ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27071 для 7-го класса

1. В своей научной работе «Opera geometrica» в 1644 г. итальянский математик и физик Эванджелиста Торричелли изложил устройство ртутного барометра. Величина атмосферного давления измерялась таким барометром по высоте столба ртути, находившейся в стеклянной трубке, нижний конец которой был опущен в сосуд с ртутью, а верхний запаян. Если трубку ртутного барометра подвесить на нити к динамометру так, что её нижний конец по-прежнему будет опущен в сосуд с ртутью (не касаясь при этом дна сосуда), то можно ли определить значение атмосферного давления по показаниям динамометра? Поясните ваш ответ.

Решение

На верхний торец запаянной трубки сверху вниз действует сила атмосферного давления. Изнутри трубки эта сила ничем не компенсируется, т.к. над ртутью в трубке находятся пары ртути, давлением которых можно пренебречь. Сила атмосферного давления в точности равна весу ртути в трубке. Таким образом, показания динамометра равны сумме веса стеклянной трубки и силы атмосферного давления. Следовательно, показания динамометра можно использовать для определения атмосферного давления.

2. Самосвалы возят грунт для строительства дамбы. В строительстве дамбы участвует $N = 10$ самосвалов. Грузоподъемность каждого самосвала $m = 50$ т. В результате за 8-ми часовую смену было отсыпано $L = 50$ м дамбы. Усадкой грунта в дамбе можно пренебречь. Расстояние между местом погрузки грунта на самосвалы и строящейся дамбой равно $l = 2{,}5$ км. Самосвалы движутся равномерно. Площадь сечения дамбы равна $S = 200$ м^2, плотность грунта $\rho = 2500$ кг/м^3. Погрузка-разгрузка самосвалов занимает 10% от общего времени работы. Все самосвалы за смену делают одинаковое количество рейсов. Определите среднюю скорость движения каждого самосвала.

Решение:

Обозначим общий объем построенного участка дамбы как $V' = SL$.

Объем грунта, перевозимый самосвалом равен $V_0 = \frac{m}{\rho}$.

Таким образом, должно быть сделано N рейсов грузовиков

$$N = \frac{V'}{V_0} = \frac{\rho SL}{m},$$

при этом один грузовик сделает рейсов

$$N_0 = \frac{\rho SL}{n \cdot m}.$$

Общий путь, проходимый грузовиком за смену можно представить, как

$$2lN_0 = 0{,}9Vt.$$

Отсюда, средняя скорость грузовика равна

$$V = \frac{2lN_0}{0{,}9t} = \frac{2lL\rho S}{0{,}9t \cdot n \cdot m} = \frac{2 \cdot 2{,}5 \cdot 50 \cdot 2500 \cdot 200}{0{,}9 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 50000} \approx 35\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Ответ: $V \approx 35\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}$.

3. Кубик, ребро которого равно a, плавает в воде, погрузившись в неё наполовину. Другой кубик такого же размера плавает в воде, погрузившись на две трети. Кубики ставят друг на друга, соединив грани. Получившийся параллелепипед плавает в воде так, что его длинное ребро вертикально. Определите глубину погружения в воду нижней грани параллелепипеда, если первый кубик находится внизу. Найдите ответ, если внизу будет второй кубик.

Решение:

Для кубика, наполовину погруженного в воду, запишем условие плавания: $\rho_1 a^3 = \frac{1}{2}\rho_в a^3$, поэтому $\rho_1 = \frac{1}{2}\rho_в$;

То же условие плавания для второго кубика: $\rho_2 a^3 = \frac{2}{3}\rho_в a^3$, поэтому $\rho_2 = \frac{2}{3}\rho_в$.

Обозначим глубину погружения нижней грани в воду как h, тогда $(\rho_1 + \rho_2)a^3 = \rho_в h a^2$;

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)a = h; \qquad \boldsymbol{h = \frac{7}{6}a}$$

Ответ: $\boldsymbol{h = \frac{7}{6}a}$. Ответ не изменится, если кубики поменять местами.

4. Друзья Катя, Петя и Ваня живут в одном доме и учатся в одной школе. На день рождения родители купили Пете двухместный скутер, и Петя решил прокатить друзей от дома до школы. Ребята вышли из дома одновременно. Сначала Петя посадил Катю на скутер и повёз к школе, а Ваня пошёл пешком. Не доезжая до школы некоторое расстояние, Петя высадил Катю, которая далее пошла пешком, а сам поехал навстречу Ване. В результате все друзья (Катя пешком, а Петя и Ваня на скутере) прибыли в школу одновременно, причём их средняя скорость преодоления пути от дома к школе равнялась $v_{ср}$=9 км/час. Какова была скорость ходьбы ребят, если Катя и Ваня шли с одной и той же скоростью, а Петя ехал на скутере со скоростью V=15 км/час? Напоминание: средней скоростью называют отношение пройденного пути ко времени, затраченному на этот путь.

