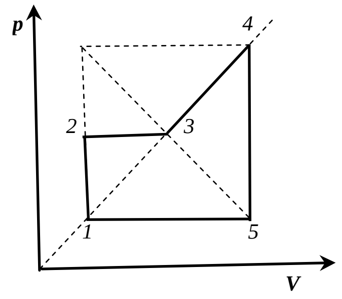
ЗАДАНИЕ ПО ФИЗИКЕ
ВАРИАНТ 7111 для 11 класса

1. Заключительный этап олимпиады «Надежда энергетики» проходит в Главном учебном корпусе НИУ «МЭИ», который был построен в 1946 году. На входе в здание установлены массивные двустворчатые дубовые двери (каждая створка высотой 3,5 м, шириной 0,7 м и массой 100 кг). Двери открываются в обе стороны и возвращаются в положение равновесия пружинами. Минимальная сила, которой можно удержать дверь в открытом положении, составляет F_1 = 80 Н. Сможет ли девушка войти в здание без посторонней помощи, если она способна приложить к двери максимальную силу F_2 = 40 Н? Трением в петлях дверей пренебречь. Объясните свой ответ.

Чтобы открыть дверь и войти в здание, можно раскачать её, воспользовавшись условием возникновения резонанса при вынужденных колебаниях.

2. Тепловая машина, рабочим телом которой является идеальный одноатомный газ, работает по циклу *1-2-3-4-5-1*, показанному на рисунке. Известно, что максимальная температура газа, достигаемая в цикле, в 6,25 раз больше минимальной. Найдите к.п.д. цикла.



Введём следующие обозначения:

Q^- = Q^-_{451}- модуль тепла, отданного холодильнику, A – работа цикла. Тогда

$$\eta = \frac{A}{A+Q^-}$$

Из рисунка очевидно, что $\frac{p_4}{p_1} = \frac{V_4}{V_1}$ и $A = \frac{5}{8}\Delta p \Delta V$.

Используя

$$\begin{cases} p_1V_1 = \nu RT_1 \\ p_4V_4 = \nu RT_4 \end{cases}$$

получим $\frac{p_4V_4}{p_1V_1} = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^2 = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^2 = \frac{T_4}{T_1} = 6.25 = \left(\frac{5}{2}\right)^2.$

Тогда $\Delta p = \frac{3}{2}p_1, \quad \Delta V = \frac{3}{2}V_1$

$$A = \frac{5}{8}\cdot\frac{9}{4}\cdot p_1V_1 = \frac{45}{32}\cdot p_1V_1$$

$$Q^- = \frac{3}{2}V_4\Delta p + \frac{5}{2}p_1\Delta V = \frac{3}{2}\cdot\frac{5}{2}V_1\cdot\frac{3}{2}p_1 + \frac{5}{2}\cdot p_1\cdot\frac{3}{2}V_1 = \frac{75}{8}p_1V_1 \quad .$$

$$\eta = \frac{A}{A+Q^-} = \frac{45}{32\cdot\left(\frac{45}{32}+\frac{75}{8}\right)} = \frac{45}{345} = \frac{3}{23} \approx 13\ \%$$

Ответ: $\eta = \frac{3}{23} \approx 13\ \%$

3. Частица с зарядом *q* и массой *m* в момент времени $t = 0$ начинает движение в магнитном поле таким образом, что её координаты (*x, y, z*) в любой момент времени удовлетворяют условиям: $x^2 + y^2 = b^2, \quad z = k \cdot t$, где *b* и *k* – известные постоянные. Скорость частицы в любой момент времени направлена под углом $45°$ к линиям магнитной индукции. Определите величину магнитной индукции. Силой тяжести можно пренебречь.

Частица движется по винтовой линии. Закон движения частицы имеет вид:

$$\begin{cases} x = b\cos\omega t \\ y = b\sin\omega t \\ z = k \cdot t \end{cases}, \quad \text{где b -радиус окружности.}$$

Поскольку $R = \dfrac{m\,v sin\alpha}{qB}$, а $v sin\alpha = v cos\alpha = k$, то $B = \dfrac{m\,v sin\alpha}{qR} = \dfrac{mk}{qb}$.

4. Между обкладками плоского конденсатора, находящимися в вакууме, перпендикулярно к ним расположена гладкая стеклянная трубочка, внутри которой может свободно передвигаться полый металлический шарик массой *m* = 0,0002 г и радиусом *r* = 0,5 мм. В начальный момент времени шарик контактирует с одной из обкладок. Конденсатор подключают к источнику постоянного напряжения *U* = 2 кВ. Определите среднюю силу тока, который возникнет в такой цепи, если расстояние между обкладками равно *d* = 0,5 см. Удары шарика об обкладки можно считать мгновенными и абсолютно неупругими, поляризационными эффектами можно пренебречь.

