

Лучшие задачи отборочного этапа Олимпиады по предмету «информатика»  
с решениями (2019/2020).

## ЗАДАЧИ ПО ИНФОРМАТИКЕ

1. (10 класс) В Рубиновом святилище, в одной из нор, где хранится рубиновая чаша, Вас встречает силовое поле, которое отключается специальным кодом. Система пишет: «код – двенадцатизначное число  $2019y2015уху$ , которое делится на 144 с остатком 5». Разработайте алгоритм поиска всех комбинаций возможных пар цифр  $(x, y)$ , чтобы достать рубиновую чашу.

**Фактическое задание.** Разработать алгоритм поиска всех комбинаций пар цифр  $(x, y)$ , при которых число  $2019y2015уху$  делится на 144 с остатком 5.

**Решение.** Рассмотрим, какими свойствами должно обладать число  $2019y2015уху$ , чтобы сократить перебор. Поскольку число  $2019y2015уху - 5$  должно делиться на 144, значит, это число должно делиться на 2 и на 3. Чтобы число делилось на 2 в данном случае  $y$  должно быть нечётным. Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3. Поскольку сумма  $2 + 0 + 1 + 9 + 2 + 0 + 1$  делится на 3, можно проверить, делится ли на 3 сумма остальных цифр. Поскольку мы делим не исходное число, а число  $2019y2015уху - 5$ , возможны следующие варианты.

- Если  $y \geq 5$ , то сумма цифр есть  $y + 5 + y + x + (y - 5) = 3 \cdot y + x$ .  $3 \cdot y$  всегда делится на 3, следовательно,  $x$  должно делиться на 3, т.е.  $x$  есть 0, 3, 6 или 9.
- Иначе ( $y < 5$ ) надо делать заём из предыдущего разряда. При этом возможны два варианта.
  - Если  $x > 0$ , то сумма цифр есть  $y + 5 + y + (x - 1) + (10 + y - 5) = 3 \cdot y + x + 9$ , т.е. опять-таки  $x$  должно делиться на 3.
  - Если  $x = 0$ , то надо производить заём из третьего разряда. Поскольку  $y$  должно быть нечётным, следовательно,  $y \neq 0$ , т.е. заём всегда можно произвести. Сумма цифр есть  $y + 5 + (y - 1) + 9 + (10 + y - 5) = 3 \cdot y + 18$ , т.е. она всегда будет делиться на 3.

Сведя всё вместе, можно сделать вывод, что  $y$  должно быть нечётным, а  $x - 0, 3, 6$  или  $9$ .

Организуем перебор возможных комбинаций пар цифр и проверим, что остаток от деления числа  $2019y2015уху$  на 144 есть 5.

алг Делимость

нач

цел  $x, y, \text{num}, n$

$n = 201902015000$

для  $x$  от 0 до 9 шаг 3

нц

для  $y$  от 1 до 9 шаг 2

нц

$\text{num} = n + y * 10^7 + y * 10^2 + x * 10 + y$

если  $\text{num} \bmod 144 = 5$  то

вывод  $x, y, \text{num}$

всё

кц

кц

кон

2. (10 класс) В Ульдамане Вас атаковали полчища Троггов. Убегая от них, Вы добрались до огненной реки, что мешает перебраться на другую сторону. Рядом с рекой стояли гоблинские сапоги, к которым чудо-скотчем был примотан реактивный двигатель. На сапогах красовалась инструкция: «Надень сапоги и впиши алгоритм вычисления

$$R = -\sqrt{196 + \sqrt[4]{191 - \sqrt{186 + \dots - \sqrt{6 + \sqrt[4]{1}}}}} ,$$
 чтобы запустить сапоги». Разработайте этот алгоритм, чтобы перебраться через реку.

**Фактическое задание.** Разработать алгоритм для вычисления значения

$$R = -\sqrt{196 + \sqrt[4]{191 - \sqrt{186 + \dots - \sqrt{6 + \sqrt[4]{1}}}}}$$

**Решение.** Для сокращения количества действий будет вычислять по два корня на каждом шаге цикла. Положим  $R = 0$ . В цикле для  $n$  от 1 до 191 с шагом 10 присваиваем  $R$  значение выражения  $-\sqrt{(n+5) + \sqrt[4]{n+R}}$ .

```

алг Корни
нач
  цел n
  вещ r

  r = 0
  для n от 1 до 191 шаг 10
  нц
    r = -sqrt((n + 5) + pow(n + r, 1 / 4))    // pow - функция возведения в степень
  кц
  вывод r
кон
    
```

