_1$. Но при этом через цепь должен проходить заряд $2e$, где e – заряд электрона, т.е. работа источника тока с ЭДС U должна быть равна $A = 2eU \geq W_1$. Таким образом, минимально необходимая ЭДС равна $U_{\min} = W_1/2e \approx 1,48$ В $> 1,4$ В.

Ответ: нельзя.

Задача 3 (12 баллов).

Переливая при комнатной температуре ($T_{\text{комн}} = 20$ °С) 30% водный раствор перекиси водорода из прозрачной стеклянной литровой банки в другой сосуд, в ней случайно оставили 5 г раствора. Затем банку плотно закрыли и поставили на подоконник. Под действием солнечного света банка вместе со всем содержимым нагрелась до 40 °С, а перекись полностью разложилась. Какое давление возникло при этом в банке? Давление насыщенного водяного пара при $T = 40$ °С равно 7,38 кПа.

Решение:

При температуре $T = 40$ °С в одном литре содержится всего 51 мг насыщенного водяного пара, что гораздо больше, чем имеющееся в банке количество воды; поэтому водяной пар в банке будет насыщенным и его парциальное давление будет равно давлению насыщенного пара, т.е. $P_{\text{пара}} = 7,38$ кПа. В 5 г 30% раствора содержится 1,5 г (т.е. 0,0441 моля) перекиси водорода. Поэтому при её разложении выделится 0,022 моля кислорода. При температуре $T = 40$ °С такое количество идеального газа в объёме $V = 1$ л (мы пренебрегаем объемом, занимаемым в банке водой) создает давление $P_{\text{кислорода}} = 57,4$ кПа. Считая, что давление воздуха при $T_{\text{комн}} = 20$ °С составляло 101,3 кПа, находим, что при $T = 40$ °С его давление стало равным $P_{\text{воздуха}} = 108,2$ кПа. Таким образом, полное давление газа в банке будет равным $P = P_{\text{воздуха}} + P_{\text{кислорода}} + P_{\text{пара}} = 173$ кПа.

Ответ: 173 кПа.

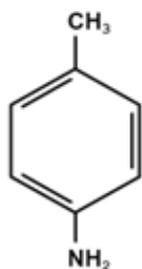
Задача 4 (18 баллов).

Хомяк юного химика Анатолия Семка повредил себе лапку. Чтобы облегчить боль своего питомца, Анатолий решил синтезировать какой-нибудь обезболивающий препарат в лаборатории вместе со своим учителем. Для этого рано утром они смешали 35 г п-толуидина с 53 г 80% уксусной кислоты при длительном нагревании. После отгонки образовавшейся воды, промывки и сушки они получили 43 г сероватого вещества А. Затем они добавили полученное вещество А в предварительно нагретую на водяной бане до 70 °С смесь 860 мл воды, 43 г сернокислого магния и уксуснокислого натрия. После этого полученный раствор подогрели еще на 5 °С и стали добавлять маленькими порциями 136 г перманганата калия. После отфильтровывания образовавшейся перекиси марганца полученный водный раствор обработали соляной кислотой и выделили белый осадок В, причем выход продукта составил 85 %. Осознав, что уже очень поздно, Анатолий побежал домой, проверить своего питомца. Учитель же решил остаться и в отсутствие своего подопечного провел этилирование вещества В, получив вещество С ($\eta\% = 90\%$). Вернувшись утром, Анатолий заметил отсутствие склянки с 132 г 96% этилового спирта. "Наверняка чего-нибудь еще не хватает", - подумал он. Затем взял полученное учителем вещество С, растворил в воде и обработал содой. После этого он подверг его перекристаллизации и обработке активированным углем, получив в результате 32 г обезболивающего препарата Д. "Семке больше не будет так больно", - заключил Анатолий.

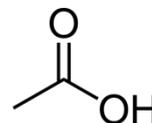
1. Определите вещества А, В, С, Д.

2. Напишите уравнения всех описанных процессов.
3. Определите массу веществ В и С.
4. Посчитайте суммарный выход данного процесса.

