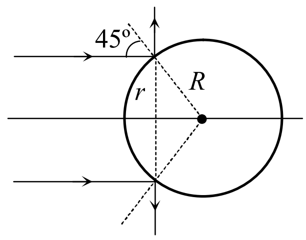
**Вариант 27111 – Решение**

**11.1.** Учащиеся Лицея №1502 при МЭИ, занимаясь во время летней практики в лаборатории кафедры физики, экспериментально изучали законы геометрической оптики. Школьники нашли в лаборатории полированный металлический шар и фонарь, создающий параллельный однородный пучок света диаметром, равным диаметру шара. Направив световой пучок строго горизонтально слева направо, лицеисты подвесили шар на нити так, что его центр оказался на оси пучка. В каком направлении шар отразил больше света: влево или вправо? Обоснуйте свой ответ необходимыми построениями и расчётами.

*Решение*




Лучи света отражаются от поверхности шара по закону отражения, причем в роли перпендикуляра, восстановленного в точке падения луча на шар, выступает радиус шара, проведенный в точку падения. С помощью рисунка легко определить радиус $r$ светового пучка, все лучи которого будут отражаться влево: $r = R\cos 45° = R/\sqrt{2}$ . Все лучи исходного пучка, расстояние до которых от его оси больше, чем $r$, будут отражаться от шара вправо. Чтобы сравнить яркость света, отраженного влево и вправо, необходимо сравнить площади сечений исходного пучка, все лучи в пределах которых отражаются влево и вправо:

$S_{влево} = \pi r^2 = \dfrac{\pi}{2}R^2$ ; $S_{вправо} = \pi\left(R^2 - r^2\right) = \pi\left(R^2 - \dfrac{R^2}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}R^2$ . Это означает, что шар отражает свет исходного пучка одинаково и влево, и вправо.

**11.2.** Автомобиль массой $m$ едет по горизонтальной дороге, затем дорога идёт в гору, потом – на спуск, и снова становится горизонтальной. Уклон дороги один и тот же как для подъёма, так и для спуска. На каждом участке движения скорость автомобиля постоянна, причём на подъёме она равна $v_2$, а на спуске – $v_3$. Сила сопротивления движению автомобиля пропорциональна квадрату его скорости. Определите импульс автомобиля на горизонтальном участке, если мощность двигателя все время остаётся неизменной.

*Решение.*

На всех участках дороги автомобиль движется равномерно и прямолинейно, т.е.:

$F_{тяги1} = f_{сопр} = kv_1^2$ на горизонтальном участке,

$F_{тяги2} = kv_2^2 + mg\sin\alpha$ на подъёме, $F_{тяги3} = kv_3^2 - mg\sin\alpha$ на спуске.

Для $P$ – мощности двигателя :

$$\begin{cases} P = kv_1^3 \\ P = kv_2^3 + mg\sin\alpha\, v_2 \\ P = kv_3^3 - mg\sin\alpha\, v_3 \end{cases}$$

Решая систему уравнений, получим: $kv_1^3\left(\frac{1}{v_2} + \frac{1}{v_3}\right) = k(v_2^2 + v_3^2)$,

$v_1 = \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$ и $p_1 = m \cdot \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$

Ответ: $p_1 = m \cdot \sqrt[3]{\frac{v_2 v_3 (v_2^2 + v_3^2)}{v_2 + v_3}}$

**11.3.** Два одинаковых шарика, масса каждого из которых равна $m$, заряжены одинаковыми зарядами $q$ и соединены идеальной непроводящей нитью длиной $l$. В некоторый момент времени точку, расположенную посередине нити, начинают перемещать равномерно со скоростью $v_0$ в направлении, перпендикулярном линии, соединяющей шарики. До какого минимального расстояния сблизятся шарики во время последующего движения? Действием силы тяжести пренебречь.

*Решение.*

Перейдем в систему отсчета, связанную с центром нити.

В начальный момент времени система двух шариков обладает кинетической энергией

$$W_{кин1} = 2 \cdot \frac{mv_0^2}{2}.$$

Шарики сближаются до тех пор, пока их скорость не станет равна нулю.

По теореме об изменении кинетической энергии

$$W_{кин2} - W_{кин1} = A_{Fполя}$$
$$-2\frac{mv_0^2}{2} = q\left(\frac{kq}{l} - \frac{kq}{x}\right),$$

Где $x$ –минимальное расстояние между ними.

