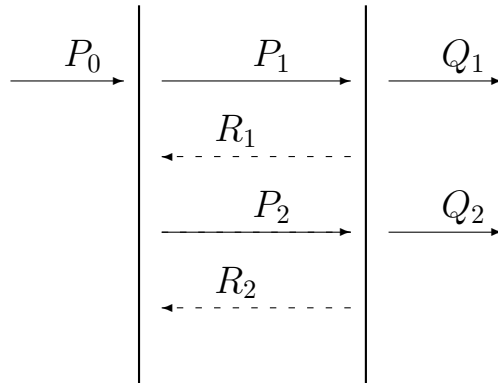


РЕШЕНИЕ

Задачи для разных классов содержат одну и ту же физико-математическую модель и различаются количеством вопросов и их глубиной. Поэтому далее приводится единое решение, в котором сначала даются подходы и ответы для 9 класса, а затем следует продолжение для 10 и 11 классов.

1. Рассмотрим прохождение луча через препятствие, состоящее из одного слоя вещества. Прошедший внутрь луч будет испытывать многократные отражения от стенок препятствия, при этом его мощность будет уменьшаться за счет того, что часть излучения будет уходить через стенку наружу и еще часть будет поглощаться веществом по пути от одной стенки к другой.

Для наглядности будем считать, что луч проходит через экран слева направо. Схематически такой процесс изображен на рисунке ниже. Там же введены обозначения мощностей луча в момент падения на стенку.



2. Опишем этот процесс в случае разных коэффициентов отражения на левой и правой границах. Пусть коэффициент отражения слева равен k_a , а справа k_m . (Эти обозначения соответствуют заданию для 10 класса. Для задания 11 класса $k_a = k_m = k$. Для задания 9 класса $k_a = k_m = 0.01 \cdot K$.)

Луч P_0 , проходящий на левую границу извне, частично отразится от нее (эта часть нас сейчас не интересует), а частично пройдет внутрь. Мощность прошедшего луча будет равна $(1 - k_a)P_0$. При прохождении сквозь вещество луч потеряет фиксированную мощность и на подходе к правой границе его мощность составит

$$P_1 = (1 - k_a)P_0 - W.$$

На правой границе часть излучения отразится, а наружу выйдет часть Q_1 , равная

$$Q_1 = (1 - k_m)P_1.$$

Отраженная часть потеряет по пути фиксированную мощность W , и на левую границу вернется (изнутри) луч, мощностью

$$R_1 = k_m P_1 - W.$$

От левой границы внутрь отразится луч мощностью

$$k_a R_1,$$

который по пути снова потеряет часть, равную W , так что мощность излучения, вернувшегося на правую границу, составит

$$P_2 = k_a R_1 - W.$$

Этот луч снова разделится на часть

$$Q_2 = (1 - k_m)P_2,$$

выходящую наружу, и часть

$$R_2 = k_m P_2 - W,$$

дошедшую после отражения до левой границы (изнутри).

Дальше процесс пойдет аналогичным образом. Выведенные зависимости между величинами 2-го и 1-го шагов сохранятся для зависимостей величин $(j + 1)$ -го и j -го шагов. Таким образом, получаем циклический процесс, который прекратится, как только очередная отраженная мощность окажется меньше W . Для того, чтобы определить общую мощность излучения, прошедшего сквозь препятствие, нужно сложить все получившиеся величины Q_j , $j = 1, 2, \dots$

3. Запишем составленный алгоритм на псевдокоде. Оформим его как функцию, входными параметрами которой будут коэффициенты отражения на левой и правой границах k_a и k_m . В переменной m будет подсчитываться количество отражений. Ее придется ввести, так как счетчик цикла j подсчитывает количество возвратов на правую границу, а последнее отражение может произойти как справа, так и слева.

Алгоритм Слой (k_a, k_m)

начало алгоритма

$$P[1] := (1 - k_a)P_0 - W$$

$$j := 1$$

$$m = 0$$

$$Q := 0$$

ПОКА $P[j] > 0$

$$m = m + 1$$

$$Q = Q + (1 - k_m)P[j]$$

$$R[j] = k_m P[j] - W$$

ЕСЛИ $R[j] > 0$ ТО $m = m + 1$

$$P[j + 1] := k_a R[j] - W$$

$$j := j + 1$$

КОНЕЦ_ПОКА

Вывести Q и m

конец алгоритма

4. Если запустить этот алгоритм при значениях коэффициентов, указанных в п.п. 1 и 2 задания (каждого класса), то будут получены ответы на 1 и 2 вопрос.

