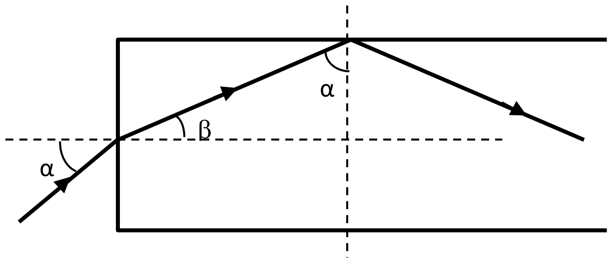
ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 27101 для 10-го класса

1. В лаборатории волоконной и интегральной оптики кафедры Физики им. В.А. Фабриканта НИУ «МЭИ» исследуются характеристики оптоволоконных кабелей. Из прозрачного материала с показателем преломления $n=\sqrt{2}$ изготовлена длинная тонкая нить кругового поперечного сечения. На её торцевую поверхность падает световой луч под некоторым углом к оси нити. При каком максимально возможном значении этого угла луч пройдет по световоду без ослабления? Поясните ваш ответ.

Решение:



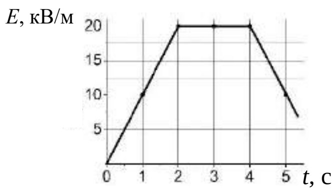
Для того, чтобы луч прошёл по световоду без ослабления, необходимо, чтобы на поверхности световода выполнялось условие полного внутреннего отражения луча. Это означает, что $sin\alpha_2 > \frac{1}{n}$.

Максимальное значение угла α_1 падения луча на торцевую поверхность световода будет соответствовать максимально возможному значению угла преломления β_1, причем $\frac{sin\alpha_1}{\sin\beta_1}=n$.

Тогда $sin\beta_1 = cos\alpha_2 = \frac{1}{n}sin\alpha_1$. Следовательно, $sin\alpha_2=\sqrt{1-\frac{1}{n^2}sin^2\alpha_1} > \frac{1}{n}$. Тогда $\frac{1}{n^2}\left(1+sin^2\alpha_1\right)<1$. При условии $n^2=2$ получаем, что максимальное значение угла падения луча определяется условием $sin\alpha_1<1$. Это означает, что при любом угле падения луча на торцевую поверхность световода он пройдёт по нему без ослабления.

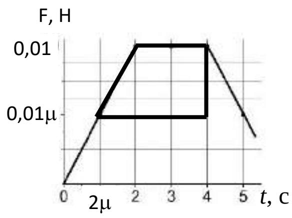
Ответ: **Свет пройдет без ослабления при любом угле падения.**

2. Небольшое тело массой 1 г и зарядом 0,5 мкКл покоится на горизонтальной непроводящей поверхности в однородном электрическом поле, силовые линии которого горизонтальны. Зависимость модуля напряженности поля от времени показана на графике. В момент времени t = 4 с скорость тела равна 12,5 м/с. Определите коэффициент трения тела о поверхность.



Решение:

Нарисуем график зависимости силы, действующей на тело, от времени. Тело начнет движение, когда действующая на него сила превысит значение максимальной силы трения покоя, т.е. $F>\mu mg=0{,}01\mu$. Из графика ясно, что это произойдет в момент времени $t_0=2\mu$. Тогда изменение импульса тела будет равно площади очерченной жирными линиями трапеции.



Получаем:

$mv=\frac{1}{2}\left(\left(4-2\right)+\left(4-2\mu\right)\right)\cdot\left(0{,}01-0{,}01\mu\right)$. После подстановки данных имеем: $2{,}5=\left(6-2\mu\right)\cdot\left(1-\mu\right)$. Решение квадратного уравнения дает $\mu=0{,}5$.

Ответ: $\mu=0{,}5$.

3. Автомобиль с мощным двигателем и полным приводом движется прямолинейно с постоянной скоростью. Водитель, желая увеличить скорость, резко нажимает педаль газа и удерживает ее в новом положении. Скорость вращения колес практически мгновенно возрастает в k раз и через некоторое время автомобиль снова движется равномерно со скоростью, в k раз больше начальной. Найдите отношение количества теплоты, выделившейся между шинами и дорогой при разгоне автомобиля, к приращению кинетической энергии автомобиля. Коэффициент трения между шинами и дорогой не изменяется, сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

Решение.

Из закона сохранения энергии получаем: $\frac{mv^2}{2} + A = \frac{m(kv)^2}{2} + Q$.

Так как работа двигателя по разгону машины равна

$$A = F \cdot (kv) \cdot t_{разгона} = ma \cdot kv \cdot \frac{kv - v}{a} = mv^2 k(k-1) = \frac{mv^2}{2} \cdot 2k(k-1),$$

то выделившееся количество теплоты

$$Q = \frac{mv^2}{2}(1 + 2k^2 - 2k - k^2) = \frac{mv^2}{2}(1 - 2k + k^2) = \frac{mv^2}{2}(k^2 - 2k + 1) = \frac{mv^2}{2}(k-1)^2.$$

С учетом изменения кинетической энергии автомобиля $\Delta W_к = \frac{mv^2}{2}(k^2 - 1)$ получим, что

$$\frac{Q}{\Delta W_к} = \frac{(k-1)^2}{(k^2-1)} = \frac{k-1}{k+1}.$$

Ответ: $\frac{Q}{\Delta W_к} = \frac{(k-1)^2}{(k^2-1)} = \frac{k-1}{k+1}$.

