

7 класс

Если провести мелом по классной доске, то частички мела остаются на ней. Как вы объясните это?

Решение. Сила притяжения молекулы мела и доски больше силы притяжения между молекулами мела.

На столбе высотой H подвешен фонарь. Мимо фонаря со скоростью v проходит человек, рост которого равен h . С какой скоростью движется по земле тень от головы человека?

Решение. Расстояние от столба до человека r и расстояние от столба до тени головы R связаны соотношением из подобия треугольников:

$$\frac{H}{R} = \frac{h}{R-r},$$

откуда

$$r = R \frac{H-h}{H}.$$

Поэтому скорости человека и тени его головы связаны соотношением $v = u \frac{H-h}{H}$.

Ответ: Скорость тени головы человека $u = v \frac{H}{H-h}$.

Известно, что если написать мягким карандашом на бумаге букву «Н» высотой a , шириной $b = 5$ мм и толщиной линии $l = 1$ мм, то масса израсходованного грифеля окажется равна массе грифеля, израсходованного для написания буквы «Е» такого же размера. Найдите эту массу, если графит ложится на бумагу слоем толщиной $h = 1$ мкм, а плотность грифеля мягкого карандаша $\rho = 0,0021$ (г/мм³).

$$S_E = S_H$$

$$a + 3b - 3l = 2a + b - 2l$$

$$a = 2b - l$$

$$b = \frac{1}{2}(a + l)$$

$$M = \rho h l (5b - 4l)$$

$$M = \rho h l (2,5a - 1,5l)$$

$$M = \rho h l (5b - 4l) = 0,0021 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot (25 - 4) = 44,1 \text{ мкг}$$

Два автобуса проехали один и тот же перекресток со скоростью 60 км/час в одном направлении с интервалом 5 минут. На дороге они обогнали движущегося в том же направлении мальчика на скутере. С какой скоростью двигался мальчик, если автобусы проехали мимо него с интервалом в 15 минут?

Решение. Расстояние между автобусами равно $v_a \cdot 10$. Относительно велосипедиста автобусы движутся со скоростью $v_a - v_в$, а расстояние между ними относительно велосипедиста равно $(v_a - v_в) \cdot 15$. Тогда $(v_a - v_в) \cdot 15 = v_a \cdot 10$, откуда

$$v_в \cdot 15 = v_a \cdot 5.$$

Ответ: Скорость велосипедиста $v_в = \frac{1}{3}v_a = 20$ км/ч.

Крестьяне Емельян и Елисей совместно вспахивают прямоугольное поле ABCD, где AB = 500 м, AD = 351,6 м. Во время вспашки конь Емельяна движется со скоростью в 1,5 раза большей, чем конь Елисея, но плуг у Елисея в 2 раза шире, чем у Емельяна. Емельян начинает движение из вершины A, а Елисей – из вершины C, крестьяне все время двигаются параллельно стороне AB. Доходя до края поля, они мгновенно разворачиваются, передвигают свой плуг и продолжают перепахивать поле. Работа прекратится, когда крестьяне столкнутся (плуг Елисея заденет плуг Емельяна). Однако некоторая площадь поля окажется не вспаханной. Найдите эту площадь, если ширина плуга у Елисея $x = 1$ м.

Решение. Обозначим t – время, за которое Емельян пройдет поле трижды, а Елисей, соответственно – дважды. После этого они будут находиться по одну сторону поля (а не с противоположных, как в начале). За это время Емельян вспахивает полосу толщиной 1,5 метра, а Елисей – 2 метра. Суммарно – 3,5 метра. В вариантах 1,2 и 3 ширина поля 351,6 метров, то есть спустя время $100t$ крестьяне будут находиться на расстоянии 1,6 метров друг от друга на стороне BC. При этом Емельян вспахает полосу толщиной 150 метров, а Елисей – 200 метров.

После этого Емельян начнет вспахивать полосу шириной 0,5 метра, а Елисей – 1 метр. Между ними останется полоска шириной 10 сантиметров. К тому моменту, когда Емельян дойдет до конца поля (пройдет 500 м), Елисей пройдет только $\frac{2}{3}$ своей борозды (пройдет 333,33 м). Емельян развернется и пойдет Елисею навстречу. При встрече они зацепятся боронами и прекратят работу. Встреча, очевидно, произойдет после того, как Емельян пройдет $\frac{3}{15}$ поля навстречу Елисею (который пройдет $\frac{2}{15} + \frac{2}{3}$ поля).

При этом не вспаханными останутся две полоски поля:

- перед Емельяном шириной 10 см и длиной $\frac{2}{15}$ поля

- перед Елисеем (он не дойдет до конца поля), т.е. справа от Емельяна шириной 60 см и длиной $\frac{3}{15}$ поля

Ответ: Невспаханная площадь: $S = 0,1 \left(\frac{2}{15} + \frac{2}{3} \right) \cdot 500 + 0,6 \cdot \frac{3}{15} \cdot 500 = 100 \text{ м}^2$.