Заметим, что коэффициенты в вопросе 1 таковы, что количество внутренних отражений невелико и весь процесс может быть просчитан вручную. Это полезно, в том числе, для получения тестовой информации, требующейся при отладке программы.

5. Для поиска отраженного сигнала (полного) нужно модифицировать алгоритм так, чтобы подсчитывалась сумма не на правой, а на левой границе.

Поскольку в процессе расчетов находятся приходящие на левую границу изнутри можности R_j , то достаточно умножить их на $(1 - k_a)$ и сложить все полученные величины. К этой сумме нужно также прибавить мощность $k_a P_0$ (не прошедшая внутрь часть передаваемой источником мысли).

Алгоритм с соответствующими изменениями (и без подсчета количества отражений) будет иметь следующий вид.

Алгоритм Возврат (k_a, k_m)

начало алгоритма

$$P[1] := (1 - k_a)P_0 - W$$

$$j := 1$$

$$U := k_a P_0$$

ПОКА $P[j] > 0$

$$R[j] = k_m P[j] - W$$

$$\text{ЕСЛИ } R[j] > 0 \text{ ТО } U = U + (1 - k_a)R[j]$$

$$P[j + 1] := k_a R[j] - W$$

$$U = U + (1 - k_a)R[j]$$

$$j := j + 1$$

КОНЕЦ_ПОКА

Вывести U

конец алгоритма

Запустив новый алгоритм для значений, указанных в п. 3 задания, получим ответ на 3 вопрос (для каждого класса).

Этим исчерпываются вопросы задания для 9 класса.

6. Для поиска ответа на 4 вопрос для 10 класса можно организовать простой перебор входных значений коэффициента отражения k_m , сравнивая результат с заданным значением.

Этот перебор можно автоматизировать, например, подавая на вход значения коэффициентов, идущие с определенным шагом, или организовать что-то типа бисекции. Подробные алгоритмы такой автоматизации здесь не приводятся.

7. Для расчета двухслойного экрана мысленно разделим его на две части (два слоя) и будем рассматривать сигнал, вышедший из первого слоя, как входной сигнал для второго и наоборот.

Внесем в формулы упрощения, связанные с равенством коэффициентов отражения на всех границах, и будем использовать обозначение k .

Приведем без комментариев рекурсивный алгоритм расчета, в котором используются две функции (вызывающие как сами себя, так и друг друга), которые обрабатывают происходящее в левом и в правом слое. На вход каждой функции подается мощность P луча, отходящего внутрь от границы. Структура всех используемых в этих функциях формул подробно описана выше.

Функция F1(P)

ЕСЛИ $P > W$ ТО

Вернуть $F2((1 - k) \cdot (P - W)) + F1(k \cdot (k \cdot (P - W) - W));$

Функция F2(P)

ЕСЛИ $P > W$ ТО

Вернуть $(1 - k) \cdot (P - W) + F2(k \cdot (k \cdot (P - W) - W)) +$
 $F1(k \cdot ((1 - k) \cdot (k \cdot (P - W) - W) - W));$

Чтобы получить ответ на вопрос, нужно осуществить вызов

$F1((1 - k) \cdot P)$

Для облегчения программирования и тестирования программы на следующей странице приведена «отладочная таблица» для двухслойного экрана из задания.

Ответы.

9 класс.

1. $Q_1 = 980,48$ мВт; 4 отражения.
2. $Q_2 = 118,61$ мВт; 9 отражений.
3. при $K = 20\%$ $U = 480,10$ мВт, при $K = 80\%$ $U = 1284,89$ мВт.

10 класс.

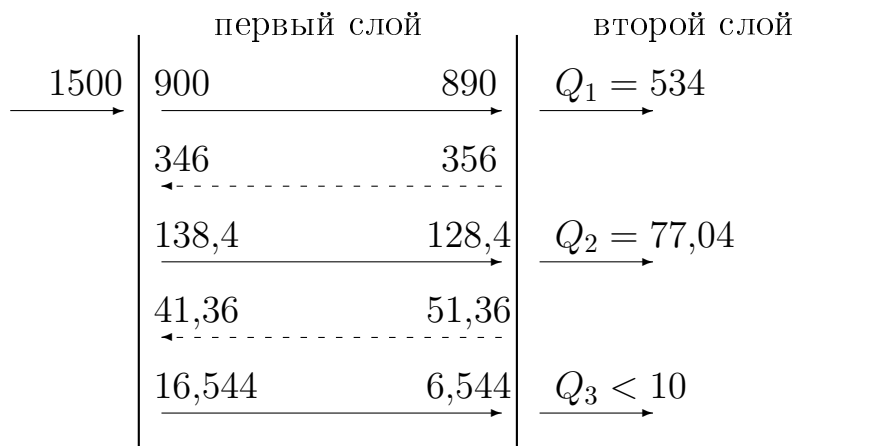
1. $Q_1 = 980,48$ мВт; 4 отражения.
2. $Q_2 = 95,56$ мВт; 11 отражений.
3. $U = 1290,01$ мВт.
4. $k_m = 0,83$.