3. (10 класс) Сражаясь с Обсидиановым Часовым, Вы попадаете в ловушку. Система пишет Вам: «Чтобы выбраться из ловушки решите задачу. Перед Вами всплывает таблица размером  $M \times N$  клеток. Найти среднее арифметическое элементов таблицы и сумму элементов тех строк таблицы (строки расположены горизонтально на одной высоте), в которых отрицателен элемент диагонали, приведённой из левого верхнего в правый нижний угол таблицы. Разработайте алгоритм для решения данной задачи, чтобы выбраться из ловушки».

**Фактическое задание.** Дана таблица размером  $M \times N$ . Найти среднее арифметическое элементов таблицы и сумму элементов тех строк, в которых отрицателен элемент диагонали, приведённой из левого верхнего в правый нижний угол таблицы.

**Решение – 1 способ.** Поскольку таблица не квадратная, такой диагонали нет.

**Решение – 2 способ.** Проведём диагональ по клеткам, у которых номер столбца равен номеру строки. Количество таких клеток равно  $\min(M, N)$ . Поскольку для нахождения среднего арифметического надо рассмотреть все строки, а для нахождения суммы – не все, можно пойти двумя путями.

- Использовать отдельные циклы. Тогда для каждого  $i$  от 1 до  $M$  переберём все  $j$  от 1 до  $N$ , найдём сумму всех элементов таблицы и поделим её на  $M \times N$ , чтобы получить среднее арифметическое. Затем положим  $K = \min(M, N)$ , и для каждого  $i$  от 1 до  $K$ , если элемент таблицы с индексами  $(i, i)$  отрицателен, переберём все  $j$  от 1 до  $K$  и прибавим элемент с индексами  $(i, j)$  в искомую сумму.

```

алг Диагональ
нач
  цел m, n, k, i, j
  вещ t[m, n]
  вещ sr, s

  ввод m, n
  если m < 1 или n < 1 то
    вывод 'Некорректные размеры таблицы'
  иначе
    для i от 1 до m
    нц
      для j от 1 до n
      нц
        ввод t[i, j]
      кц
    кц

    sr = 0
    для i от 1 до m
    нц
      для j от 1 до n
    
```

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

```
нц
  sr = sr + t[i, j]
кц
кц
sr = sr / m / n

k = min(m, n)
s = 0
для i от 1 до k
нц
  если t[i, i] < 0 то
    для j от 1 до k
      нц
        s = s + t[i, j]
      кц
    всё
  кц
кц
вывод sr, s
всё
кон
```

2. Положим  $K = \min(M, N)$ . Рассмотрим сначала квадрат размером  $K \times K$ . Используем два цикла для перебора элементов этого квадрата и найдём по отдельности  $SR$  – сумму всех элементов из квадрата и  $S$  – сумму элементов в строках с отрицательным элементом на диагонали. Затем:

- a. если  $M < N$ , то надо рассмотреть оставшиеся столбцы слева от рассмотренного квадрата, для этого используем циклы для  $i$  от 1 до  $M$  и для  $j$  от  $K + 1$  до  $N$  и прибавляем значения элементов таблицы к переменной  $SR$ , после циклов надо поделить  $SR$  на  $M \times N$ , чтобы получить среднее арифметическое;
- b. если  $M > N$ , то надо рассмотреть оставшиеся строки снизу от рассмотренного квадрата, для этого используем циклы для  $i$  от  $K + 1$  до  $M$  и для  $j$  от 1 до  $N$  и прибавляем значения элементов таблицы к переменной  $SR$ , после циклов надо поделить  $SR$  на  $M \times N$ , чтобы получить среднее арифметическое;
- c. если  $M = N$ , то ничего делать не надо, т.к. квадратная часть совпадает с полной таблицей, т.е. все элементы таблицы были уже рассмотрены.

```
алг Диагональ
нач
  цел m, n, k, i, j
  вещ t[m, n]
  вещ sr, s, si

  ввод m, n
  если m < 1 или n < 1 то
    вывод 'Некорректные размеры таблицы'
  иначе
    для i от 1 до m
      нц
        для j от 1 до n
          нц
            ввод t[i, j]
          кц
        кц

    k = min(m, n)
    s = 0
    sr = 0
    для i от 1 до k
      нц
        si = 0
        для j от 1 до k
          нц
            si = si + t[i, j]
          кц
        если t[i, i] < 0 то
          s = s + si
        всё
        sr = sr + si
      кц

  если m < n то
```

```

для i от 1 до m
нц
  для j от k + 1 до n
  нц
    sr = sr + t[i, j]
  кц
кц
иначе
если m > n то
  для i от k + 1 до m
  нц
    для j от 1 до n
    нц
      sr = sr + t[i, j]
    кц
  кц
всё
всё
sr = sr / m / n
вывод sr, s
всё
кон