Решение:

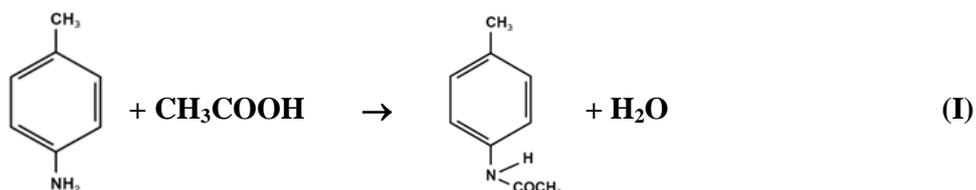


п-толуидин

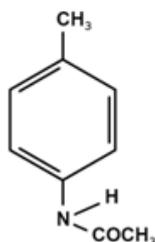


уксусная кислота

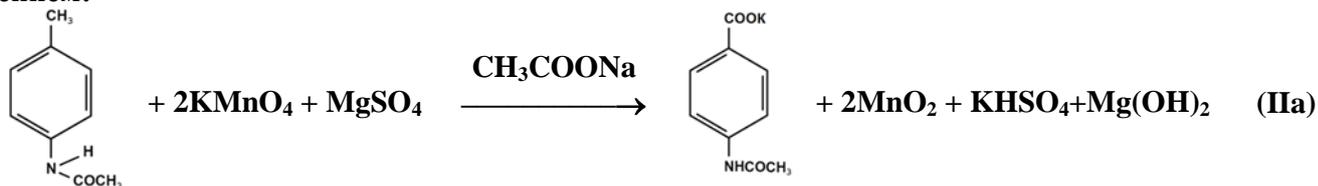
Запишем уравнение реакции взаимодействия п-толуидина с уксусной кислотой при длительном нагревании:



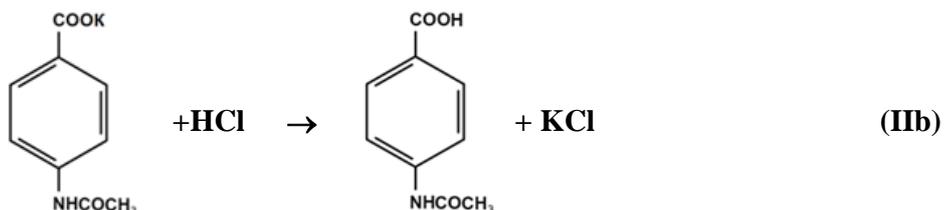
Полученное в результате обработки полученных в данной реакции продуктов сероватое вещество А - п-ацетотолуидин:



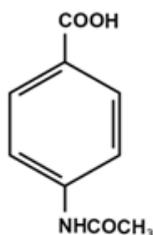
Обработку п-ацетотолуидина нагретым водным раствором сернокислого магния и уксуснокислого натрия с добавлением перманганата калия можно описать следующим уравнением:



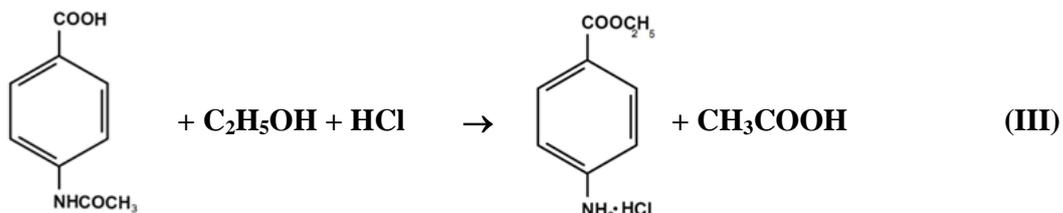
При обработке раствора с продуктами реакции соляной кислотой соль п-ацетоаминобензойной кислоты переходит в п-ацетоаминобензойную кислоту:



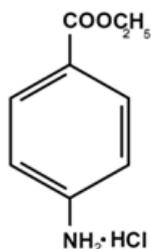
Белый осадок В, выделенный из продуктов реакции (IIb) - п-ацетоаминобензойная кислота:



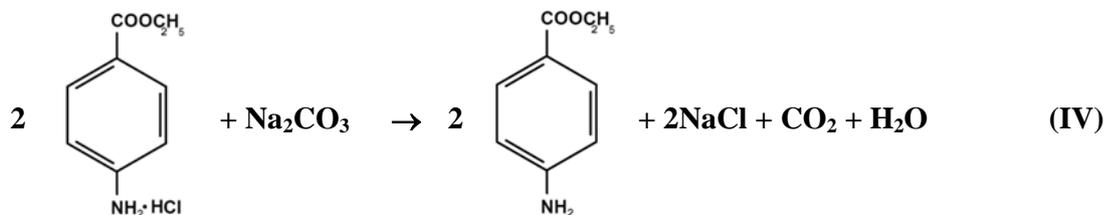
В отсутствие Анатолия учитель использовал 96% раствор этанола (и еще соляную кислоту) для проведения этилирования п-ацетоаминобензойной кислоты, которое проходило по следующему уравнению:



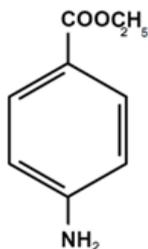
Полученное в ходе реакции (III) вещество С - солянокислая соль анестезина (4-аминобензойной кислоты этилового эфира):



При взаимодействии солянокислой соли анестезина с содой (в данном уравнении используется кальцинированная сода, хотя пригодна и питьевая) реакция проходит по следующему уравнению:



Обезболивающий препарат D, выделенный в результате обработки раствора с продуктами реакции (IV) - анестезин (4-аминобензойной кислоты этиловый эфир):



Масса вещества В (п-ацетоаминобензойная кислота), полученного в результате реакций (III) и (IV), рассчитывается следующим образом:

$$\nu(\text{п-ацетотолуидин}) = (43 \text{ г}) / (149 \text{ г/моль}) = 0,29 \text{ моль}$$

$$\nu(\text{KMnO}_4) = (136 \text{ г}) / (158 \text{ г/моль}) = 0,86 \text{ моль}$$

$$\nu(\text{MgSO}_4) = (43 \text{ г}) / (120,3 \text{ г/моль}) = 0,36 \text{ моль}$$

Так как $\nu(\text{п-ацетотолуидин}) < \nu(\text{MgSO}_4) < 2\nu(\text{KMnO}_4)$, то п-ацетотолуидин в недостатке, значит, решать нужно по нему.

Теоретическая масса получаемого из калиевой соли п-ацетоаминобензойной кислоты (соль ПААБК) вещества В (п-ацетоаминобензойной кислоты - ПААБК) рассчитывается следующим образом:

$$v_{\text{т}}(\text{ПААБК}) = v_{\text{т}}(\text{соль ПААБК}) = v(\text{п-ацетотолуидин}) = 0,29 \text{ моль}$$

$$m_{\text{т}}(\text{ПААБК}) = (0,29 \text{ моль}) * (179 \text{ г/моль}) = 51,91 \text{ г}$$

Так как нам известен выход продукта В (85%), то мы можем найти практическую массу полученного вещества В (п-ацетоаминобензойной кислоты):

$$m_{\text{п}}(\text{ПААБК}) = m_{\text{т}}(\text{ПААБК}) * 0,85 = \underline{44,12 \text{ г}}$$

Теоретическая масса вещества С (солянокислой соли анестезина - Анестезин·HCl), которая должна была быть получена в результате этилирования по реакции (III), рассчитывается следующим образом:

$$v_{\text{т}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) = v_{\text{п}}(\text{ПААБК}) = m_{\text{п}}(\text{ПААБК}) / (179 \text{ г/моль}) = (44,12 \text{ г}) / (179 \text{ г/моль}) = 0,25 \text{ моль}$$

$$m_{\text{т}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) = v_{\text{т}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) * (201,5 \text{ г/моль}) = (0,25 \text{ моль}) * (201,5 \text{ г/моль}) = 50,38 \text{ г}$$

Так как нам известен выход продукта С (90%), то мы можем найти практическую массу полученного вещества С (солянокислой соли анестезина):

$$m_{\text{п}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) = m_{\text{т}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) * 0,9 = \underline{45,34 \text{ г}}$$

Суммарный выход процесса получения анестезина из п-толуидина представляет собой произведение выходов всех реакций или блоков реакций, из которых состоит процесс:

$$\eta_{\text{лр}}\% = \eta_{\text{I}} * \eta_{\text{II}} * \eta_{\text{III}} * \eta_{\text{IV}} * 100\%, \text{ где } \eta_{\text{II}}\% \text{ представляет собой выход блока реакций (II).}$$

Из условия задачи известны $\eta_{\text{II}}\%$ (85%) и $\eta_{\text{III}}\%$ (90%).