11 класс.

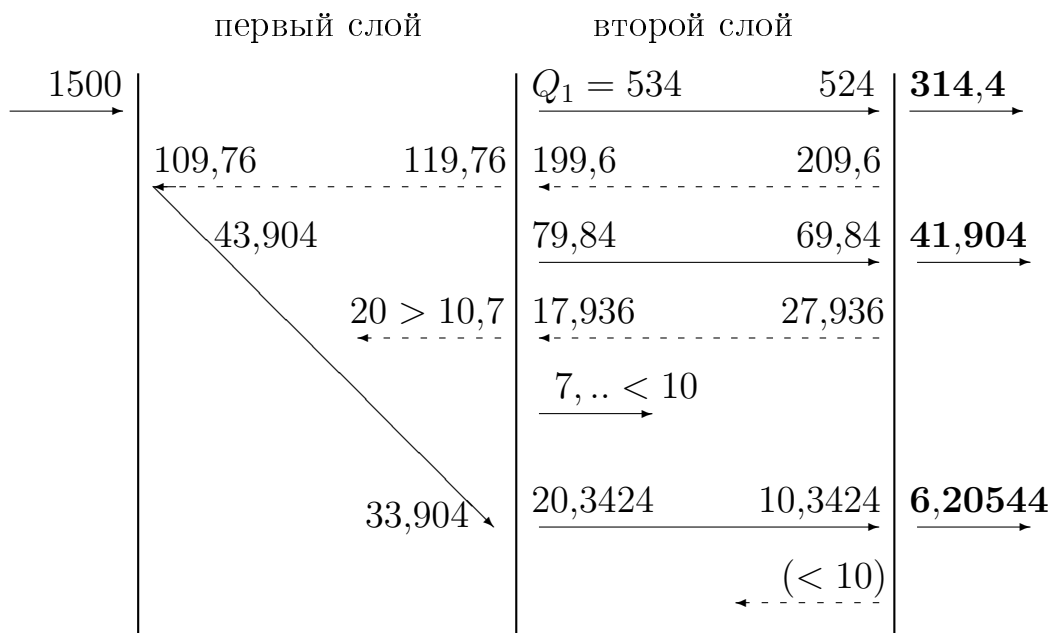
1. $Q_1 = 980,48$ мВт; 4 отражения.
2. $Q_2 = 118,61$ мВт; 9 отражений.
3. $U = 1284,89$ мВт.
4. $Q_4 = 402,73$ мВт.

Отладочная информация

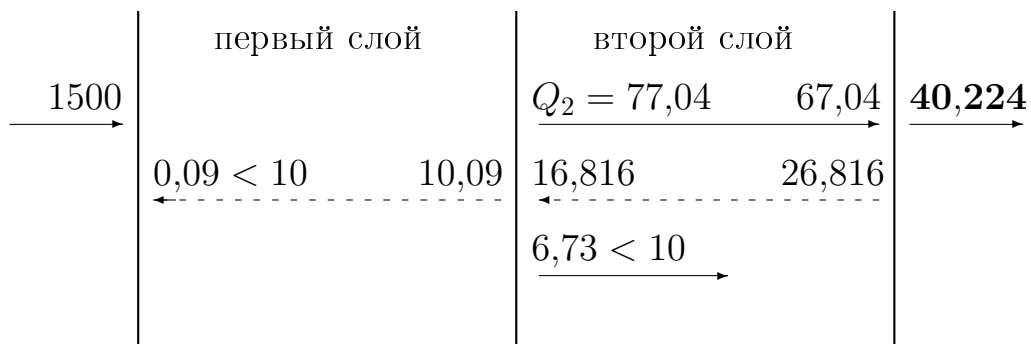
Начальный сигнал в первом слое



Прохождение луча Q_1



Прохождение луча Q_2



Итого полный выход равен

$$314,4 + 41,904 + 6,20544 + 40,224 = 402,73344 \approx \mathbf{402,73}$$