```

**Решение – 3 способ.** Проведём диагональ из левого верхнего угла таблицы в правый нижний. Эта диагональ пройдёт через какие-то элементы таблицы, причём в некоторых строках она пройдёт через один элемент, в других – через два или даже больше. Проверим элементы, через которые проходит диагональ, и сформируем массив, элементы которого будут принимать значение *истина*, если в данной строке есть отрицательные элементы среди элементов, через которые проходит диагональ, и *ложь* в противном случае.

Для проверки элементов, через которые проходит диагональ, сделаем следующее:

1. вычислим вещественный коэффициент  $k = M / N$ ;
2. присвоим переменной  $i$  значение 1 и переменной  $j$  значение 1;
3. в цикле пока  $i \leq M$  и  $j \leq N$  проверяем элемент с индексами  $(i, j)$ ;
4. для перехода к следующему шагу сделаем следующее:
  - если  $j \cdot k < i$ , то увеличиваем переменную  $j$  на 1;
  - если  $j \cdot k > i$ , то увеличиваем переменную  $i$  на 1;
  - если  $j \cdot k = i$ , то увеличиваем на 1 переменную  $i$  и переменную  $j$ .

После формирования массива обнулیم переменную  $SR$  – для суммы всех элементов таблицы и переменную  $S$  – для суммы элементов в строках с отрицательным элементом на диагонали, организуем цикл для  $i$  от 1 до  $M$ , для каждой строки подсчитаем  $SI$  – сумму её элементов, затем прибавим значение  $SI$  к переменной  $SR$  и, если соответствующий элемент массива содержит значение *истина*, прибавим  $SI$  к переменной  $S$ . После цикла надо поделить  $SR$  на  $M \times N$ , чтобы получить среднее арифметическое.

```

алг Диагональ
нач
  цел m, n, i, j
  вещ t[m, n]
  вещ sr, s, si, k
  лог d[m]

  ввод m, n
  если m < 1 или n < 1 то
    вывод 'Некорректные размеры таблицы'
  иначе
    для i от 1 до m
    нц
      для j от 1 до n
      нц
        ввод t[i, j]
      кц
    кц
кц

```

```

для i от 1 до m
нц
    d[i] = false
кц

k = m / n
i = 1
j = 1
пока i <= m и j <= n
нц
    если t[i, j] < 0 то
        d[i] = true
    всё
    если j * k < i то
        j = j + 1
    иначе
        если j * k > i то
            i = i + 1
        иначе
            i = i + 1
            j = j + 1
    всё
кц

s = 0
sr = 0
для i от 1 до m
нц
    si = 0
    для j от 1 до n
    нц
        si = si + t[i, j]
    кц
    если d[i] то
        s = s + si
    всё
    sr = sr + si
кц

sr = sr / m / n
вывод sr, s
всё
кон

```

4. (11 класс) Заметив бурно обсуждающих что-то стражей Нексуса, Вы забираетесь на ближайшую ветку и шпионите за ними. В руках Дракомага Вы видите чертёж тайного прохода к артефакту «кольцо дракона». Система выдает задание: «В заданной вещественной квадратной таблице размера  $n$  минимальный по модулю и максимальный по модулю элементы. Получить матрицу порядка  $n + 2$  путём добавления к исходной строки и столбца, на пересечении которых расположены найденные элементы. Одну строку и один столбец добавить в начало, другую строку и другой столбец – в конец. Если строки или столбцы совпадают – дублировать. Элемент  $(1, 1)$  заполнить максимальным элементом. Элемент  $(n + 2, n + 2)$  заполнить минимальным элементом. Оставшиеся элементы заполнить полусуммой максимального по модулю и минимального по модулю элемента из исходной таблицы». Разработайте алгоритм для решения данной задачи, чтобы забрать артефакт.