В начальный момент времени шарик начнёт движение в сторону дальней от него обкладки. Коснувшись обкладки, шарик приобретёт заряд соответствующего знака и начнёт обратное движение.

Расстояние $d - 2r$ шарик в однородном электрическом поле проходит равноускорено с ускорением $a = \frac{qE}{m}$, где q – заряд, который приобретает шарик при касании обкладки, E – напряжённость однородного электрического поля, величина которой в плоском конденсаторе равна $E = \frac{U}{d}$.

Величина заряда шарика может быть найдена из формулы для потенциала шарика $\varphi = k\frac{q}{r}$, который равен потенциалу соответствующей обкладки. Таким образом, шарик формально переносит заряд только с обкладки, имеющей ненулевой потенциал в сторону обкладки с нулевым потенциалом. Такой обкладкой считается та, к которой подключён отрицательный зажим источника напряжения. Физически же переносится только отрицательный заряд. Если шарик у отрицательной обкладки зарядился зарядом $-q$, то при касании положительной обкладки его заряд станет равным $+q$, т.е. шарик отдаст положительной обкладке заряд, равный по величине $2q$. Если принять потенциал отрицательной обкладки равным 0, то $\varphi = U$. Поскольку $d - 2r = \frac{at^2}{2} = \frac{qEt^2}{2m} = \frac{qUt^2}{2md} \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{2md(d-2r)}{qU}} = \sqrt{\frac{2mdk(d-2r)}{rU^2}}$.

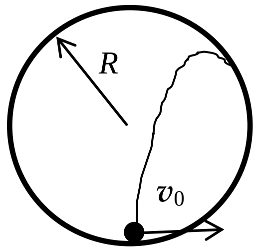
Теперь запишем определение силы тока для нашего случая, где за время движения шарика от отрицательной обкладки к положительной переносится заряд $2q$

$$I = \frac{2q}{t} = \frac{2Ur}{k\sqrt{\frac{2mdk(d-2r)}{rU^2}}} = \frac{2U^2 r^{\frac{3}{2}}}{k\sqrt{2mdk(d-2r)}}$$

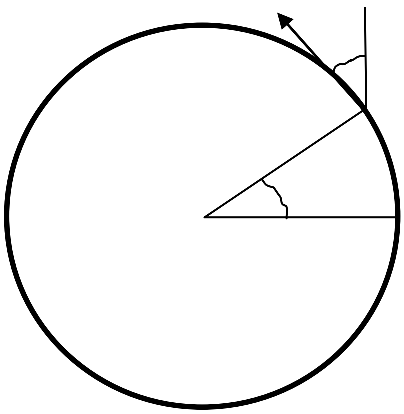
$$= \frac{2 \cdot 4 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-4}\sqrt{5 \cdot 10^{-4}}}{9 \cdot 10^9\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} \approx 37 \text{ нА.}$$

Ответ: $I \approx 37$ нА.

5. В гладком кольцеобразном жёлобе, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарику, находящемуся в положении равновесия, сообщили такую горизонтальную скорость, что после отрыва от жёлоба в некоторой точке он упал на жёлоб в точке старта (см. рис.). Найдите угол между скоростью шарика и вертикалью в момент отрыва от поверхности жёлоба.



Решение



$$\begin{cases} v sin\alpha \cdot t = R cos\alpha \\ v cos\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2} = -R(1 + sin\alpha) \\ m\dfrac{v^2}{R} = mg \cdot sin\alpha \end{cases}$$

$$t = \frac{R}{v} \cdot \frac{cos\alpha}{sin\alpha}, \quad \frac{gR}{v^2} = \frac{1}{sin\alpha}$$

$$v cos\alpha \cdot \frac{R}{v} \cdot \frac{cos\alpha}{sin\alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{R^2}{v^2} \cdot \frac{cos^2\alpha}{sin^2\alpha} = -R(1 + sin\alpha)$$

$$\frac{cos^2\alpha}{sin\alpha} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{sin\alpha} \cdot \frac{cos^2\alpha}{sin^2\alpha} = -1 - sin\alpha$$

$$2sin^2\alpha \cdot cos^2\alpha - cos^2\alpha = -2sin^3\alpha - 2sin^4\alpha$$

$$2sin^2\alpha - 2sin^4\alpha - 1 + sin^2\alpha = -2sin^3\alpha - 2sin^4\alpha$$

$$2sin^3\alpha + 3sin^2\alpha - 1 = 0$$

$$sin\alpha = x$$

$$2x^3 + 3x^2 - 1 = 0$$

$$2x^2(x + 1) + x^2 - 1 = 0$$

$$(x + 1)(2x^2 - x + 1) = 0$$

$$(x + 1)^2(2x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, \quad (x \neq -1), \qquad \text{Ответ: } \alpha = 30^\circ$$