10 класс

Рыбак вышел в лодке на середину озера, бросил якорь и закинул удочку. Поплавок удочки, качаясь на волнах, переходит из верхнего положения в нижнее за время $\tau = 1$ с. ***Рыбак заметил, что гребень волны проходит расстояние от носа лодки до кормы за время T = 2 с. Найдите интервал времени*** T_1 ***между ударами волн о нос лодки, если она начнёт движение навстречу волнам со скоростью v = 5 м/с, а длина лодки L = 2 м.***

Решение. Скорость перемещения гребня волны: $u = \frac{L}{T}$, расстояние между ближайшими гребнями волн (длина волны): $\lambda = 2u\tau$ (τ - полупериод волны).

В системе отсчета, связанной с движущейся лодкой, гребни пробегают мимо лодки со скоростью $v_1 = v + u$.

Минимальный промежуток времени между ударами волн о нос лодки $T_1 = \frac{\lambda}{v_1} = \frac{2u\tau}{v+u} = \frac{2L\tau}{T\left(v + \frac{L}{T}\right)} = \frac{2L\tau}{L + vT} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 1}{2 + 5 \cdot 2} = \frac{1}{3}$ с.

К батарее с некоторым внутренним сопротивлением последовательно подключены резистор сопротивлением R=15 Ом и вольтметр. Если этот резистор заменить на резистор сопротивлением R=5 Ом, то показания вольтметра возрастут вдвое. Во сколько раз изменится показание вольтметра, если убрать резистор?

Решение

В исходной цепи: $U_V = \frac{ER_V}{r + R + R_V}$ *(1)*

После замены резистора: $2U_V = \dfrac{ER_V}{r + \dfrac{R}{3} + R_V} = \dfrac{3ER_V}{3(r+R_V)+R}$ *(2)*

В окончательном виде: $XU_V = \dfrac{ER_V}{r+R_V}$ *(3)*

Если поделить (2) на (1), то получим $2 = \dfrac{3(r+R_V+R)}{3(r+R_V)+R}$, *откуда* $r + R_V = \dfrac{R}{3}$.

Тогда, поделив (3) на (1), получаем: $X = \dfrac{r+R_V+R}{r+R_V} = \dfrac{\dfrac{R}{3}+R}{\dfrac{R}{3}} = 4$.

Ответ: *Показания вольтметра по сравнению с первоначальными вырастут в 4 раза.*

Идеальный газ нагревается по закону $\dfrac{p^2}{T} = const$***, причём его температура увеличивается в 4 раза. Определите работу, совершенную газом, если первоначальный объем и давление газа составляли соответственно 2 л и*** 10^5 ***Па.***

Решение

Объединим уравнение процесса и уравнение состояния идеального газа:

$$\begin{cases} \dfrac{p^2}{T} = const \\ \dfrac{pV}{T} = const \end{cases}$$

Тогда получим: $p = kV$.

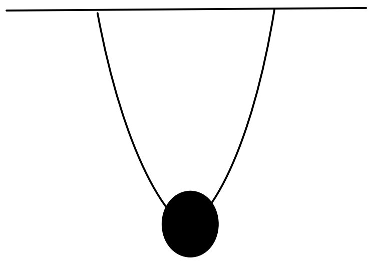
Тогда $A = \dfrac{1}{2}(p_1 + p_2)(V_2 - V_1) = \dfrac{p_1V_1}{2}\left(\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right)^2 - 1\right)$.

Ответ: *300 Дж*

Небольшой фонарь массой 600 г подвешен к потолку на двух гибких проводах массой по 300 г каждый (см. рис.). Длина каждого из проводов в полтора раза превышает расстояние между фонарём и потолком. Найдите силу натяжения любого из проводов в месте крепления его к фонарю. Размерами фонаря пренебрегите.

Решение:

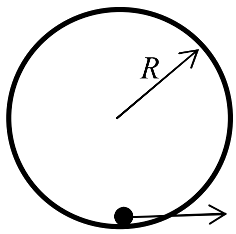
$$\begin{cases} T_0^2 = (mg)^2 + T_x^2 \\ T^2 = (2mg)^2 + T_x^2 \\ T = T_0 + mg\dfrac{h}{l} \end{cases}$$



$$\begin{cases} T + T_0 = 3mg\frac{l}{h} \\ T - T_0 = mg\frac{h}{l} \end{cases}$$

$$T = \frac{mg}{2}\left(\frac{3l}{h} - \frac{h}{l}\right) = \frac{3}{2}\left(\frac{9}{2} - \frac{2}{3}\right) = \frac{27}{4} - 1 = \frac{23}{4} \approx 5.75\ H$$

В гладком кольцеобразном жёлобе радиуса R, расположенном в вертикальной плоскости, находится маленький шарик. Шарику, находящемуся в положении равновесия, придали скорость v_0=$2\sqrt{Rg}$ горизонтально вдоль жёлоба (см. рис.). Найдите высоту, на которой шарик оторвётся от поверхности жёлоба.



Решение

Пусть α- угол между вектором скорости и *вертикалью*, v – скорость в момент отрыва.

$$\begin{cases} N = m\left(\dfrac{v^2}{R} - g\sin\alpha\right) = 0 \\ \dfrac{mv_0^2}{2} = mg2R = mgR(1 + \sin\alpha) + \dfrac{mv^2}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2g - 3g\sin\alpha = 0 \\ \dfrac{v^2}{R} = 2g - 2g\sin\alpha \end{cases}$$

$$\sin\alpha = \frac{2}{3}$$

$$h = R + R\sin\alpha = \frac{5}{3}R$$

Ответ: $h = \frac{5}{3}R$