**Фактическое задание.** В заданной вещественной квадратной таблице размера  $n$  минимальный по модулю и максимальный по модулю элементы. Получить матрицу порядка  $n + 2$  путём добавления к исходной строки и столбца, на пересечении которых расположены найденные элементы. Одну строку и один столбец добавить в начало, другую строку и другой столбец – в конец. Если строки или столбцы совпадают – дублировать. Элемент  $(1, 1)$  заполнить максимальным элементом (считаем, что это найденный максимальный по модулю элемент). Элемент  $(n + 2, n + 2)$  заполнить минимальным элементом (считаем, что это найденный минимальный по модулю элемент). Оставшиеся элементы заполнить полусуммой максимального по модулю и минимального по модулю элемента из исходной таблицы.

**Решение.** Найдём  $imax, jmax$  и  $imin, jmin$  – индексы максимального по модулю и минимального по модулю элемента таблицы обычным способом. Затем расширим существующую таблицу.

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

Для этого надо написать два вложенных цикла, причём необходимо хотя бы внешний цикл организовать так, чтобы обработка осуществлялась от последнего элемента к первому. В циклах каждый элемент с индексами  $(i, j)$  необходимо записать в элемент с индексами  $(i + 1, j + 1)$ . Для заполнения дополнительных строк напишем цикл для  $i$  от 2 до  $n + 1$ , в цикле выполним следующие присваивания:  $T[i, 1] = T[i, j_{\max}]$ ,  $T[i, n + 2] = T[i, j_{\min}]$ ,  $T[1, i] = T[i_{\max}, i]$ ,  $T[n + 2, i] = T[i_{\min}, i]$ . Затем заполним оставшиеся элементы следующим образом:  $T[1, 1] = T[i_{\max}, j_{\max}]$ ,  $T[n + 2, n + 2] = T[i_{\min}, j_{\min}]$ ,  $T[1, n + 2] = T[n + 2, 1] = (T[i_{\max}, j_{\max}] + T[i_{\min}, j_{\min}]) / 2$ .

алг РасширениеТаблицы

нач

вещ  $t[n + 2, n + 2]$

вещ  $\min, \max$

цел  $n, i_{\min}, j_{\min}, i_{\max}, j_{\max}, i, j$

ввод  $m, n$

если  $m < 1$  или  $n < 1$  то

вывод 'Некорректные размеры таблицы'