η_{I} можно вычислить следующим образом с использованием данных, полученных выше:

$$m_{\text{п}}(\text{п-ацетотолуидин}) = 43 \text{ г} - \text{из условия задачи}$$

$$m(\text{п-толуидин}) = 35 \text{ г} - \text{из условия задачи}$$

$$v_{\text{т}}(\text{п-ацетотолуидин}) = m(\text{п-толуидин}) / (107 \text{ г/моль}) = 0,33 \text{ моль}$$

$$m_{\text{т}}(\text{п-ацетотолуидин}) = v_{\text{т}}(\text{п-ацетотолуидин}) * (149 \text{ г/моль}) = 49,17 \text{ г}$$

$$\eta_{\text{I}}\% = 100\% * m_{\text{п}}(\text{п-ацетотолуидин}) / m_{\text{т}}(\text{п-ацетотолуидин}) = 87,45\%$$

η_{IV} можно вычислить следующим образом с использованием данных, полученных выше:

$$v_{\text{т}}(\text{анестезин}) = v_{\text{п}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) = m_{\text{п}}(\text{Анестезин} \cdot \text{HCl}) / (201,5 \text{ г/моль}) = (45,34 \text{ г}) / (201,5 \text{ г/моль}) = 0,23 \text{ моль}$$

$$m_{\text{т}}(\text{анестезин}) = v_{\text{т}}(\text{анестезин}) * (165 \text{ г/моль}) = (0,23 \text{ моль}) * (165 \text{ г/моль}) = 37,95 \text{ г}$$

$$m_{\text{п}}(\text{анестезин}) = 32 \text{ г} - \text{из условия задачи}$$

$$\eta_{\text{IV}}\% = 100\% * m_{\text{п}}(\text{анестезин}) / m_{\text{т}}(\text{анестезин}) = 84,32\%.$$

Отсюда суммарный выход:

$$\eta_{\text{лр}}\% = \eta_{\text{I}} * \eta_{\text{II}} * \eta_{\text{III}} * \eta_{\text{IV}} * 100\% = 0,8745 * 0,85 * 0,9 * 0,8432 * 100\% = \underline{56,41\%}.$$

Задача 5 (13 баллов).

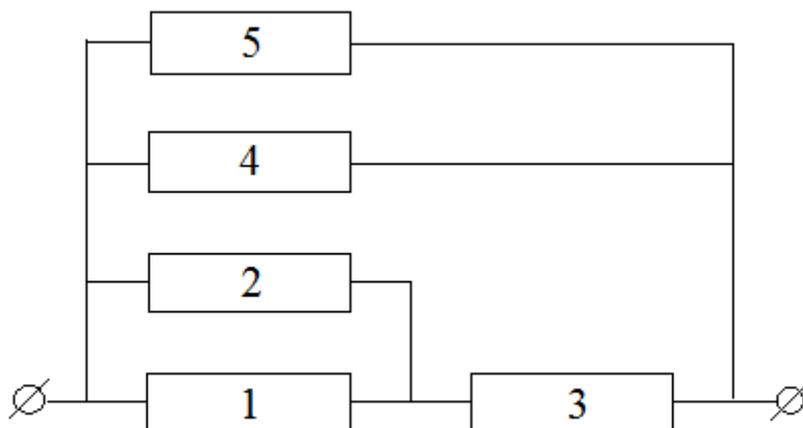
Электрик Вася создал робота "Электровася" для конструирования электрических схем. В силу скудных познаний Васи в робототехнике функционал "Электроваси" ограничивается двумя видами операций: добавлением к существующей схеме резистора сопротивлением 1 Ом параллельно либо последовательно.

а) Сможет ли "Электровася" создать схему сопротивлением 0,375 Ом, если начальная схема состоит из одного резистора сопротивлением 1 Ом? Ответ поясните.

б) Сможет ли "Электровася" создать схему сопротивлением 0,375 Ом, если в результате программного сбоя он не выполняет операцию параллельного добавления резистора два раза подряд? Начальная схема состоит из одного резистора сопротивлением 1 Ом. Ответ поясните.

Решение:

а) Да, сможет. Удовлетворяющая требованиям схема представлена на рисунке. Нумерация резисторов обозначает порядок их добавления в схему.



б) Докажем, что из-за сбоя «Электровася» не может собрать схему сопротивлением меньше 0,5 Ом.