Решение:

Введём следующие обозначения:
u – скорость ходьбы, t_1 – Катя и Петя едут на скутере ; t_2 – Петя возвращается к Ване на скутере, t_3 – Ваня и Петя едут на скутере до школы; $t_к$ – Катя идет пешком до школы.
Петя проезжает расстояние Vt_1 “вперед” и Vt_2 “назад”.

Координата Пети на скутере до встречи с Ваней: $V(t_1 - t_2)$

Координата Вани до встречи с Петей: $u(t_1 + t_2)$.

Петя посадил Ваню: $V(t_1 - t_2) = u(t_1 + t_2)$ (1).

Расстояние от дома до школы: $S = Vt_1 + ut_к$ (2)

Время движения Пети до школы: $T = t_1 + t_2 + t_3$.

Время движения Кати до школы: $T = t_1 + t_K$.

$T = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + t_K$, поэтому $t_K = t_2 + t_3$.

Подставим это в (2):

$$S = Vt_1 + ut_к = Vt_1 + u(t_2 + t_3) = v_{ср}(t_1 + t_2 + t_3) \quad (3)$$

Из уравнений (1) и (3) составляем систему:

$$\begin{cases} Vt_1 + u(t_2 + t_3) = v_{ср}(t_1 + t_2 + t_3) \\ Vt_1 - Vt_2 = u(t_1 + t_2) \end{cases} \qquad (*)$$

Путь Кати до школы: $S = Vt_1 + ut_к = Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right)$. Путь Вани до школы: $S = u\left(t_1 + t_2\right) + Vt_3$

Тогда $Vt_1 + u\left(t_2 + t_3\right) = u\left(t_1 + t_2\right) + Vt_3$, откуда $t_1 = t_3$. Подставим это в (*):

$$\begin{cases} Vt_1 + u(t_1 + t_2) = v_{\text{ср}}(2t_1 + t_2) \\ Vt_1 - Vt_2 = u(t_1 + t_2) \end{cases} \qquad t_1(V - u) = t_2(V + u) \Rightarrow t_2 = \frac{V-u}{V+u}t_1$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{t_1(V + u) + t_2 u}{2t_1 + t_2} = \frac{t_1(V + u) + \dfrac{V-u}{V+u}t_1 u}{2t_1 + \dfrac{V-u}{V+u}t_1} =$$

$$= \frac{(V + u)^2 + (V - u)u}{2(V + u) + V - u} = \frac{V^2 + 2Vu + u^2 + Vu - u^2}{2V + 2u + V - u} = \frac{V(V + 3u)}{3V + u}$$

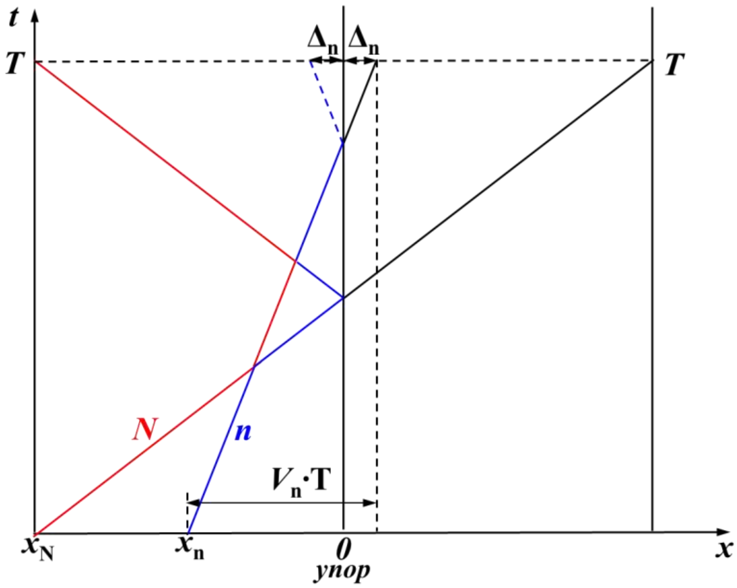
$$u\left(3V - v_{\text{ср}}\right) = V\left(3v_{\text{ср}} - V\right)$$

$$u = \frac{V\left(3v_{\text{ср}} - V\right)}{3V - v_{\text{ср}}} = \frac{15(27 - 15)}{45 - 9} = 5 \text{ км/час}$$

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 4 одинаковых вагона. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 200 м, до второго 500 м, до третьего 900 м и до четвертого 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь. При абсолютно упругом лобовом соударении тел одинаковой массы они обмениваются своими скоростями, причем и по модулю, и по направлению. При взаимодействии с пружинным упором вагон меняет направление своего движения на противоположное, сохраняя модуль скорости.

Решение:

Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (t-x). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, n-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой



замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \dfrac{2x_N}{V_N} = \dfrac{2 \cdot 1500}{15} = 200\, c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 300, 700, 900, 1500 метров. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

<u>Ответ:</u>

Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 300, 700, 900, 1500 метров.

Скорости вагонов равны: 9 км/ч; 21,6 км/ч; 32,4 км/ч; 54 км/ч.