иначе

для  $i$  от 1 до  $n$

нц

для  $j$  от 1 до  $n$

нц

ввод  $t[i, j]$

кц

кц

$\min = \text{abs}(t[1, 1])$

$i_{\min} = 1$

$j_{\min} = 1$

$\max = \text{abs}(t[1, 1])$

$i_{\max} = 1$

$j_{\max} = 1$

для  $i$  от 1 до  $n$

нц

для  $j$  от 1 до  $n$

нц

если  $\text{abs}(t[i, j]) < \min$  то

$\min = \text{abs}(t[i, j])$

$i_{\min} = i$

$j_{\min} = j$

иначе

если  $\text{abs}(t[i, j]) > \max$  то

$\max = \text{abs}(t[i, j])$

$i_{\max} = i$

$j_{\max} = j$

всё

кц

кц

кц

для  $i$  от  $n$  до 1 шаг -1

нц

для  $j$  от 1 до  $n$

нц

$t[i + 1, j + 1] = t[i, j]$

кц

кц

для  $i$  от 2 до  $n + 1$

нц

$t[i, 1] = t[i, j_{\max}]$

$t[1, i] = t[i_{\max}, i]$

$t[i, n + 2] = t[i, j_{\min}]$

$t[n + 2, i] = t[i_{\min}, i]$

кц

$t[1, 1] = t[i_{\max}, j_{\max}]$

$t[n + 2, n + 2] = t[i_{\min}, j_{\min}]$

$t[1, n + 2] = (t[i_{\max}, j_{\max}] + t[i_{\min}, j_{\min}]) / 2$

$t[n + 2, 1] = (t[i_{\max}, j_{\max}] + t[i_{\min}, j_{\min}]) / 2$

для  $i$  от 1 до  $n$

нц

для  $j$  от 1 до  $n$

нц

вывод  $t[i, j]$

кц  
кц  
всё  
кон

5. (9 класс) В центре Ульдамана стоит Большой Каменный Хранитель, у его ног две клетки с гоблинами-исследователями. Хранитель смотрит на Вас и говорит: «Реши загадку, и я пропущу тебя, а ещё отдам этих зелёных нахалов». Вы соглашаетесь и слушаете загадку. «В рамке справа приведён код функции. В ней каждая переменная  $M$ ,  $K$ ,  $J$  и каждый элемент одномерного массива  $S$  требуют 4 частички для своего хранения. Однако в этом плазменном свитке только 2048 частичек. Определите, при каких значениях  $N$  ( $N > 0$ ) плазменных байтов плазменного свитка хватит для выполнения функции  $OX(N)$ . Также напишите как можно более компактную формулу выражения, вычисляемого этой функцией.

```
Функция OX (N: целое)
M := 0
для K от 1 до N
    S[1] := 1
    для J от 2 до K+1
        S[J] := S[J-1] * K
    конец_для
    M := M + S[K+1]
конец_для
вернуть M
```

**Фактическое задание.** Определить, при каких значениях  $N$  ( $N > 0$ ), 2048 байт будет достаточно для выполнения функции  $OX(N)$ . Написать компактную формулу выражения, вычисляемого этой функцией.

**Решение.** 2048 байт достаточно для хранения 512 переменных по 4 байта. В функции есть три простых переменных  $M$ ,  $K$ ,  $J$ , следовательно, остаётся память ещё для 509 элементов массива  $S$ , т.е.  $N < 510$ .

Функция вычисляет значение  $1 + 2^2 + 3^3 + \dots + N^N$ .

6. (9 класс) Исследуя улицы Ульдамана, в одном из домов Вы услышали шорох. Вскоре из дома вылез гoblin, быстро сообщая: «Я Сусаникс, и я ищу своих коллег, правда, я нашёл только карту и записку. Вот!» Вы берёте протянутые карту и записку и узнаете, что существует безопасный проход по улицам, чьи номера являются полнократными, т.е. делятся нацело квадратом каждого своего простого делителя. А Сусаникс продолжил: «Нам необходимо найти последовательность этих полнократных чисел в границах от  $F$  до  $G$ , чтобы пройти по улицам с такими же номерами и живыми добраться до наших товарищей». Выпишите алгоритм поиска на обратную сторону карты.

**Фактическое задание.** Найти последовательность полнократных чисел в диапазоне от  $F$  до  $G$ . Полнократное число – это число, которое делится нацело квадратом каждого своего простого делителя.

**Решение.** Для всех  $n$  из диапазона от  $F$  до  $G$  проверяем, является ли число  $n$  полнократным.

Для проверки на полнократность построим массив простых чисел в диапазоне от 2 до  $\sqrt{G}$  с помощью решета Эратосфена. Затем для каждого числа  $n$  из диапазона от  $F$  до  $G$  рассмотрим простые числа от 2 до  $\sqrt{n}$ , и, если  $n$  делится на текущее простое число, проверим, делится ли  $n$  на квадрат текущего простого числа.

Для использования решета Эратосфена необходимо построить массив чисел в заданном диапазоне от 1 до  $\sqrt{G}$ . Поскольку число 1 не является простым, в элемент массива с индексом 1 занесём значение 0 – будет удобнее, если индекс массива и число в массиве совпадают. Затем для чисел  $i$  в диапазоне от 2 до  $\sqrt{G}$ , начиная с числа  $i$ , вычёркиваем из массива (заменяем нулями) все числа с шагом  $i$  (само число  $i$  не вычёркивается). Для нахождения следующего значения  $i$  нужно найти первый незачёркнутый (ненулевой) элемент массива после текущего значения  $i$ . Затем удалим из массива нули.

алг ПолнократныеЧисла

нач

цел f, g, n, k

цел nums[целая\_часть(sqrt(g))]



Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

```
ввод f, g
если f < 1 или g < 1 или f > g то
  вывод 'Некорректные входные данные'
то
  РешетоЭратосфена(nums, целая_часть(sqrt(g)))

  для n от f до g
  нц
    k = 1
    пока nums[k] <= целая_часть(sqrt(n))
    нц
      если n mod nums[k] = 0 и n mod (nums[k] * nums[k]) = 0 то
        вывод n
      всё
      k = k + 1
    кц
  кц
всё
кон

алг РешетоЭратосфена(арг цел nums[n], n)
  цел i, j

  nums[1] = 0
  для i от 2 до n
  нц
    nums[i] = i
  кц

  i = 2
  пока i <= целая_часть(sqrt(n))
  нц
    для j от 2 * i до n шаг i
    нц
      nums[j] = 0
    кц
    повторять
      i = i + 1
    до nums[i] <> 0
  кц

  i = 1
  для j от 1 до n
  нц
    если nums[j] <> 0 то
      nums[i] = nums[j]
      i = i + 1
    всё
  кц
кон
```