Такая схема не могла получиться сразу после последовательного добавления резистора, так как при этом сопротивление схемы становится больше 1 Ом.

Рассмотрим схему после параллельного добавления резистора. Пусть до добавления резистора сопротивление схемы было равно r Ом, а после добавления стало равно R Ом. Так как по условию перед параллельным добавлением резистора обязательно было последовательное, $r > 1$ Ом. По формуле для параллельного соединения резисторов получаем:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r} + 1$$

$r > 1$, поэтому $\frac{1}{R} < 2$, $R > 0,5$ Ом

Таким образом, Вася не сможет создать схему сопротивлением 0,375 Ом.

Ответ: а) сможет; б) не сможет.

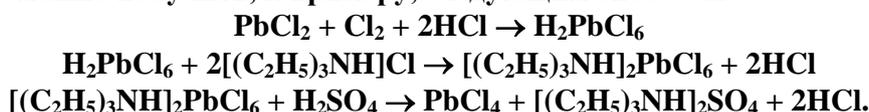
Задача 6 (8 баллов).

В земной коре содержится $1,6 \cdot 10^{-3}$ массовых процентов серебристо-белого с синеватым отливом элемента А. Известно, что ацетат данного элемента А имеет сладкий вкус, однако сильно токсичен. Предложите метод синтеза четырехвалентного хлорида элемента А из двухвалентного хлорида элемента А.

Решение:

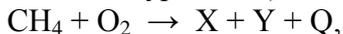
Элемент А - свинец, вещество серебристо-белого цвета с синеватым отливом. Ацетат свинца (а именно, двухвалентный ацетат $Pb(CH_3COO)_2$) токсичен и имеет сладковатый вкус. Из-за последнего свойства данное вещество в древности использовали в качестве подсластителя, что зачастую приводило к печальным последствиям.

Хлорид свинца IV можно получить, к примеру, следующим способом:



Задача 7 (10 баллов).

В сосуде содержится смесь метана и кислорода. После того, как смесь нагрели до температуры T_0 , метан полностью сгорел по следующей термохимической реакции (обращаем внимание на то, что реакция не уравнена):



1 моль метана при сгорании выделяет Q кДж тепловой энергии (Q считать известным). Назовите вещества X и Y , запишите получившееся уравнение реакции, указав коэффициенты. Оцените температуру получившейся в сосуде смеси, если после реакции горения в сосуде не остается молекул кислорода и метана. Все газы в задаче считать идеальными.

Решение:

Уравненная реакция имеет вид



таким образом, в результате сгорания одного моля метана получается $n_{\text{CO}_2} = 1$ моль углекислого газа и $n_{\text{H}_2\text{O}} = 2$ моля водяного пара. Принимая для оценки, что молярная теплоемкость углекислого газа и водяного пара равны $3R$, получаем, что выделившаяся энергия приведет к повышению температуры на $\Delta T = \frac{Q}{3R(n_{\text{CO}_2} + n_{\text{H}_2\text{O}})}$. Поэтому температура получившегося в сосуде газа будут равна $T_1 = T_0 + \frac{Q}{3R(n_{\text{CO}_2} + n_{\text{H}_2\text{O}})} = T_0 + \frac{Q}{9R}$.

Ответ: $T_1 = T_0 + \frac{Q}{9R}$

Задача 8 (16 баллов).