4. Плотины многих ГЭС имеют в своей конструкции береговой водосброс, через который отводится избыточная вода из водохранилища во время экстремальных паводков. Такой водосброс представляет собой несколько наклонных бетонных желобов, чередующихся горизонтальными участками с устройствами гашения скорости потока воды. Скорость потока воды перед первым наклонным желобом равна V_1 = 20 м/с, а глубина потока h_1 = 3 м. Желоб, имеющий постоянное по длине прямоугольное сечение, наклонен под углом 30^o к горизонту и имеет длину L = 50 м. Определите глубину потока h_2 в конце желоба. Воду считать идеальной жидкостью.

Решение:

Уравнением непрерывности для потока жидкости дает нам связь между скоростью в начале и конце желоба

$$V_1 S_1 = V_2 S_2,$$

где V_1 - скорость потока в начале желоба, V_2 – в конце желоба на расстоянии L от вершины, S_1 и S_2 – сечения потока в соответствующих местах. При постоянной ширине желоба сечения потока можно связать с глубинами. Тогда уравнение непрерывности можно представить в виде $V_1 h_1 = V_2 h_2$.

По закону сохранения энергии для потока можно записать $\frac{mV_1^2}{2} + mgLsin\alpha = \frac{mV_2^2}{2}$,

где m – масса элемента потока, α – угол наклона водосброса.

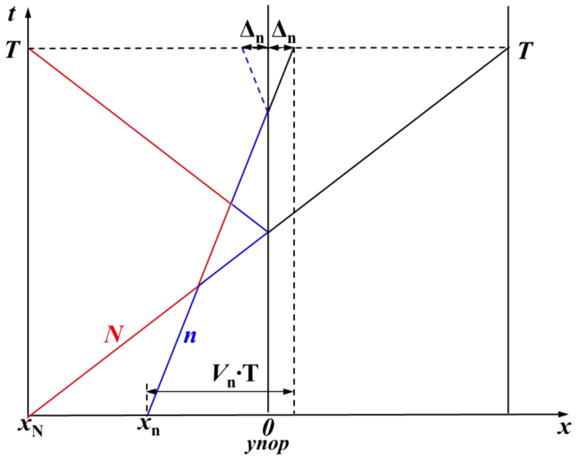
Подставляя вместо скорости V_2 в закон сохранения энергии ее выражение через скорость V_1, получаем

$$\frac{mV_1^2}{2} + mgLsin\alpha = \frac{mV_1^2}{2}(\frac{h_1}{h_2})^2$$

Отсюда $h_2 = h_1\sqrt{\frac{V_1^2}{V_1^2 + 2gLsin\alpha}} = \frac{3 \cdot 20}{\sqrt{400 + 2 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 0.5}} = 2$ м.

Ответ: $\boldsymbol{h_2 = 2}$ м.

5. Основной объект любой железнодорожной сортировочной станции – «сортировочная горка». Для формирования различных поездов локомотив толкает на горку состав из требуемых вагонов. Вагоны на вершине горки отцепляются по одному и затем скатываются с горки самостоятельно, распределяясь по разным путям с помощью стрелочных переводов. На свой сортировочный путь вагон попадает, двигаясь по инерции. Каждый такой путь закачивается тупиковой призмой с расположенным на ней пружинным упором. Пусть по одному сортировочному пути в какой-то момент едут в направлении тупика N = 8 одинаковых вагонов. Расстояние от тупика до ближайшего вагона 100 м, до второго 200 м, до следующих 300 м, 500 м, 800 м, 900 м, 1300 м и 1500 м соответственно. Скорости вагонов в этот момент равны 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч соответственно. Определите, на каком расстоянии от тупика будут находиться вагоны и какие у них будут скорости, когда самый дальний от тупика вагон будет на том же месте, что и в начальный момент (1500 м от тупика), но будет удаляться от тупика. Считать столкновения вагонов с тупиковым упором и между собой абсолютно упругими, сопротивлением движению и размерами вагонов пренебречь.



Решение:

Построим графики движения всех вагонов на диаграмме (“время” – “координата”), т.е. (t-x). Эти графики для каждого вагона между столкновениями представляют собой прямые линии (движение прямолинейное, равномерное). В процессе столкновения происходит обмен скоростями, так что графики после столкновения продолжают те же прямые линии, происходит только обмен линиями между вагонами. Например, n-ый вагон, двигавшийся «по синей линии», движется после столкновений по синей линии, которая лишь меняет угол своего наклона в точках столкновений. После того, как линии достигнут координаты пружинного упора, они “отразятся” от этой вертикальной линии так, что угол падения будет равен углу отражения, поскольку сохраняется модуль скорости. Если построить отражение продолжения линий в “зазеркалье” (т.е. в области за пружинным упором), то они продолжат первоначальные прямые. (Ситуация полностью аналогична отражению от плоского зеркала, хотя может быть описана и другими способами). Единственное, что теряется при такой замене, это еще одно пересечение исходных линий (столкновение вагонов), но если обеспечить на финише такую же последовательность вагонов, как и на старте (поскольку реальные вагоны не могут проходить друг сквозь друга), то каждая пара линий (соответствующая каждой паре вагонов) будет иметь пересечение, как показано на рисунке. Самая пологая лини на графике соответствует последнему вагону, скорость движения которого максимальная. По этой линии можно определить время движения $T = \dfrac{2x_N}{V_N} = \dfrac{2\cdot 1500}{15} = 200\,c$. По формуле $\Delta_n = V_n T - x_n$ можно рассчитать конечные координаты вагонов. Расстояния до упора будут равны, соответственно: 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м. Скорости вагонов останутся прежними, поскольку происходит последовательность абсолютно упругих соударений.

<u>Ответ:</u>

Расстояния от тупикового упора до вагонов равны : 200, 300, 600, 700, 800, 900, 1100, 1500 м.

Скорости вагонов равны: 5,4 км/ч; 9 км/ч; 16,2 км/ч; 21,6 км/ч; 28,8 км/ч; 32,4 км/ч; 43,2 км/ч; 54 км/ч.