7. (9 класс) Исследуя улицы Ульдамана, в одном из домов Вы услышали шорох. Вскоре из дома вылез гoblin, быстро сообщая: «Я Сусаникс, и я ищу своих коллег, правда, я нашёл только карту и записку. Вот!» Вы берёте протянутые карту и записку и узнаете, что существует безопасный проход по улицам, чьи номера являются автоморфными, т.е. десятичная запись квадрата числа оканчивается самим этим числом. А Сусаникс продолжил: «Нам необходимо найти последовательность таких автоморфных чисел в границах от  $F$  до  $G$ , которые делятся нацело на  $N$ , чтобы пройти по улицам с такими же номерами и живыми добраться до наших товарищей». Выпишите алгоритм поиска на оборотную сторону карты.

**Фактическое задание.** Найти последовательность автоморфных чисел в диапазоне от  $F$  до  $G$ , которые делятся нацело на  $N$ . Автоморфное число – это число, десятичная запись квадрата которого оканчивается самим этим числом.

**Решение.** Для всех  $p$  из диапазона от  $F$  до  $G$  проверяем, делится ли число  $p$  нацело на  $N$ , и, если это так, проверяем, является ли число  $p$  автоморфным.

Для проверки на автоморфность надо возвести число в квадрат и сравнить последние цифры нового числа с исходным. Для этого надо взять остаток от деления нового числа на 10 в некоторой степени. Степень зависит от количества цифр в исходном числе. Поэтому исходное число делим несколько раз на 10, пока не получится 0, одновременно столько же раз умножаем на 10 делитель, изначально равный 1. Затем берём остаток от деления нового числа на

полученный делитель, и если этот остаток от деления равен исходному числу, то исходное число является автоморфным.

Для того чтобы не вычислять делитель для каждого числа можно поступить следующим образом. Сначала вычисляем делитель для числа  $F$ . Когда проверяемое число станет равным делителю, умножаем делитель на 10.

```

алг АвтоморфныеЧисла
нач
  цел f, g, n, p, d

  ввод f, g
  если f < 1 или g < 1 или n < 1 или f > g то
    вывод 'Некорректные входные данные'
  то
    p = f
    d = 1
    пока p > 0
      нц
        p = p div 10
        d = d * 10
      кц

    для p от f до g
      нц
        если p = d то
          d = d * 10
        всё
        если p mod n = 0 и (p * p) mod d = p то
          вывод p
        всё
      кц
    всё
кон
    
```

8. (9 класс) Исследуя улицы Ульдамана, в одном из домов Вы услышали шорох. Вскоре из дома вылез гoblin, быстро сообщая: «Я Сусаникс, и я ищу своих коллег, правда, я нашёл только карту и записку. Вот!» Вы берёте протянутые карту и записку и узнаете, что существует безопасный проход по улицам, чьи номера являются гармоническими.  $n$ -м гармоническим числом называется сумма обратных величин первых  $n$  последовательных чисел

натурального ряда  $H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ . А Сусаникс продолжил: «Нам необходимо

найти последовательность таких гармонических чисел в границах от  $F$  до  $G$ , для которых  $n$  нечётно, чтобы пройти по улицам с такими же номерами и живыми добраться до наших товарищей». Выпишите алгоритм поиска на оборотную сторону карты.

**Фактическое задание.** Найти последовательность гармонических чисел в диапазоне от  $F$  до  $G$ ,

для которых  $n$  нечётно.  $n$ -ое гармоническое число есть  $H_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ .

**Решение.** Перебираем  $n$  – нечётные числа, начиная с 1. Вычисляем  $H_n$  по приведённой формуле. Пока  $H_n$  меньше  $F$ , пропускаем эти числа. Когда  $H_n$  становится больше или равно  $F$ , выводим найденные гармонические числа. Прекращаем цикл, когда  $H_n$  становится больше  $G$ .

```

алг ГармоническиеЧисла
нач
  цел f, g, n, h, k
  вещь h

  ввод f, g
  если f < 1 или g < 1 или f > g то
    вывод 'Некорректные входные данные'
  то
    n = 1
    повторять
      h = 0
      для k от 1 до n
        нц
          h = h + 1 / k
        кц
    всё
кон
    
```

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

```
n = n + 2
до h >= f
повторять
  вывод h
  h = 0
  для k от 1 до n
  нц
    h = h + 1 / k
  кц
  n = n + 2
до h > g
всё
кон
```

9. (10 класс) Заметив что-то бурно обсуждающих стражей Нексуса, Вы забираетесь на ближайшую ветку и шпионите за ними. В руках Дракомага Вы видите чертёж тайного прохода к артефакту «кольцо дракона». На земле похожее поле размером  $M \times N$  клеток. В клетке либо пусто, либо в форме натурального числа растут цветы. Справа от поля есть пустое поле размером  $M \times N$  клеток. Система подсказывает: «В правое поле надо записать все числа из исходного, расположив их в порядке возрастания. Начинать с левого верхнего угла, двигаясь вертикально. Но сперва расположить пустые клетки горизонтально в конце поля. Числа выкладываются опавшими лепестками цветов дерева, в округе их полно». Разработайте алгоритм для решения данной задачи, чтобы забрать артефакт.

**Фактическое задание.** Записать числа из исходной таблицы размером  $M \times N$  в другую таблицу такого же размера, расположив их в порядке возрастания. Начинать с левого верхнего угла таблицы, двигаясь вертикально. Но сперва расположить пустые клетки горизонтально в конце таблицы.

**Решение.** Перенесём числа из таблицы в одномерный массив. Также подсчитаем количество пустых клеток  $K$ . Упорядочим массив каким-либо известным способом. Упорядоченные числа из массива надо переписать в новую таблицу, при этом последние  $K \text{ div } N$  строк должны полностью состоять из пустых клеток, а в строке с номером  $M - K \text{ div } N$  должно быть  $K \text{ mod } N$  пустых клеток, которые могут быть расположены как в левой, так и в правой части строки.

В первом случае в столбцах с номерами от 1 до  $K \text{ mod } N$  заполняем строки с номерами от 1 до  $M - K \text{ div } N - 1$ , а в столбцах с номерами от  $K \text{ mod } N + 1$  до  $N$  заполняем строки с номерами от 1 до  $M - K \text{ div } N$ . В приведённом алгоритме рассматривается данный случай.

Во втором случае в столбцах с номерами от 1 до  $N - K \text{ mod } N$  заполняем строки с номерами от 1 до  $M - K \text{ div } N$ , а в столбцах с номерами от  $N - K \text{ mod } N + 1$  до  $N$  заполняем строки с номерами от 1 до  $M - K \text{ div } N - 1$ .

Если  $K \text{ mod } N = 0$ , то в обоих случаях один из циклов для столбцов окажется вырожденным, и во всех столбцах будет заполнено одинаковое число строк.

```
алг НоваяТаблица
нач
  цел m, n, k, i, j
  цел t[m, n], tn[m, n], mas[m * n]

  ввод m, n
  если m < 1 или n < 1 то
    вывод 'Некорректные входные данные'
  то
    для i от 1 до m
    нц
      для j от 1 до n
      нц
        ввод t[i, j]
      кц
    кц

    k = 0
    для i от 1 до m
    нц
      для j от 1 до n
      нц
        если t[i, j] <> 0 то
          k = k + 1
```

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

```
    mas[k] = t[i, j]
  всё
кц
кц
k = m * n - k

QuickSort(mas, 1, m * n - k)

p = 1
для j от 1 до k mod n
нц
  для i от 1 до m - k div n - 1
  нц
    tn[i, j] = mas[p]
    p = p + 1
  кц
кц
для j от k mod n + 1 до n
нц
  для i от 1 до m - k div n
  нц
    tn[i, j] = mas[p]
    p = p + 1
  кц
кц

для i от 1 до m
нц
  для j от 1 до n
  нц
    вывод tn[i, j]
  кц
кц
всё
кон

алг QuickSort(арг рез цел x[n], арг цел n1, арг цел n2)
нач
  цел i, j, k, y

  k = x[(n1 + n2) div 2]
  i = n1
  j = n2
  повторять
  пока x[i] < k
  нц
    i = i + 1
  кц
  пока x[j] > k
  нц
    j = j - 1
  кц
  если i < j то
    y = x[i]
    x[i] = x[j]
    x[j] = y
    i = i + 1
    j = j - 1
  иначе
    если i = j то
      i = i + 1
      j = j - 1
    всё
  всё
до i > j
если n1 < j то
  QuickSort(x, n1, j)
если i < n2 то
  QuickSort(x, i, n2)
кон
```