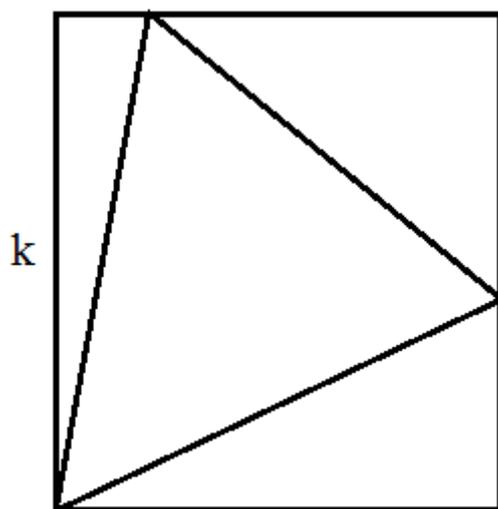
Инженер Игнат пытается вставить втулку, поперечным сечением которой является равносторонний треугольник со стороной 10,5 см, в стальную трубу длиной 1 м, поперечным сечением которой является квадратная рамка толщиной 1 см. Сторона квадрата, являющегося внутренней границей рамки, равна 10 см. В какой-то момент Игнат вспомнил, что можно расширить трубу, нагревая ее. Для этого он поместил всю трубу в камеру, нагреваемую извне теплом, выделяющимся при сгорании в кислороде вещества А, при этом непосредственно на нагрев трубы уходит 20% выделяющейся теплоты. Какую массу вещества А нужно сжечь, чтобы Игнат сумел вставить втулку в трубу? Коэффициент линейного теплового расширения стали, из которой сделана труба, равен $14,3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, удельная теплоемкость стали равна $460 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$, плотность стали составляет 7900 кг/м^3 . Вещество А представляет собой простое вещество, используемое в пиротехнике, гидриды элемента А состава A_2H_6 , A_5H_9 , A_4H_{10} используют в качестве высокоэффективного ракетного топлива, сплавы вещества А с углеродом и кремнием обладают крайне высокой твердостью, содержащую элемент А кислоту состава H_3AO_3 используют в качестве дезинфицирующего агента и для избавления от насекомых-синантропов, а при сгорании 1 моля вещества А выделяется 632 кДж энергии.

Решение:

1) Для начала пойдем, как нужно размещать втулку и трубу друг относительно друга, чтобы требуемое расширение трубы было наименьшим. Для этого нужно определить, как внутри квадрата поместить равносторонний треугольник с наибольшей стороной.

Рассмотрим произвольный равносторонний треугольник внутри квадрата со стороной d . Ограничим этот треугольник четырьмя прямыми, параллельными сторонам квадрата. Эти прямые образуют прямоугольник со сторонами k и l . Нетрудно понять, что хотя бы одна из вершин треугольника совпадает с вершиной прямоугольника (рис. 1). Рассмотрим эту вершину. Так как угол равностороннего треугольника равен 60° , один из углов с вершиной в этой точке между стороной прямоугольника и стороной треугольника не превосходит $(90^\circ - 60^\circ)/2 = 15^\circ$. Без

ограничения общности соответствующая сторона прямоугольника равна k , тогда сторона треугольника не превосходит $\frac{k}{\cos 15^\circ} \leq \frac{d}{\cos 15^\circ}$



1

Рис. 1

Из представленного рассуждения сразу следует единственный с точностью до симметрии вариант оптимального расположения равностороннего треугольника внутри квадрата, при котором сторона треугольника максимальна и равна $\frac{d}{\cos 15^\circ}$: одну из вершин треугольника нужно поместить в вершину квадрата, сходящиеся в ней стороны треугольника должны быть на равном удалении от сходящихся в этой вершине сторон квадрата (угол между стороной треугольника и стороной квадрата равен 15°), две другие вершины треугольника должны лежать на сторонах квадрата.

2) Теперь рассчитаем, сколько вещества А нужно сжечь, чтобы труба расширилась настолько, чтобы сторона квадрата, являющегося внутренней границей поперечного сечения трубы, была не менее $10,5 \cdot \cos 15^\circ \approx 10,143$ см. Для такого расширения трубы необходимо нагреть её на

$$\frac{0,10143\text{м} - 0,1\text{м}}{0,1\text{м} \cdot 14,3 \cdot 10^{-6} \text{ К}^{-1}} = 1000 \text{ К}$$

Объём стенок стальной трубы составляет $1\text{м} \cdot 0,0044\text{м}^2 = 0,0044\text{м}^3$, поэтому для такого нагрева необходимо передать трубе количество тепла, равное

$$460 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}) \cdot 7900 \text{ кг}/\text{м}^3 \cdot 0,0044\text{м}^3 \cdot 1000 \text{ К} = 15,9896 \text{ МДж}$$

Для этого нужно сжечь $\frac{15,9896 \text{ МДж}}{632 \text{ кДж}/\text{моль} \cdot 0,2} = 126,5$ моль вещества А.

Как нетрудно догадаться, вещество А представляет собой бор, молярная масса которого составляет 11 г/моль. Таким образом, нужно сжечь

$$11 \text{ г}/\text{моль} \cdot 126,5 \text{ моль} \approx 1,4 \text{ кг бора.}$$

Ответ: 1,4 кг.