Решая систему, получаем:

$$x = \frac{kq^2 l}{kq^2 + mv_0^2 l}.$$

Ответ: $x = \dfrac{l}{\dfrac{mv_0^2}{kq^2} + 1}.$

**11.4.** Квадратная пластина из тонкого медного листа разрезана на четыре одинаковых квадрата. Если в точке пересечения разрезов все малые квадраты соединить каплей припоя, то сопротивление между точками $A$ и $B$ будет равно $R_1$ (рис. 1). Если эти же малые квадраты соединить четырьмя каплями, помещёнными в точках пересечения разрезов со сторонами исходного квадрата (рис. 2), то сопротивление между точками $A$ и $B$ будет равно $R_2$. Полученную фигуру дополнительно разрезают по главным диагоналям, а затем скрепляют ещё четырьмя каплями припоя в точках пересечения разрезов с границей исходного квадрата (рис. 3). Определите в этом случае сопротивление между точками $A$ и $B$. Разрезы полностью изолируют части пластины друг от друга, а сопротивление припоя пренебрежимо мало.

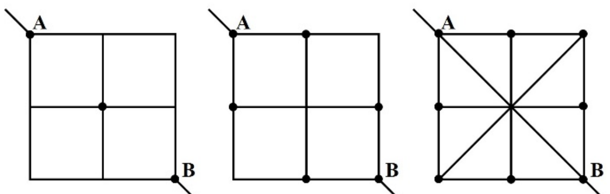
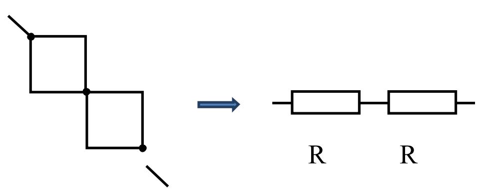



рис. 1 рис. 2 рис. 3

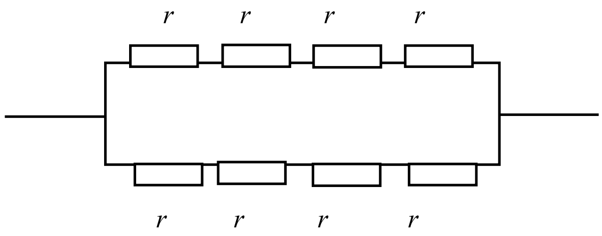
*Решение.*

Поскольку все разрезы изолированные, то для первой схемы останется:



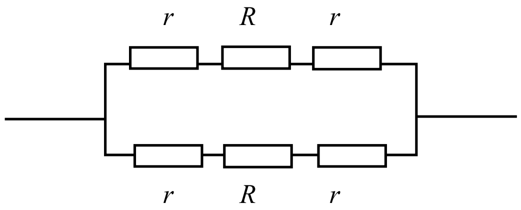

Для эквивалентной схемы, считая сопротивление квадрата равным $R$, получим: $R_1 = 2R$ .

Для третьей схемы получим, обозначив сопротивление треугольников как $r$ :




$$R_3 = 2r \ .$$

Для второй схемы, учитывая введённые обозначения, получим:




$$R_2 = \frac{2r + R}{2} \ .$$

Решая систему, получим:

$$\begin{aligned} R &= R_1 / 2 \\ r &= R_2 + 0,25R_1 \end{aligned} \quad \Longrightarrow \quad R_3 = 2R_2 + 0,5R_1$$

Ответ: $R_3 = 2R_2 - 0,5R_1$

**11.5.** Группа инженеров-энергетиков из Лаборатории энергосберегающих технологий разрабатывает устройство для обогрева жилого помещения в зимнее время. Устройство представляет собой «тепловой двигатель с обратным циклом»: на графике в ($p$-$V$) координатах процесс изображается против часовой стрелки, теплота забирается с холодной улицы и отдаётся комнате, а работа над газом совершается при помощи электродвигателя (подобные устройства называют *тепловыми насосами*). Тестовые эксперименты проводятся при температуре на улице $t^- = -$ 14 $^{\circ}$C. Для поддержания в комнате комфортной температуры $t^+$=23 $^{\circ}$C требуется некоторое количество тепла $P^+$ в единицу времени. Определите отношение $P^+$ к мощности, потребляемой обогревательным устройством. Считать, что используемый цикл близок к обратному циклу Карно; потерями в электродвигателе пренебречь.

Решение

Соотношения между модулями теплоты нагревателя $Q^+$, холодильника $Q^-$ и работы за цикл $A$ в обратном цикле Карно те же, что и в прямом. Тогда:

$$Q^+ = A + Q^-; \quad \frac{Q^+}{Q^-} = \frac{T^+}{T^-}$$

$$A = Q^+ - Q^- = \frac{T^+ - T^-}{T^+} Q^+$$

Для отношения мощностей получаем:

$$\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = \frac{296}{23 + 14} = \frac{37 \cdot 8}{37} = 8$$

Ответ: $\frac{P^+}{P_{\text{потр}}} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} = 8$