10. (11 класс) Наконец, прорвавшись в главную часть медоварни, Вы увидели, как пандарен Гао Буйный Портер колдует над котлом. Обернувшись он закричал: «А-а-а, помогите». В вы тоже оглянулись и увидели грозного Янь-Чжу Высвобожденного – духа специй. «А это ещё что такое? А ладно, меня ничто уже не остановит, просто не буду на него смотреть и всё». Поняв, что помощи не будет, Вы решили разработать тактику борьбы с духом, к тому же

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

система выдала сообщение: «В квадратной таблице вкусов размером  $N \times N$ , где расположены специи, представленные целыми числами (характеристиками), найти наименьшую по модулю характеристику специи. Получить таблицу вкусов размером  $(N-1) \times (N-1)$  путём удаления из исходной строки и столбца, на пересечении которых расположена найденная специя».

**Фактическое задание.** В квадратной таблице размером  $N \times N$  найти минимальное по модулю значение. Получить таблицу размером  $(N-1) \times (N-1)$  путём удаления из исходной строки и столбца, на пересечении которых расположено найденное значение.

**Решение.** Пусть таблица имеет имя  $T$ . Присвоим переменной  $min$  значение модуля элемента  $T[1, 1]$ , переменным  $imin$  и  $jmin$  – значение 1. Просмотрим все элементы таблицы, и, если модуль текущего элемента  $T[i, j]$  меньше значения переменной  $min$ , присвоим переменной  $min$  значение модуля элемента  $T[i, j]$ , а переменным  $imin$  и  $jmin$  – значения  $i$  и  $j$ .

После нахождения значения минимального по модулю элемента и его индексов построим новую таблицу  $TN$  размером  $(N-1) \times (N-1)$ . Копировать элементы надо по следующему правилу:

- для строк от 1 до  $imin - 1$  и для столбцов от 1 до  $jmin - 1$  присвоим  $TN[i, j] = T[i, j]$ ;
- для строк от 1 до  $imin - 1$  и для столбцов от  $jmin + 1$  до  $N$  присвоим  $TN[i, j - 1] = T[i, j]$ ;
- для строк от  $imin + 1$  до  $N$  и для столбцов от 1 до  $jmin - 1$  присвоим  $TN[i - 1, j] = T[i, j]$ ;
- для строк от  $imin + 1$  до  $N$  и для столбцов от  $jmin + 1$  до  $N$  присвоим  $TN[i - 1, j - 1] = T[i, j]$ .

алг УменьшениеТаблицы

нач

вещ  $t[n, n]$ ,  $tn[n - 1, n - 1]$

вещ  $min$

цел  $n, imin, jmin, i, j$

ввод  $m, n$

если  $m < 1$  или  $n < 1$  то

    вывод 'Некорректные размеры таблицы'

иначе

    для  $i$  от 1 до  $n$

        нц

            для  $j$  от 1 до  $n$

                нц

                    ввод  $t[i, j]$

                кц

    кц

$min = \text{abs}(t[1, 1])$

$imin = 1$

$jmin = 1$

    для  $i$  от 1 до  $n$

        нц

            для  $j$  от 1 до  $n$

                нц

                    если  $\text{abs}(t[i, j]) < min$  то

$min = \text{abs}(t[i, j])$

$imin = i$

$jmin = j$

                    все

                кц

    кц

    для  $i$  от 1 до  $imin - 1$

        нц

            для  $j$  от 1 до  $jmin - 1$

                нц

$tn[i, j] = t[i, j]$

                кц

    кц

    для  $i$  от 1 до  $imin - 1$

        нц

            для  $j$  от  $jmin + 1$  до  $n$

                нц

$tn[i, j - 1] = t[i, j]$

                кц

Олимпиада школьников «Надежда энергетики». Отборочный этап. Очная форма.

```
кц
для i от imin + 1 до n
нц
  для j от 1 до jmin - 1
  нц
    tn[i - 1, j] = t[i, j]
  кц
кц

для i от imin + 1 до n
нц
  для j от jmin + 1 до n
  нц
    tn[i - 1, j - 1] = t[i, j]
  кц
кц

для i от 1 до n - 1
нц
  для j от 1 до n - 1
  нц
    вывод tn[i, j]
  кц
кц
всё
кон
```