

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
СОВЕТ РЕКТОРОВ ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ
ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА 2018-2019
МАТЕМАТИКА (11 КЛАСС)
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
1 ВАРИАНТ

1. Вычислите сумму:

$$\sqrt{2018 - \sqrt{2019 \cdot 2017}} + \sqrt{2016 - \sqrt{2017 \cdot 2015}} + \dots + \sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}}.$$

(7 баллов)

2. Найдите количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции:

$$f(x) = 2\cos 2x + 2\cos x - 2019.$$

(7 баллов)

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} xy + 5yz - 6xz = -2z, \\ 2xy + 9yz - 9xz = -12z, \\ yz - 2xz = 6z. \end{cases}$$

(7 баллов)

4. Пусть A — множество всех шестнадцатизначных натуральных чисел, для каждого из которых выполняется два условия: оно является квадратом целого числа и в его десятичной записи в разряде десятков стоит цифра 1. Докажите, что все числа из множества A четные и множество A содержит более чем 10^6 чисел.

(7 баллов)

5. Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и две плоскости α и β . Плоскость α перпендикулярна прямой $A_1 C_1$, а плоскость β параллельна прямой CD_1 . Определите наименьший возможный угол между плоскостями α и β .

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
СОВЕТ РЕКТОРОВ ВУЗОВ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ
ОТКРЫТАЯ РЕГИОНАЛЬНАЯ МЕЖВУЗОВСКАЯ ОЛИМПИАДА 2018-2019
МАТЕМАТИКА (11 КЛАСС)
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
2 ВАРИАНТ

1. Вычислите сумму:

$$\sqrt{2020 - \sqrt{2021 \cdot 2019}} + \sqrt{2018 - \sqrt{2019 \cdot 2017}} + \dots + \sqrt{2 - \sqrt{3 \cdot 1}}.$$

(7 баллов)

2. Найдите количество целых чисел, принадлежащих множеству значений функции:

$$f(x) = 2\cos 2x + 2\sin x - 2018.$$

(7 баллов)

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 3xy - 5yz - xz = 3y, \\ xy + yz = -y, \\ -5xy + 4yz + xz = -4y. \end{cases}$$

(7 баллов)

4. Пусть B — множество всех четырнадцатизначных натуральных чисел, для каждого из которых выполняется два условия: оно является квадратом целого числа и в его десятичной записи в разряде десятков стоит цифра 5. Докажите, что все числа из множества B четные и множество B содержит более чем 10^5 чисел.

(7 баллов)

5. Все ребра правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ с основанием $ABCD$ имеют равную длину. Плоскость α перпендикулярна прямой SA , а плоскость β параллельна прямой CD . Определите наименьший возможный угол между плоскостями α и β .

(7 баллов)

Внимание! Задача считается решенной, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

Желаем успеха!